

PRÁCTICA N° 4: ESTUDIO DE TRANSITORIOS RC, RL y RLC

Objetivos: Utilización de un osciloscopio digital para estudiar los transitorios más sencillos.

Material: Osciloscopio digital e impresor gráfico, generador de baja frecuencia, componentes R, C (47nF) y L (bobina de 10000 espiras).

1. TRANSITORIOS RC, RL y RLC

Se entiende por "transitorio" de un circuito eléctrico el tiempo que transcurre desde la conexión o desconexión de algún componente hasta alcanzar el régimen estacionario de corrientes y diferencias de potencial. El caso que estudiaremos en esta práctica es el más usual consistente en la conexión o desconexión del generador:

Transitorio de conexión: $\varepsilon(t) = 0, t \leq 0$ y $\varepsilon(t) = \varepsilon, t > 0$ (1)

Transitorio de desconexión: $\varepsilon(t) = \varepsilon, t \leq 0$ y $\varepsilon(t) = 0, t > 0$

a) Transitorio RC: carga y descarga de un condensador

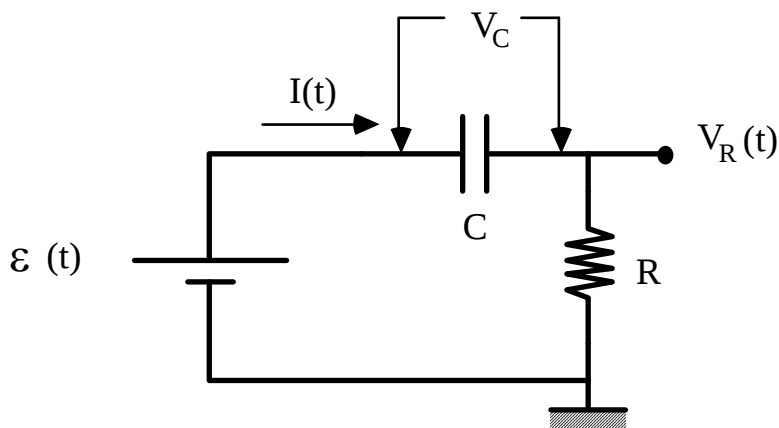


Figura 1

De acuerdo con la figura 1, nos planteamos calcular $I(t)$ al conectar o desconectar el generador en $t=0$. Suponemos para ello que el condensador se encuentra inicialmente descargado ($Q(t)=0$ y $V_C(t)=0$ en $t \leq 0$). Teniendo en cuenta la ley de Ohm y que la carga almacenada por el condensador en cada instante de tiempo es $Q(t)$, tendremos:

$$Q(t) = \int_0^t I \, dt \qquad V_C = \frac{Q}{C} \qquad (2)$$

Así pues, la diferencia de potencial proporcionada por el generador ($\varepsilon(t)$ definida en la ecuación 1, que indistintamente puede corresponder al transitorio de conexión o de desconexión) es igual, en cualquier instante de tiempo, a la diferencia de potencial en los bornes del condensador ($V_C(t)$) más la diferencia de potencial en los bornes de

la resistencia ($V_R(t)$), es decir, $\varepsilon(t) = V_C(t) + V_R(t)$. Derivando esta ecuación, y recordando que $V_R(t) = R I(t)$, encontramos que la corriente $I(t)$ que circula por el circuito satisface la siguiente ecuación diferencial:

$$R \frac{dI}{dt} + \frac{I}{C} = \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \quad (3)$$

La solución de dicha ecuación es:

$$I(t) = \pm \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = \pm \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/\tau} \quad (4)$$

donde el signo + corresponde al transitorio de conexión del generador, y el signo - al transitorio de desconexión. $\tau = RC$ es la constante de tiempo del transitorio RC.

