

# DIPOLOS MAGNÉTICOS

Premio Rotary 2004

Raúl E. Lacomba Perales y Javier Ruiz Fuertes

**Objetivos:** Medida de la fuerza atractiva entre dos imanes. Estudio de las oscilaciones de un conjunto de imanes en el seno de un campo magnético uniforme. Caída de un imán por un tubo no conductor y un tubo conductor. Estudio de la f.e.m inducida por un imán que atraviesa una espira.

**Material:** Balanza, desplazador vertical graduado, imanes de neodimio, fuente de alimentación continua regulable GRELCO, bobinas de Helmholtz, bobina de 3200 espiras, soporte con anillo de teflón, osciloscopio digital e impresor gráfico, tubo de metacrilato y tubo de aluminio con 11 bobinas arrolladas en serie, sistema de dos poleas, con hilo y contrapeso, cables de conexión y cables coaxiales.

## I.-INTRODUCCIÓN TEÓRICA

### I.1.- Fuerza entre dipolos magnéticos

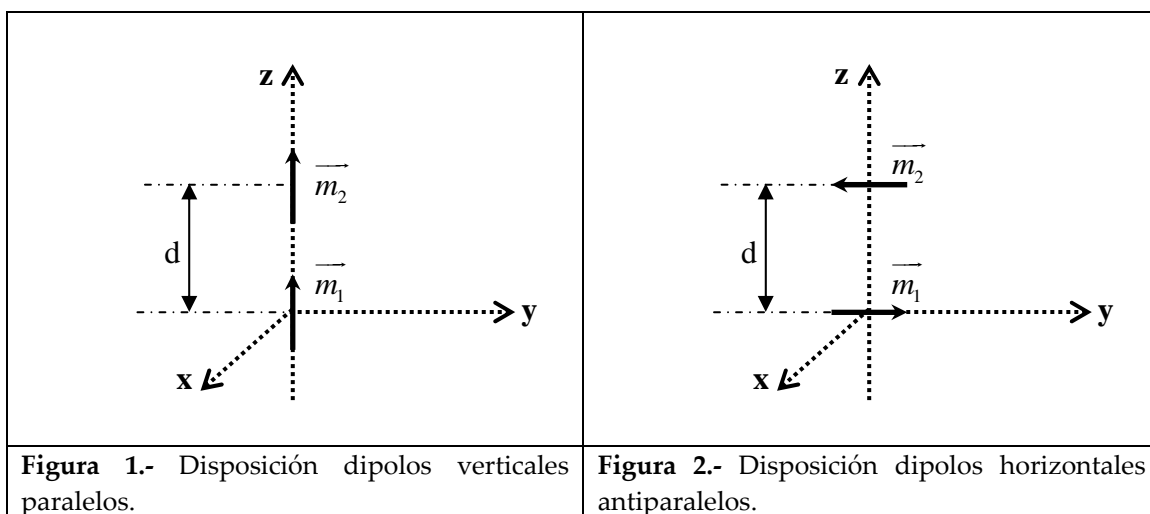
La fuerza que aparece sobre un dipolo magnético de momento magnético  $\vec{m}$ , en el seno de un campo magnético no uniforme  $\vec{B}$ , viene dada por:

$$\vec{F} = (\vec{m} \nabla) \vec{B} \quad (1)$$

Podemos calcular la fuerza entre dos dipolos magnéticos como la fuerza que aparece sobre un dipolo en el seno del campo magnético creado por el otro. El campo magnético que crea un dipolo de momento magnético  $\vec{m}$ , situado en el origen de coordenadas tiene la expresión:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3(\vec{m} \cdot \vec{r})\vec{r} - r^2 \vec{m}}{r^5} \quad (2)$$

Teniendo en cuenta las expresiones (1) y (2), calcularemos la fuerza entre dipolos considerando las siguientes configuraciones:



De esta forma la fuerza que el dipolo 1 ejerce sobre el 2 vendrá dada por:

$$\text{Dipolos verticales paralelos: } \vec{F}_{12} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{6m_1 m_2}{d^4} \vec{u}_z \quad (3)$$

$$\text{Dipolos horizontales antiparalelos: } \vec{F}_{12} = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3m_1 m_2}{d^4} \vec{u}_z \quad (4)$$

el signo menos en ambas expresiones denota que se trata de *fuerzas atractivas*.

En esta práctica se estudiará la fuerza atractiva entre dos imanes en función de la distancia entre los mismos, a partir de un método de medida de fuerzas con una balanza. Esto nos permitirá determinar el momento magnético de los imanes, además de comprobar la aproximación dipolar descrita por las expresiones (3) y (4).

