

## ESTADÍSTICA II.

### **Recorden:**

Els **paràmetres** són uns nombres que ens proporcionen una idea, el més aproximada possible, del comportament de tots els elements d'una població en relació al caràcter que estudiem. Els dividim en dos grups: els paràmetres de centralització i els paràmetres de dispersió.

**Paràmetres de centralització** pretenen agrupar o centralitzar les dades corresponents a tota una població en només un valor numèric, representant del conjunt total. Els més importants són: mitjana aritmètica, moda i mediana.

**La mitjana aritmètica:**  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$ , on  $x_i$  és cadascun dels valors

de la variables estadística i N és el nombre total de dades. El càlcul de la mitjana aritmètica és molt senzill i intervenen totes les dades. Presenta un inconvenient, els efectes, que de vegades són greus, que produeixen els valors extrems. Aquests valors, normalment no són significatius.

**La moda** és el valor de la variable amb freqüència major. Si les dades les tenim agrupades en classes l'anomenem classe modal.

**La mediana** és el valor de la variable que ocupa el lloc central si tenim un nombre imparell de dades, en cas contrari la mediana coincideix amb la mitjana aritmètica dels valors centrals. La mediana té la propietat de que el 50% de les dades són menors o iguals que ella i l'altre 50% són majors o iguals. Aleshores la mediana divideix el conjunt de dades en dos subconjunts iguals.

**Paràmetres de dispersió** tenen com a objectiu presentar-nos una idea de la proximitat o llunyania de les dades de la població respecte al valor que hem pres com a valor central. Els més importants són: el rang, la variança i la desviació típica. Una desviació típica molt gran indica que hi ha molta dispersió de les dades, i una desviació típica molt menuda indica que els dades estan totes al voltant de la mitjana.

**El rang** és la diferència entre el valor màxim i el mínim d'una variable estadística. Si el rang és gran existeix la possibilitat de que les dades estiguen allunyades unes d'altres, i per tant, que els valors centrals no siguin massa representatius. Per altra banda, si el rang és menut, les dades no poden trobar-se molt distanciat i els valors centrals poden ser representatius del conjunt.

**La variança** és la mitjana aritmètica dels quadrats de les desviacions de les dades respecte a la mitjana:  $\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_N - \bar{x})^2}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^2 - \bar{x}^2$ .

**La desviació típica** és l'arrel quadrada de la variança:  $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

Quan en les N dades només apareixen k valors diferents (lògicament  $k < N$ ),  $x_1, x_2, \dots, x_k$ , podem utilitzar la taula de freqüències per obtenir la mitjana i la variança:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k x_i f(x_i) = \sum_{i=1}^k x_i h(x_i) \quad \sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k x_i^2 f(x_i) - \bar{x}^2 = \sum_{i=1}^k x_i^2 h(x_i) - \bar{x}^2$$

(Recordem que f és la freqüència absoluta i h la freqüència relativa)

Exercicis d'autoaprenentatge:

1. Un professor de 3èr ESO de anglés, d'una classe de 25 alumnes, té les següents notes al seu quadern: 5, 3, 4, 1, 2, 8, 9, 7, 6, 8, 6, 7, 9, 8, 7, 7, 1, 0, 1, 5, 8, 0, 8, 8, 4  
Cal fer un estudi estadístic, calculant les mesures de centralització i les de dispersió i traient les conclusions d'aquest estudi.

$x_i$	$f_i$	$x_i f_i$	$x_i^2 f_i$
0	2	0	0
1	3	3	3
2	1	2	4
3	1	3	9
4	2	8	32
5	2	10	50
6	2	12	72
7	4	28	196
8	6	42	336
9	2	18	162
	25	126	864

$$\bar{x} = \frac{126}{25} = 5.04 \quad \sigma^2 = \frac{864}{25} - \left(\frac{126}{25}\right)^2 = 9.1584$$

$$\sigma = \sqrt{9.1584} = 3.02628$$

Les mesures de centralització són:

La mitjana aritmètica és  $\bar{x} = 5.04$ , la moda és el 8 i la mediana és 6

Les mesures de dispersió són:

El recorregut és 9, la variança és 9.1584 i la desviació típica és  $\sigma = 3.02628$

Les nostres conclusions són les següents: sabem que la mitjana és de 5.04, però amb la dispersió que hi ha de al voltant de 3, podem dir que les notes d'anglés són o molt bones o més dolentes. Sobre tot podem dir que, com que la moda és 8 i la mediana és 6, hi ha més gent en bones notes, però també hi ha gent suspesa.

2. Hem replegat el nombre de persones que han visitat el metge de capçalera al llarg del mes de novembre: 3, 2, 13, 4, 2, 4, 5, 6, 7, 3, 4, 5, 3, 2, 5, 6, 15, 21, 4, 3, 6, 29, 13, 6, 17, 13, 6, 5, 12, 26.

Calcula la mitjana aritmètica, la variança i la desviació típica.