En la ecuación anterior se ha considerado el caso ideal en el que toda la resistencia del circuito está concentrada en R. En realidad, el generador de fem suele tener una resistencia interna r que hay que tener en cuenta si no es pequeña comparada con el valor de R. En ese caso la corriente sería:

$$I(t) = \pm \frac{\varepsilon}{R+r} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{con } \tau = (R+r)C \quad (4)_{\text{bis}}$$

b) Transitorio RL: conexión y desconexión de una autoinducción

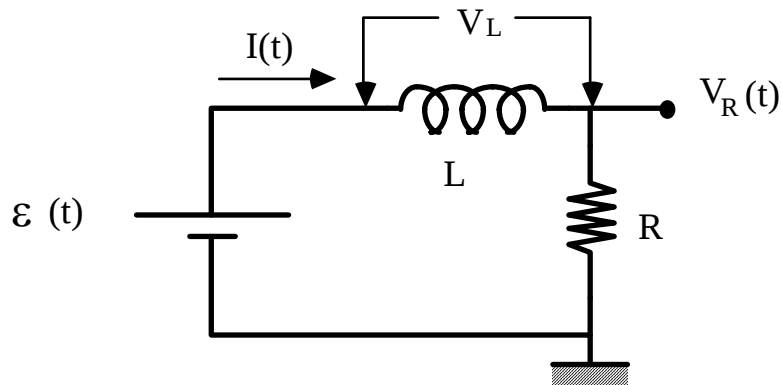


Figura 2

De acuerdo con la figura 2, nos planteamos ahora calcular la corriente $I(t)$ que circula al conectar o desconectar el generador en $t=0$. Teniendo en cuenta las características de una autoinducción, $V_L(t)$ será:

$$V_L = L \frac{dI}{dt} \quad (5)$$

Donde L es el coeficiente de autoinducción de la bobina. La tensión proporcionada por el generador ($\varepsilon(t)$ definida en la ecuación 1, que indistintamente puede corresponder al transitorio de conexión o de desconexión) es igual, en cualquier instante de tiempo, a la diferencia de potencial en los bornes de la bobina ($V_L(t)$) más

la diferencia de potencial en los bornes de la resistencia ($V_R(t)=R I(t)$), es decir, $\varepsilon(t)=V_L(t)+V_R(t)$. Por lo tanto, la corriente $I(t)$ satisface la siguiente ecuación diferencial:

$$L \frac{dI}{dt} + RI = \varepsilon(t) \quad (6)$$

La solución para el caso de conexión del generador es:

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{R} \left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}} \right) = \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-t/\tau}) \quad (7)$$

y para el caso de desconexión:

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{R} (1 - e^{-t/\tau}) \quad (8)$$

siendo $\tau = L/R$ en este caso la constante de tiempo del transitorio RL .

En realidad hay que considerar como en el apartado anterior la resistencia interna de la fem r , y sobre todo la resistencia de la bobina R_B . Si despreciamos el valor de r frente a R_B y R , podemos escribir como solución para el transitorio de conexión:

$$I(t) = \frac{\varepsilon}{R + R_B} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \text{ con } \tau = L/(R + R_B) \quad (7)_{\text{bis}}$$