### I.2.-Oscilación de un dipolo magnético en un campo magnético uniforme

En un campo magnético uniforme la fuerza que aparece sobre un dipolo es cero, de acuerdo con (1). Sin embargo aparece un momento de giro:

$$\vec{\tau} = -\vec{m} \times \vec{B} \quad (5)$$

que tiende a orientar el dipolo en la dirección del campo. Si desplazamos el dipolo un ángulo  $\theta$  respecto de la posición de equilibrio, éste oscilará en torno a dicha posición, debido al momento restaurador:

$$\tau = -mB \sin \theta \approx -mB\theta \quad (6)$$

donde se ha tenido en cuenta la aproximación para pequeñas oscilaciones.

En esta práctica se estudiarán las oscilaciones de un imán suspendido mediante un hilo, en el seno de un campo magnético uniforme. Despreciando la constante de torsión del hilo, frente a la torsión debida al campo, la ecuación del movimiento para el imán, de momento de inercia  $I$ , que oscila con ángulo  $\theta$ , vendrá dada por:

$$I\ddot{\theta} = -mB\theta \Rightarrow \ddot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0$$

con:

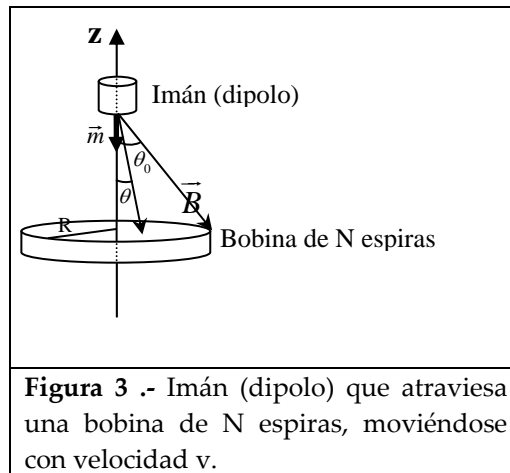
$$\omega_0^2 = \frac{mB}{I} \quad (7) \quad \text{o bien} \quad \frac{1}{T^2} = \frac{m}{4\pi^2 I} B \quad (8)$$

La determinación experimental de la variación del periodo de las oscilaciones con la intensidad del campo magnético aplicado, nos permitirá determinar el momento magnético del imán, de acuerdo con ésta última relación (8).

### I.3.- Caída de un imán por un tubo no conductor y un tubo conductor

En esta práctica se estudiará el movimiento de caída de un imán permanente a través de un tubo conductor y un tubo no conductor. El estudio de este movimiento se realizará mediante el análisis de la f.e.m inducida por el imán al atravesar un conjunto de bobinas arrolladas alrededor de los tubos.

Considerando el imán como un dipolo magnético, vamos a analizar cómo es la f.e.m inducida por el dipolo cuando atraviesa una bobina de N espiras. La geometría de nuestro problema se resume en la siguiente figura:



El campo magnético de un dipolo en todos los puntos del espacio, en coordenadas esféricas, viene dado por la expresión:

$$\vec{B}(r, \theta, \phi) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{m}{r^3} \left[ 2 \cos \theta \vec{u}_r + \sin \theta \vec{u}_\theta \right] \quad (9)$$

Considerando el imán como un dipolo en el origen de coordenadas y la superficie cónica definida por la espira, desde el punto donde está el dipolo, el flujo magnético,  $\Phi = \int_{Sup} \vec{B} \cdot d\vec{S}$ , que atraviesa la bobina es:

$$\Phi(z) = \frac{\mu_0 m N}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \quad (10)$$

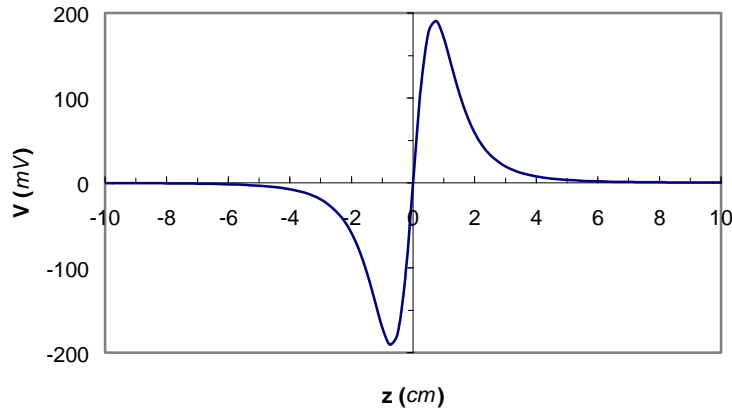
Teniendo en cuenta la ley de Faraday-Lenz, y que el dipolo se mueve con velocidad v:

$$V = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Phi}{dz} \frac{dz}{dt} = -\frac{d\Phi}{dz} v \quad (11)$$

con lo que podemos obtener la f.e.m inducida en la bobina derivando la expresión (10):

$$V = \frac{3\mu_0 m N R^2}{2} \frac{z v}{(R^2 + z^2)^{5/2}} \quad (12)$$

Esta expresión nos da la forma del pulso de inducción debido al campo del dipolo al atravesar la bobina, y está representada en la siguiente figura:



**Figura 4.-** Pulso debido a la inducción que produce un dipolo al atravesar una bobina de N espiras.

Vemos que la f.e.m inducida cambia de signo en  $z = 0$ , distancia que se corresponde justamente con el centro de la bobina. Este cambio de signo es consecuencia directa de la ley de Lenz, debido al acercamiento (aumento de flujo magnético) y alejamiento (disminución de flujo magnético) del imán al atravesar la bobina.

La caída del imán a través del *tubo no conductor* se corresponde con un *movimiento uniformemente acelerado*, que se podrá estudiar a partir de los pulsos de inducción creados por el imán al atravesar las bobinas arrolladas a lo largo del tubo.

Sin embargo la caída del imán por el *tubo conductor* dará lugar a un frenado de éste, pudiendo observar un *movimiento uniforme*. Esto es debido a que el campo magnético variable con el tiempo, por la caída del imán, de acuerdo con la ecuación de Maxwell:  $\nabla \times \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t$ , dará lugar a un campo eléctrico inducido, que en las paredes del tubo de conductividad  $\sigma$ , de acuerdo con la ley de Ohm microscópica, genera una corriente:  $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ ; éstas son las denominadas *corrientes de Foucault*. En nuestro caso, de acuerdo con la simetría cilíndrica del problema, estas corrientes poseen únicamente componente azimutal, y están distribuidas en la pared del tubo conductor. Por lo tanto, darán lugar a una fuerza magnética sobre el imán, en la dirección del eje z y en sentido contrario al peso. De esta manera, el imán alcanzará una *velocidad límite*, cuando la fuerza magnética de frenado compense el peso. A partir de las ecuaciones de Maxwell (en particular la ecuación del rotor del campo eléctrico) y considerando el imán como un dipolo magnético se puede obtener la distribución de corrientes inducidas en la pared del tubo, que viene dadas por la expresión:

$$\vec{K}(a, z) = \frac{3\mu_0 m \sigma a v}{4\pi} \frac{z}{(a^2 + z^2)^{5/2}} \vec{u}_\phi \quad (13)$$

siendo  $a$  el radio medio del tubo conductor,  $m$  el momento dipolar magnético del imán y  $v$  la velocidad. A partir de esta distribución de corrientes se puede calcular la fuerza que ejercen sobre el imán, obteniendo:

$$\vec{F}_M = \frac{45\mu_0^2 m^2 \sigma \delta v}{128 \cdot (8a^4)} \vec{u}_z \quad (14)$$

en donde  $\delta$  es el grosor de la pared del tubo conductor.

El análisis de los pulsos de inducción en las bobinas arrolladas alrededor del tubo, nos permitirá obtener de forma experimental la velocidad límite de caída del imán.

## II.- DESARROLLO EXPERIMENTAL

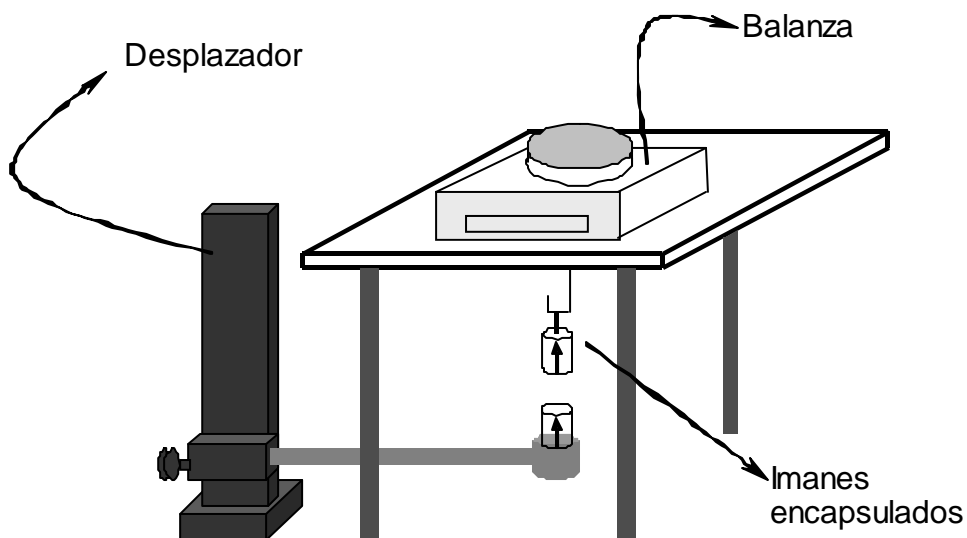
### II.1. Fuerzas entre imanes

Esta parte de la práctica consiste en la medida de la fuerza atractiva entre dos imanes con dos disposiciones distintas de los mismos:

- i) Imanes verticales paralelos.
- ii) Imanes horizontales antiparalelos.