Classes	Marca de classe: $x_i$	$f_i$	$x_i f_i$	$x_i^2 f_i$
[0, 5)	2.5	11	27.5	68.75
[5, 10)	7.5	10	75	562.5
[10, 15)	12.5	4	200	2500
[15, 20)	17.5	2	35	612.5
[20, 25)	22.5	1	22.5	506.25
[25, 30)	27.5	2	54	1485
		30	412	5735

$$\bar{x} = \frac{412}{30} = 13.7\hat{3} \quad \sigma^2 = \frac{5735}{30} - \left(\frac{412}{30}\right)^2 = 2.56\hat{2}$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = 1.6006$$

La mitjana és  $\bar{x} = 13.7\hat{3}$ , la variança és  $\sigma^2 = 2.56\hat{2}$  i la desviació típica és:  $\sigma = 1.6006$ .

Podem dir que , més o menys, els nombre de pacients que ha rebut el metge ha sigut, més o menys al voltant de 12-13-14.

### AMB LA CALCULADORA:

1. Cal posar la calculadora en mode STAT polsant  $\boxed{2ndF}$   $\boxed{STAT}$   $\boxed{ON/F}$
2. Introduir les dades. Per exemple: 3, 4, 7, 9, 12

3  $\boxed{DATA}$   $\boxed{M+}$   
 4  $\boxed{DATA}$   $\boxed{M+}$   
 7  $\boxed{DATA}$   $\boxed{M+}$   
 9  $\boxed{DATA}$   $\boxed{M+}$   
 12  $\boxed{DATA}$   $\boxed{M+}$

3. Ara podem saber les mesures diferents:

Per a saber:

$\bar{x}$  → cal polsar  $\boxed{x \rightarrow M}$  → a la pantalla apareix  $\bar{x} = 7$

$\sigma$  → cal polsar  $\boxed{2ndF}$   $\boxed{RM}$  → a la pantalla apareix  $\sigma = 3.29$

$\sum x$  → cal polsar  $\boxed{2ndF}$   $\boxed{\Sigma}$  → a la pantalla apareix  $\sum x = 35$

$\sum n$  → cal polsar  $\boxed{n}$   $\boxed{)}$  → a la pantalla apareix  $n=5$

Problemes:

1. Omplir la taula següent, amb els pesos de tots els alumnes de la vostra classe quan vareu nàixer:

Peso en Kg	Nº de Xiquets/Xiquetes
2,5 a 2,9	
2,9 a 3,3	
3,3 a 3,7	
3,7 a 4,1	
4,1 a 4,5	

- a) Calcular el recorregut
  - b) Calcular el pes mitjà
  - c) Calcular la desviació típica.
  - d) Escriure conclusions al voltant d'aquest estudi.
2. El pes mitjà dels alumnes d'una classe del institut és de 65 Kg.
    - a) Incorporem una persona al grup que pesa 65 Kg, quin serà ara el nou pes mitjà?
    - b) Quin és el nou pes mitjà si la persona que s'incorpora pesa 70kg?
    - c) Coneixem que la persona que s'incorpora és un jutge, i baixa la mitjana a 64 kg. Pot ser veritat?. I si a la persona que s'incorpora li agraden molt les llepolies?
  3. Una família consta d'un matrimoni i quatre fills. Tots els membres de la família són treballadors a sou. Quin paràmetre estadístic, dels seus sis sous, informa millor de la riquesa familiar: la moda, la mitjana o la variança? Quin paràmetre estadístic informa millor sobre la diversitat de sous: la mediana, la mitjana o la desviació típica?
  4. Els augments dels preus de cinc productes alimentaris han sigut, respectivament, del 21, 31, 34, 48, 3 per cent. Quina mesura de centralització

reflexa millor el terme mitjà del augment, la mediana o la mitjana aritmètica?  
Calcular ambdós valors.

5. En una classe de 4t ESO de 25 alumnes, hi ha 10 alumnes de francès i 15 d'anglès. La nota mitjana dels 25 alumnes en Llengua Estrangera és 6.5. Coneixem que la nota mitjana dels alumnes de francès és de 6. Quina és la mitjana dels alumnes d'anglès?
6. Calcula totes les mesures de centralització i de dispersió de les qualificacions obtingudes pels alumnes de la classe en Matemàtiques:  
3, 7, 8, 5, 4, 0, 6, 6, 7, 5, 2, 10, 9, 3, 4, 6, 6, 5, 4, 10, 1, 8, 7, 6, 3, 8, 6, 7, 5, 4.
7. Comparar els resultats acadèmics, (fent l'estudi amb les mesures de centralització i de dispersió), de dues classes que han obtingut les qualificacions finals següents:

CLASSE A	
Insuficients	7
Suficients	20
Notables	8
Excel·lents	2

CLASSE B	
Insuficients	7
Suficients	15
Notables	4
Excel·lents	4

8. A 100 alumnes els hem fet un test amb 60 preguntes. En la taula següent hem replegat el nombre de preguntes que han contestat correctament:

Nombre de preguntes	Nombre d'alumnes
0-9	5
10-19	10
20-29	24
30-39	33
40-49	21
50-60	7

Cal fer un estudi estadístic, amb les mesures de centralització i de dispersió, i traient les conclusions adients.