c) Transitorio RLC serie: oscilaciones amortiguadas

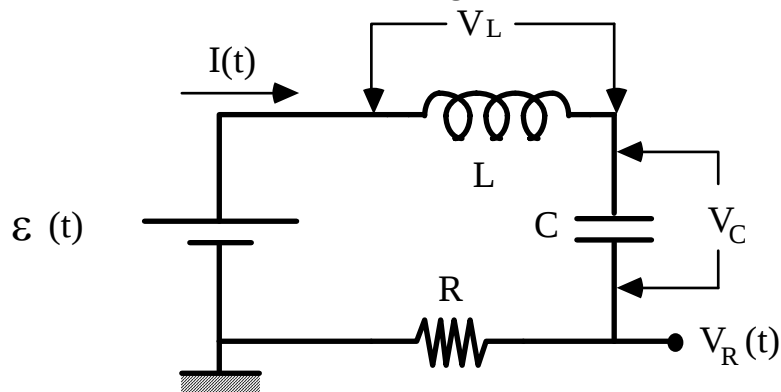


Figura 3

De acuerdo con la figura 3, nos planteamos calcular la corriente $I(t)$ que circula por el circuito al conectar o desconectar el generador. Igual que en los apartados anteriores, la tensión proporcionada por el generador ($\varepsilon(t)$ definida en la ecuación 1, que indistintamente puede corresponder al transitorio de conexión o de desconexión) es igual, en cualquier instante de tiempo, a la diferencia de potencial en los bornes de la bobina ($V_L(t)$), más la diferencia de potencial en los bornes del condensador ($V_C(t)$), más la diferencia de potencial en los bornes de la resistencia ($V_R(t)=R I(t)$), es decir, $\varepsilon(t)=V_L(t)+V_C(t)+V_R(t)$. Derivando esta ecuación, encontramos que la corriente $I(t)$ satisface la siguiente ecuación diferencial:

$$L \frac{d^2I}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{I}{C} = \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \quad (9)$$

cuya solución es:

$$I(t) = \pm \frac{\varepsilon}{L(\alpha_1 - \alpha_2)} \left(e^{\alpha_1 t} - e^{\alpha_2 t} \right) \quad (10)$$

donde la solución + corresponde al caso de conexión del generador y la solución - al caso de desconexión, y donde α_1 y α_2 son las raíces de la ecuación:

$$LC\alpha^2 + RC\alpha + 1 = 0 \quad (11)$$

$$\alpha_{1,2} = \frac{-RC \pm \sqrt{R^2C^2 - 4LC}}{2LC} \quad (12)$$

donde el signo + corresponde a α_1 , y el signo - corresponde a α_2 .

Si estas raíces resultan ser complejas, entonces se obtiene que la ecuación (10) se reduce a:

$$I(t) = \pm \frac{\varepsilon}{L\Omega} e^{-t/\tau} \sin \Omega t \quad (13)$$

siendo:

$$\Omega = \frac{\sqrt{4LC - R^2C^2}}{2LC} \quad \text{y} \quad \tau = 2L/R \quad (14)$$

lo que corresponde a una variación sinusoidal amortiguada exponencialmente con un tiempo característico τ . En los casos en que $R^2C^2 < 4LC$ se tendrá que $\Omega \cong \sqrt{1/LC}$, coincidiendo con la frecuencia propia de resonancia del circuito RLC serie.

En las expresiones (13) y (14) habrá que tener en cuenta el valor no despreciable de la resistencia de la bobina, y cambiar R por $(R+R_B)$.

2. MONTAJE EXPERIMENTAL

La figura 4 es el esquema del montaje experimental que nos va a permitir analizar los transitorios comentados anteriormente.

Los procesos de conexión y desconexión del generador se simulan mediante la función onda cuadrada del generador de funciones disponible. Dicha onda cuadrada genera un proceso de "conexión" cada vez que pasa de 0 voltios a V_0 , y uno de desconexión cuando pasa de V_0 a 0 voltios. El período de dicha onda cuadrada debe ser lo bastante largo para que se alcance el régimen estacionario entre conexión y desconexión, y por otra parte lo bastante corto para que se vea correctamente el transitorio en el osciloscopio. Los elementos usados en esta práctica han sido diseñados para que cumplan estos dos requisitos siempre que se trabaje a la frecuencia del generador (que define el periodo de la señal cuadrada proporcionada por el generador) indicada en cada caso.

Dado que el osciloscopio es en esencia un voltímetro, para observar $I(t)$ se medirá la diferencia de potencial $V_R(t)$ generada en la resistencia R, que resulta ser proporcional a $I(t)$ ($V_R(t) = R I(t)$).

La impedancia Z será distinta en cada caso: Z será igual al condensador para el transitorio RC, a la bobina para el transitorio RL, y a la bobina en serie con el condensador para el transitorio RLC.