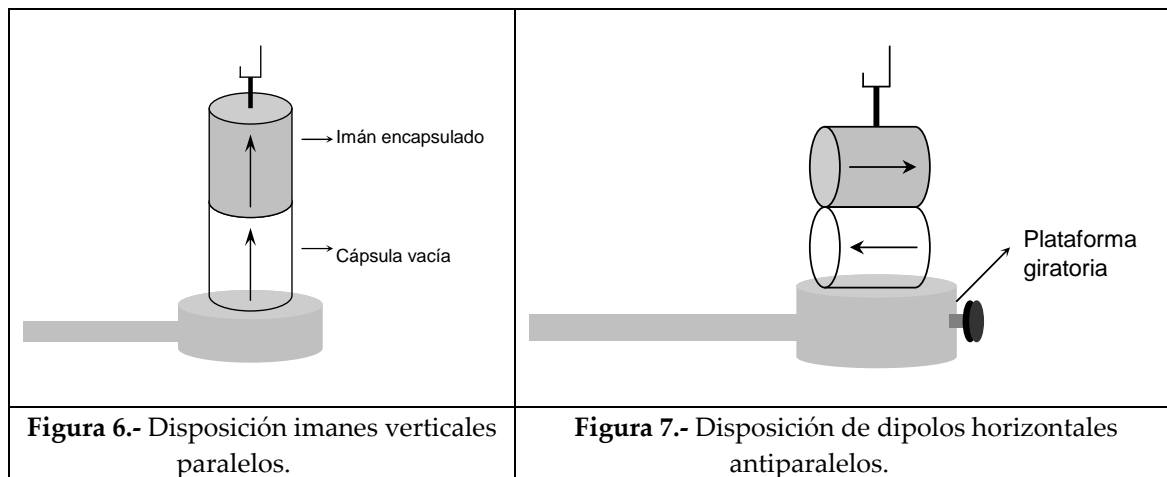
mediante un método, basado en la medida de fuerzas con una balanza.

Para ello disponemos de dos imanes permanentes de neodimio, con forma cilíndrica, de 1 cm de diámetro y 1 cm de longitud, con imanación uniforme a lo largo de su eje. Los imanes están encapsulados y se muestra, mediante una flecha, la dirección de su imanación. Para medir la fuerza entre ellos, colgaremos uno de la balanza, y el otro se sujetará en la plataforma del desplazador graduado, tal y como se muestra en la siguiente figura:



**Figura 5.-** Montaje experimental para la medida de la fuerza entre imanes

Activad la balanza (botón *on/off*) y taradla (botón *TARE*) con el imán encapsulado colgado (el otro imán deberá estar lo suficientemente lejos como para que no haya interacción) de forma que en la pantalla de la balanza únicamente aparezcan ceros. Para asegurar el *alineamiento* de los imanes, se sujetará en la plataforma del desplazador una cápsula vacía y la aproximaremos al imán encapsulado colgado tal y como muestran las *figuras 6 ó 7*, de acuerdo con la configuración elegida. Debemos aproximar los imanes lo más posible, vigilando que la lectura de la balanza sea siempre cero. Fijad el brazo del desplazador, apretando el tornillo de bloqueo; **NO SE DEBERÁ MOVER EL DESPLAZADOR CON DICHO TORNILLO APRETADO**. Comprobad que el alineamiento es correcto. Si es necesario, se puede ajustar la posición del desplazador sobre la mesa para conseguir un buen alineamiento. Finalmente apuntad la medida que marque la regla del desplazador, valor que llamaremos  $d_0$ , y que corresponde con la referencia de cero de nuestro desplazador.



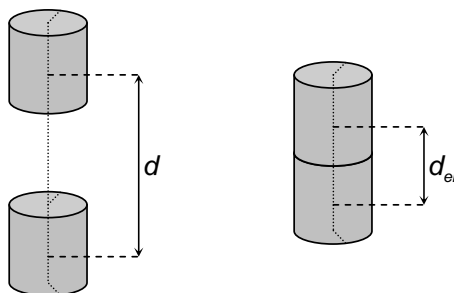
Acabado el alineamiento se bajará el desplazador hasta la posición más baja posible, y se sustituirá la cápsula vacía por el imán encapsulado, pasando a realizar las medidas directas del incremento de masa,  $\Delta m$ , que marca la balanza en función del desplazamiento,  $d_{exp}$ , que marca el desplazador. Las medidas las realizaremos ascendiendo con el desplazador, y nos aproximaremos (lo máximo posible) a  $d_0$  sin llegar a alcanzarlo. Así pues, la fuerza que el primer imán ejerce sobre el segundo, para cada distancia, la obtendremos con la sencilla expresión:  $F_{12} = \Delta m \cdot g$ , donde  $g$  es la aceleración de la gravedad ( $g = 9,8ms^{-2}$ ).

El análisis de estas medidas lo realizaremos de acuerdo con las expresiones (3) y (4) de la introducción teórica (sección I.1), que corresponden a la utilización de un modelo dipolar para los imanes. Representaremos, por tanto,  $F_{12} = f(d^{-4})$ . Del ajuste por mínimos cuadrados, particularizando para el caso  $m_1 = m_2 = m$ , podremos obtener el momento magnético de los imanes,  $m$ ; pudiendo contrastar el valor obtenido en ambas configuraciones (vertical y horizontal).

Hay que tener en cuenta que en el modelo teórico,  $d$  representa la distancia entre los dipolos, que son puntuales. En nuestro caso los imanes poseen dimensiones, y  $d$  representará la distancia entre los centros de los imanes, que se puede obtener como:

$$d = d_{exp} - (d_o - d_{ei}) \quad (15)$$

donde:  $d_{ei} = (20,3 \pm 0,1)mm$  es la distancia entre los centros de los imanes encapsulados cuando están en contacto (ver figura 8).



**Figura 8.-** Distancia entre los centros de los imanes.

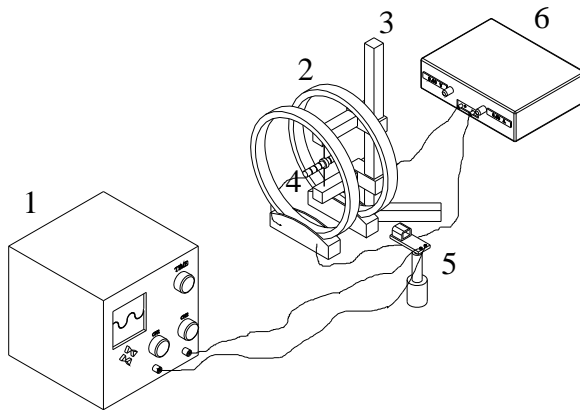
## II.2.- Oscilación de un conjunto de imanes en un campo magnético uniforme

En esta parte de la práctica un conjunto de imanes idénticos será sometido a un campo magnético uniforme, de forma que el conjunto se orientará en la dirección de dicho campo. Un desplazamiento respecto de la posición de equilibrio, dará lugar a una oscilación de los imanes. Este conjunto de imanes poseerá un momento magnético total que será igual a la suma de los momentos magnéticos de los imanes que lo componen, es decir:

$$\overline{M}_n = n\overline{m} \quad (16)$$

donde  $n \equiv$  número de imanes y  $\overline{M}_n \equiv$  momento magnético total

Para llevar a cabo esta experiencia se propone el siguiente montaje experimental:



- 1.-Osciloscopio.
- 2.-Bobinas de Helmholtz.
- 3.-Soporte con anillo de teflón.
- 4.- Conjunto de imanes.
- 5.-Soporte con bobina de inducción.
- 6.-Fuente GRELCO

**Figura 9.-** Montaje experimental para el estudio de las oscilaciones.

En esta práctica se dispone de un conjunto de 8 imanes cilíndricos de neodimio de 1x1 cm. Pondremos el conjunto de imanes en el anillo del soporte correspondiente (*figura 9, nº.3*), de forma que dicho conjunto quede en el centro del eje de las *bobinas de Helmholtz* (*figura 9, nº.2*). Estas bobinas tienen la particularidad de que la separación entre ellas es igual al radio. De esta manera, conectadas en serie, producen un campo magnético uniforme en la zona entre las bobinas, y a lo largo de su eje, (por ejemplo,  $OX$ ) cuya expresión viene dada por:

$$\vec{B}(x) = \mu_0 \frac{8}{\sqrt{125}} \frac{N}{R} i \vec{u}_x \quad ; x \in \left[ -\frac{R}{2}, \frac{R}{2} \right] \quad (17)$$

donde:

$i \equiv$  intensidad que alimenta las bobinas.

$N \equiv$  número de espiras de cada bobina (en nuestra caso tenemos **154 vueltas**).

$R \equiv$  radio de cada bobina (en nuestro caso es de **20 cm**).