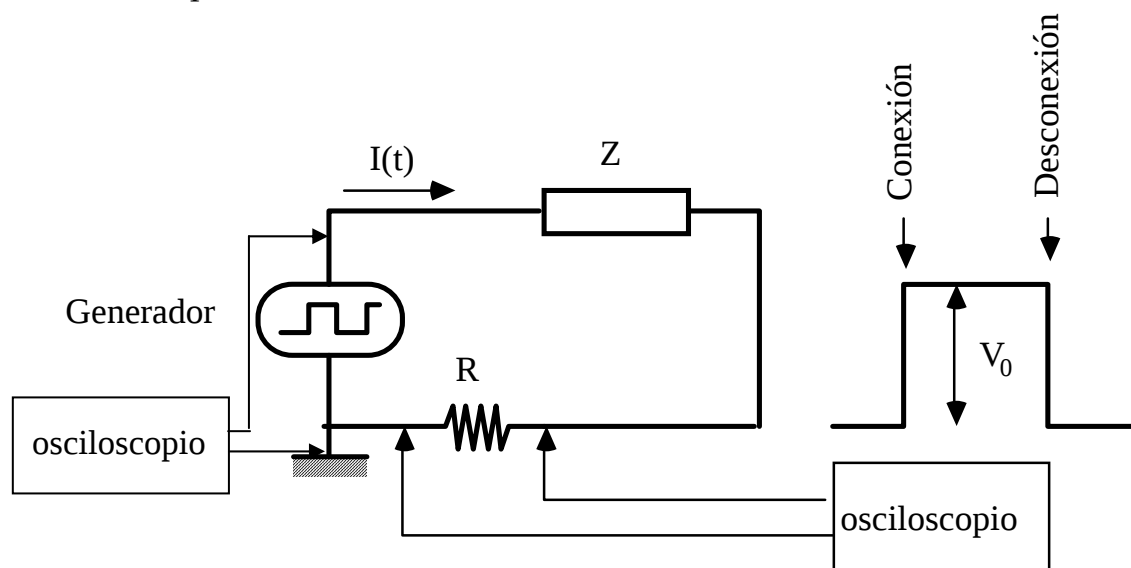


Figura 4

3. MEDIDAS

3.1. TRANSITORIO RC

Montar el circuito de la figura 1 ($R=470\ \Omega$ y $C=47\ \text{nF}$) de acuerdo con el esquema general de la figura 4 (la impedancia Z en este caso es el condensador). Si comparamos la señal del generador con la del transitorio (utilizando el modo dual, ver apéndice A: "Osciloscopio digital HM507"), se pueden hacer los ajustes necesarios para observar este último correctamente. Podremos ajustar la frecuencia del generador ($\sim 1000\ \text{Hz}$), la amplitud ε (V_0) y los controles del osciloscopio hasta obtener en su pantalla una imagen clara y grande del transitorio (figura 5). Se recomienda que el cero de V_R coincida con la línea horizontal más baja del retículo de la pantalla, y que se observe lo más ampliada posible la zona de variación exponencial, sin que la imagen se salga de escala. Si es necesario se puede ajustar la amplitud del generador para que el transitorio se vea lo más grande posible. **Medir el valor de ε** utilizando los cursores (ver apéndice A) **y anotar su valor**. Se medirá también el valor de la amplitud máxima del transitorio $V_{R\text{max}}$ (valor de V_R en $t = 0$) usando los cursores (ver apéndice A) y se anotará su valor. En la pantalla del osciloscopio se medirá a continuación el valor de τ , teniendo en cuenta que para $t = \tau$ la señal se atenúa en $1/e$. Para ello se utilizará el marcador V_t (V_t marker) desplazándolo por el transitorio hasta llegar al valor de $V_{R\text{max}}/e$ (ver apéndice A: medida de las coordenadas V - t de un punto de una señal), anotando el correspondiente valor de $t = \tau$, así como la incertidumbre del mismo (intervalo en el que se puede determinar).