Preparad el circuito de alimentación de corriente continua, con la fuente GRELCO. Utilizaremos dicha fuente en el modo Icte. Para ello **sin conectar nada a la fuente** girad el mando de tensión al máximo (totalmente a la derecha) y el de intensidad al mínimo (totalmente a la izquierda). Se encenderá el led rojo correspondiente al modo Icte. En estas condiciones ya podemos conectar la fuente con las bobinas de Helmholtz. Para ello los bornes de las bobinas marcados con 2 deben de conectarse entre sí mediante un cable, y los bornes marcados con 1 se conectarán indistintamente a los bornes de la fuente de alimentación  $-/+$ . Variando únicamente el mando de intensidad podremos controlar el campo magnético producido por las bobinas de Helmholtz. La lectura de intensidad de corriente se puede hacer directamente en el lector de la propia fuente de alimentación. Seguidamente colocaremos el soporte con bobina de inducción (*figura 9, nº.5*) de forma que la bobina quede próxima al eje de las bobinas de Helmholtz y centrada en uno de los extremos del conjunto de imanes. Conectaremos la bobina de inducción al osciloscopio digital mediante un cable coaxial (el botón "ROLL" deberá permanecer pulsado). Al hacer pasar una corriente  $i$  por las bobinas de Helmholtz, se producirá una oscilación del conjunto de imanes. El acercamiento y alejamiento del conjunto de imanes producirá una variación temporal del flujo magnético que atraviesa la bobina de inducción, de forma que por la ley de Faraday-Lenz, aparecerá una f.e.m inducida que podremos detectar en el osciloscopio. La señal inducida es periódica, y el periodo de dicha señal coincide con el periodo de las oscilaciones llevadas a cabo por el conjunto de imanes.

Las medidas se realizarán para valores de corriente en el intervalo  $i \in [0;5] A$ . Los valores de  $i$  grandes ( $i > 3 A$ ) producen un efecto Joule apreciable que puede calentar las bobinas de Helmholtz, por lo que es **necesario hacer las medidas rápidamente** en ese intervalo. De hecho las medidas conviene hacerlas de la siguiente manera: fijad una intensidad mediante la fuente de alimentación; ajustad el eje vertical y horizontal del osciloscopio de forma que aparezca una señal periódica clara con más de 10 periodos y congeladla mediante la opción "SINGLE" ó "HOLD" del osciloscopio; finalmente reducid la intensidad a cero y medid el periodo mediante los mandos que dispone el osciloscopio digital (se recomienda, con el fin de reducir el error, tomar el incremento de tiempo entre diez periodos). Se repetirá el proceso para cada valor de intensidad. De esta forma estamos en condiciones de construir una tabla de doble entrada ( $i, T$ ).

Teniendo en cuenta las expresiones (8) y (17), se puede representar  $T^{-2} = f(B)$ , que deberá poseer un comportamiento lineal; del ajuste por mínimos cuadrados podremos obtener el valor del momento magnético total del conjunto de imanes,  $M_n$ , y de aquí el momento magnético  $m$  de cada imán, pudiendo compararlo con el valor obtenido en la experiencia anterior.

Para el análisis de los resultados es necesario conocer el *momento de inercia* de nuestro sistema. Así, considerando despreciable el momento de inercia correspondiente al hilo y el anillo de teflón, el momento de inercia de nuestro conjunto de imanes puede ser considerado como un cilindro macizo el cual gira respecto de un eje perpendicular a la generatriz y que pasa por su centro de masas, cuya expresión viene dada por:

$$I_n = \frac{M_n}{4} \left( b^2 + \frac{L_n^2}{3} \right) \quad (18)$$

donde el subíndice  $n$  indica el nº de imanes.

El valor del momento de inercia para el conjunto de imanes idénticos se puede obtener a partir de las características correspondientes a cada uno de ellos:

$$M_1 = (5,848 \pm 0,001) g$$

$$b = (5,0 \pm 0,1) mm$$

$$L_1 = (10,0 \pm 0,1) mm$$

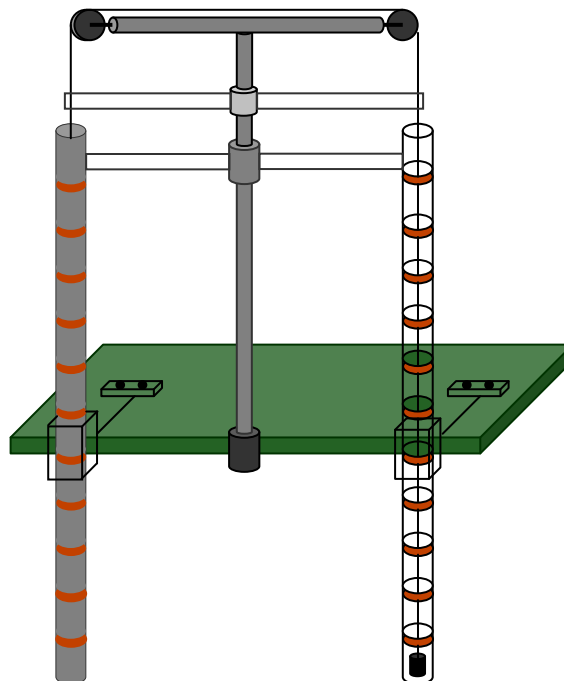


### II.3.-Caída de un imán por un tubo conductor y un tubo no conductor

El dispositivo experimental consiste en dos tubos, uno de aluminio (tubo conductor) y otro de metacrilato (tubo no conductor), y de dos poleas que permiten que un hilo con un imán encapsulado en un extremo y un contrapeso en el otro, pase por el interior de ambos tubos simultáneamente, como se puede observar en la figura 10. Cada tubo tiene arrolladas a lo largo del mismo, 11 bobinas de 200 espiras cada una, conectadas en serie entre sí y con una separación equidistante entre sus centros de 10 cm.

Mediante este montaje experimental determinaremos los pulsos de tensión inducidos por el paso del imán por cada bobina, lo que nos permitirá estudiar su movimiento.

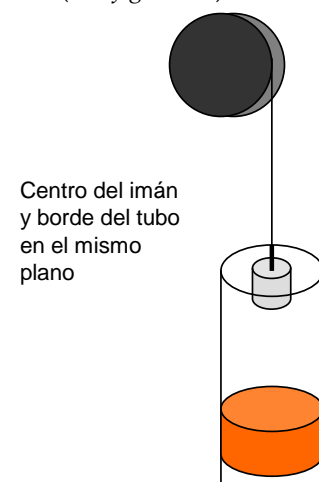
Antes de realizar cualquier medida conectad la salida de las bobinas de cada uno de los tubos a los canales del osciloscopio (mediante cables coaxiales), por ejemplo el tubo de metacrilato al CH1 y el de aluminio al CH2. El botón "ROLL" del osciloscopio deberá permanecer pulsado.



**Figura 10.-** Disposición de los tubos

Así en primer lugar haremos caer el imán por el **tubo de metacrilato**. Introducimos el extremo del hilo que lleva atado el imán encapsulado en el tubo de metacrilato, y el extremo del contrapeso en el tubo de aluminio. Una vez hecho esto, deslizamos el hilo por las poleas hasta que el *centro del imán encapsulado* se quede a la altura del borde superior del tubo de metacrilato (ver figura 11). Esto último es esencial, ya que necesitamos tener controlada la distancia que recorre el imán desde que lo soltamos, hasta que llega a la primera bobina.

Con el osciloscopio en el canal CH1, pulsad el botón "SINGLE" de forma que pasado un tiempo se observará que la pantalla del osciloscopio queda congelada. Seguidamente, a la vez que se suelta el imán desde la posición antes dicha, se ha de pulsar nuevamente el botón "SINGLE" para volverlo a pulsar mientras el imán cae; de esta forma conseguimos que en la pantalla del osciloscopio quede registrada la situación desde que hemos soltado el imán en el borde superior del tubo, hasta que atraviesa la última bobina. La figura que se observará, empezando por la izquierda, es un pequeño tramo en el que el



**Figura 11.-** Situación previa a la caída del imán por el tubo.

voltaje es nulo hasta que aparece el primer pulso; éste es justamente el tiempo que tarda el imán hasta alcanzar la primera bobina. Después ya aparecen los pulsos (11 en total), y se caracterizan por poseer cada vez mayor amplitud (en el eje de voltaje) y cada vez más juntos (en el eje de tiempos), como se corresponde al movimiento uniformemente acelerado del imán. Repetid, si es necesario, el proceso de caída del imán hasta conseguir una figura correcta en el osciloscopio, e imprimirla mediante la impresora del osciloscopio.

Podemos determinar la aceleración de caída del imán teniendo en cuenta que cada pulso posee un cero de voltaje (ver *figura 4*) que se corresponde con el paso del imán por el centro de la bobina. Mediremos en el osciloscopio el incremento de tiempo desde el extremo izquierdo de la figura al cero de voltaje de cada pulso ( $\Delta t_i$ ) (tiempo que tarda en pasar el imán por el centro de cada bobina); para realizar esta medida con precisión se utilizará la opción "XMAG" del osciloscopio (magnificación del eje horizontal). Dado que la distancia desde el extremo superior del tubo al centro de cada bobina es conocida ( $\Delta z_i$ ), la representación:  $\Delta z_i = f(\Delta t_i^2)$  nos permitirá determinar la aceleración de caída del imán.