Repetir la medida cambiando el valor de la resistencia ($R= 1.8\ \text{k}\Omega$ y $18\ \text{k}\Omega$). Observar cómo afecta el hecho de cambiar la resistencia al tiempo que se tarda en alcanzar el estado estacionario. En este caso el estado estacionario es una corriente nula (y por tanto V_R también nulo), ya que el condensador se comporta como un circuito abierto en corriente continua (ver ecuación (4)). Se apreciará que en cada

caso puede resultar conveniente reajustar los controles del osciloscopio e incluso bajar la frecuencia del generador para que el transitorio se imprima bien: observar que la frecuencia del generador está ligada con el tiempo entre la conexión y la desconexión que simulamos con el generador de señal, por lo que del valor de dicha frecuencia dependerá que la señal haya alcanzado el estado estacionario, y en consecuencia que podamos separar los dos transitorios de conexión y desconexión.

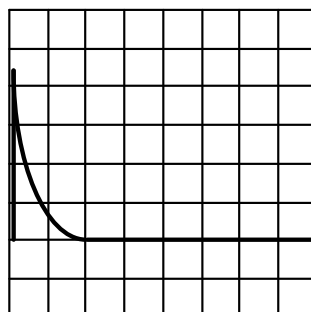


Figura 5. Conexión de un circuito RC

3.2. TRANSITORIO RL

Montar el circuito de la figura 2 ($R=470\ \Omega$ y la bobina de 10000 espiras) de acuerdo con la figura 4 (la impedancia Z en este caso es la bobina). Utilizar, como en el caso anterior, el canal libre del osciloscopio para visualizar la señal del generador. Ajustar la frecuencia del generador ($\sim 20\text{ Hz}$), la amplitud y los controles del osciloscopio para obtener una imagen clara (figura 6). A frecuencias bajas habrá que realizar un ajuste manual del nivel de trigger (mando LEVEL) para estabilizar la imagen en la pantalla. Una alternativa es utilizar el control de sincronismo externo: para ello debe conectarse un cable coaxial entre la salida marcada TTL del generador de funciones y el borne "TRIG.EXT" del osciloscopio. A continuación hay que seleccionar el modo de control de trigger externo. Para ello hacer una pulsación larga del botón TRIG. SOURCE (entre los dos mandos VOLTS/DIV) y luego una pulsación corta. Aparece un menú en la pantalla con las opciones Y1,Y2, ext, y alt. Haremos pulsaciones cortas del botón TRIG. SOURCE hasta seleccionar la opción "ext". Veremos las señales de los dos canales en pantalla. Pulsaremos en el botón CHI ó CHII para dejar únicamente la del transitorio. Ajustar las escalas y los desplazamientos horizontal y vertical, de manera que el transitorio empiece en el punto inferior izquierda del retículo de la pantalla ($V_R=0$) y para que la zona de variación exponencial se observe lo más ampliada posible sin que la imagen se salga de la pantalla. Por comodidad se puede ajustar ε para que el valor máximo del transitorio coincida con un número exacto de divisiones. Medir el valor de ε para las comprobaciones posteriores. Medir también la amplitud máxima del transitorio $V_R^{\max}$ (V_R cuando $t \rightarrow \infty$). Usar en ambos casos la medida con cursores (Apéndice A) y anotar los valores correspondientes. A continuación se medirá en la pantalla del osciloscopio el valor de τ . Para ello hay que tener en cuenta que en este caso para $t = \tau$, V_R alcanza un valor aproximado de un 60% de su valor máximo (ecuación 7_{bis}). Utilizando el marcador V_t como en el apartado anterior, nos desplazaremos por el transitorio hasta llegar al punto en el que la señal vale $0,6V_R^{\max}$, anotando el correspondiente valor de $t = \tau$.

Repetir la medida cambiando la resistencia ($R = 1.8 \text{ k}\Omega$ y $18 \text{ k}\Omega$). Observar cómo afecta el hecho de cambiar la resistencia al tiempo que se tarda en alcanzar el estado estacionario. En este caso el estado estacionario para el transitorio de conexión es una corriente continua constante (ver ecuación (7)), y para el de desconexión es una corriente nula (ver ecuación (8)), ya que una bobina (sin resistencia interna) es un cortocircuito en régimen permanente de corriente continua. Se apreciará que en cada caso puede resultar conveniente reajustar los controles del osciloscopio e incluso bajar la frecuencia del generador para que el transitorio se imprima bien: observar que la frecuencia del generador está ligada con el tiempo entre la conexión y la desconexión que simulamos con el generador de señal, por lo que del valor de dicha frecuencia dependerá que la señal haya alcanzado el estado estacionario, y en consecuencia que podamos separar los dos transitorios de conexión y desconexión.

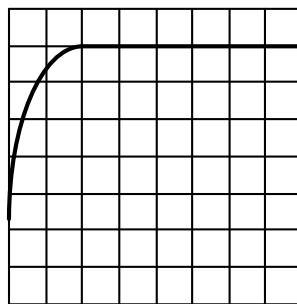


Figura 6. Conexión de un circuito RL

3.3. TRANSITORIO RLC

Montar el circuito de la figura 3 (con $R = 470 \Omega$), de acuerdo con el montaje de la figura 4 (la impedancia Z es el condensador conectado en serie con la bobina). En el segundo canal del osciloscopio mediremos la señal del generador. Ajustar la frecuencia del generador ($\sim 18 \text{ Hz}$) y los demás controles para obtener una imagen clara del transitorio (figura 7). De nuevo, en este caso, puede ser una ayuda emplear la opción del osciloscopio de control de sincronismo exterior utilizada en el apartado anterior. Conviene centrar el transitorio: para ello podemos utilizar la opción GRD (ó GD) del canal correspondiente del osciloscopio para centrar la señal de barrido en la pantalla (ver apéndice A). Ajustaremos el inicio del transitorio a la izquierda, y las escalas horizontal y vertical para ver lo más ampliada posible la zona de oscilaciones. Si es necesario retocar la amplitud del generador, midiendo y anotando su valor. Medir el periodo T usando los cursores verticales (ver apéndice A). A continuación medir las coordenadas (V, t) de los máximos y los mínimos, usando el V_t marker (Apéndice A).

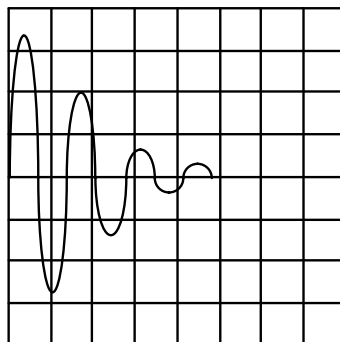


Figura 7. Conexión de un circuito RLC

Repetir las medidas cambiando la resistencia ($R=1.8\text{ k}\Omega$ y $18\text{ k}\Omega$). Observar como afecta el hecho de cambiar la resistencia al tiempo que se tarda en alcanzar el estado estacionario (en este caso el estado estacionario es una corriente igual a 0, ya que un condensador no "deja" pasar la corriente continua). Se apreciará que en cada caso puede resultar conveniente reajustar los controles del osciloscopio e incluso bajar la frecuencia del generador para que el transitorio se vea bien: observar que la frecuencia del generador está ligada con el tiempo entre la conexión y la desconexión que simulamos con el generador de señal, por lo que del valor de dicha frecuencia dependerá que la señal haya alcanzado el estado estacionario, y en consecuencia que podamos separar los dos transitorios de conexión y desconexión.