Después haremos caer el imán por el **tubo de aluminio**. Ahora se introducirá el extremo del hilo que lleva atado el imán encapsulado, en el tubo de aluminio, y el extremo del contrapeso en el tubo de metacrilato. Se procederá a efectuar la caída del imán igual que en el caso anterior, ahora con el osciloscopio en el CH2. En este caso la figura que se observará en el osciloscopio, será una sucesión de pulsos (11 en total) que hacia al final serán prácticamente iguales en amplitud (voltaje) y estarán equiespaciados (eje temporal), como se corresponde al movimiento uniforme del imán cuando alcanza una velocidad límite. Dicha velocidad límite, la obtendremos experimentalmente midiendo el incremento de tiempo ( $\Delta t$ ) entre los ceros de voltaje de dos pulsos consecutivos una vez se ha alcanzado dicha velocidad. La distancia que se corresponde con este incremento de tiempo, sabemos que es la distancia entre los centros de dos bobinas consecutivas ( $l$ ), de manera que tendremos:

$$v_{\text{lim}} = \frac{l}{\Delta t} \quad (19)$$

Por otra parte, es posible determinar la velocidad del imán, a partir de los valores de la amplitud máxima (ó mínima) de los pulsos, una vez el imán ha alcanzado la velocidad límite. Dichos valores se pueden encontrar fácilmente, sin más que hacer la derivada de la expresión (12) e igualarla a cero; obteniendo el siguiente resultado:

$$V' = 0 \Rightarrow z = \pm \frac{R}{2} \quad (20)$$

$$V_{m\pm} = \pm \frac{24\mu_0 m N v_{\text{lim}}}{5^{5/2} R^2} \quad (21)$$

Por tanto se realizará una medida de la amplitud máxima (ó mínima) de los pulsos en los que se ha alcanzado la velocidad límite. De acuerdo con la expresión (21) podemos determinar también la velocidad límite con:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ NA}^{-2}$$

$m \equiv$  momento magnético del imán (obtenido en las dos experiencias anteriores)

$N \equiv$  nº de espiras de cada bobina (200 espiras)

$R \equiv$  radio medio de la bobina ((14±1) mm)

Por otra parte, teniendo en cuenta la fuerza magnética sobre el imán (ecuación 14) y la ecuación del movimiento del imán y contrapeso a través de las poleas (despreciando el momento de inercia de las mismas), se puede llegar a la siguiente expresión para la velocidad límite:

$$v_{lim}^{teo} = \frac{128(M_{im} - M_{con})g(8a^4)}{45\sigma\delta\mu_0^2m^2} \quad (22)$$

En donde:

$M_{im} = (13.18 \pm 0.02)$  g es la masa del imán (con la cápsula y la pieza de aluminio incluidas)

$M_{con} = (7.17 \pm 0.01)$  g es la masa del contrapeso (Este dato se puede verificar utilizando la balanza).

$g$  es la aceleración de la gravedad.

$a = (13.5 \pm 0.2)$  mm el radio medio del tubo conductor.

$\delta = (3.0 \pm 0.2)$  mm el grosor de pared del tubo.

$\sigma = (3.00 \pm 0.15) \times 10^7 \Omega^{-1}\cdot m^{-1}$  la conductividad del aluminio empleado en los tubos.

$m$  es el momento magnético del imán. Para este valor se puede utilizar el valor obtenido en los apartados anteriores.

Contrastad los resultados obtenidos para  $v_{lim}$  mediante (19), (21) y (22).

## BIBLIOGRAFÍA

- D. J. Griffiths, *Introduction to Electrodynamics* (Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1989) 2nd ed.
- J. R. Reitz, F. J. Milford, R. W. Christy, *Fundamentos de la teoría electromagnética* (Addison-Wesley Iberoamericana, S.A., Wilmington, Delaware, U.S.A, 1996) 4rt ed.
- Robert Kingman, S. Clark Rowland, and Sabin-Popescu "An experimental observation of Faraday's law of induction," *Am. J. Phys.* **70** (6), 595-598 (2002).
- C.S. MacLachy, P. Backman, and L. Bogan, "A quantitative magnetic breaking experiment," *Am. J. Phys.* **61**, 1096-1101 (1993).
- J.A. Manzanares, J. Bisquert, G. García-Belmonte, and M. Fernandez-Alonso, "An experiment on magnetic induction pulses," *Am. J. Phys.* **62**, 702-706 (1994).
- Juan Bisquert, Emilia Hurtado, Salvador Mafé, and José Pina, "Oscillations of a dipole in a magnetic field: An experiment," *Am. J. Phys.* **58** (9), 838-843 (1990) Erratum, *Am. J. Phys.* **59** (6), 567 (1991).