4. CUESTIONES

- a) A partir de la constante de tiempo τ medida para el transitorio RC, obtener C, conocido el valor de R y comparar con el valor nominal. Analizar cómo varía τ con el valor de R. Ver la cuestión (d). Calcular el valor de la amplitud máxima del transitorio ($V_R^{\max}$) a partir del valor medido de ε , teniendo en cuenta la ecuación 4_{bis}. Comparad dicho valor con el medido directamente en la pantalla del osciloscopio.
- b) Para el transitorio RL, deducir el valor de L a partir de la constante de tiempo τ medida experimentalmente. Analizar cómo varía τ con el valor de R. Calcular el valor de la amplitud máxima del transitorio ($V_R^{\max}$) a partir del valor medido de ε , teniendo en cuenta la ecuación 7_{bis}. Comparad dicho valor con el medido directamente en la pantalla del osciloscopio.
- c) Analizar el transitorio RLC con las ecuaciones (13) y (14). Tomar en cuenta el valor de L deducido del apartado anterior para comprobar el valor de la frecuencia angular de oscilación Ω y el del amortiguamiento exponencial de las oscilaciones. Observar que la frecuencia de oscilación se puede medir a partir del periodo de las oscilaciones T ($\Omega=(2\pi)/T$), y que la constante de amortiguamiento τ se puede medir utilizando la envolvente de los máximos y mínimos de la curva. Para ello se puede representar el logaritmo neperiano de los valores máximos y mínimos (en módulo) de V en función de t (escala semilogarítmica), y del ajuste se pueden obtener los parámetros característicos. Analizar el papel de la resistencia R. ¿Hay algún valor de R para el que se produce amortiguamiento crítico o sobreamortiguamiento? Comentar, teniendo en cuenta la ecuación (14).
- d) Tomar en cuenta el hecho de que el generador de onda cuadrada no es ideal y tiene una impedancia interna de $50\text{ }\Omega$, lo que significa que debe considerarse la presencia de una resistencia suplementaria de $50\text{ }\Omega$ en serie con los demás elementos.

APÉNDICE A: OSCILOSCOPIO DIGITAL HM507

Desde un punto de vista práctico, un osciloscopio digital funciona esencialmente como un osciloscopio normal analógico, con la posibilidad extra de congelar la imagen dado que la misma puede memorizarse.

El osciloscopio HM507 puede funcionar en modo analógico o digital. En primer lugar nos aseguraremos de seleccionar el modo analógico. Una pulsación prolongada del mando "STOR. ON" conmuta de analógico a digital y viceversa. En el modo digital la visualización en pantalla es más brillante y aparece información adicional.

- Visualización de una o dos señales V(t):

Conectaremos la señal a uno de los canales de entrada, por ejemplo el canal I (INPUT CHI) y haremos una pulsación corta de CHI. A continuación se pueden ajustar las escalas horizontal (VOLTS/DIV) y vertical (TIME/DIV), así como los desplazamientos vertical (Y.POS/CURS.I) y horizontal (X.POS.) para visualizar cómodamente la señal en pantalla. En caso de dificultad para hacer el ajuste, se puede utilizar la opción AUTOSET, y a continuación hacer los retoques manuales que sean necesarios.

Una pulsación corta de CHII nos permitirá visualizar la señal conectada al canal II (INPUT CHII), pudiendo hacer el mismo tipo de ajustes indicados en el párrafo anterior.

En esta práctica hay que asegurarse de seleccionar en cada canal de entrada la opción DC. Para ello hacer una pulsación corta del botón AC/DC/GND que hay al lado de cada uno de los canales de entrada. Aparece en la pantalla parte inferior izquierda) las opciones DC, AC y GND. Cada pulsación permite pasar de una a otra. En la opción DC el osciloscopio representa la señal de entrada sin modificarla. La opción AC filtra la componente de continua que pueda tener la señal de entrada. Y por último la opción GND conecta el canal a tierra, lo que es equivalente a desconectar la señal. Esta opción permite centrar el nivel de cero utilizando los mandos Y-POS. correspondientes. En esta práctica se seleccionará la opción DC.

Para visualizar las dos señales simultáneamente hacer una pulsación corta de DUAL MENU. Una vez tenemos en pantalla las dos señales simultáneamente. Si se pulsa de nuevo DUAL MENU aparecen en la pantalla tres opciones: dual, add y XY. La primera visualiza simultáneamente las dos señales, la segunda la suma de las señales y la tercera corresponde al modo XY. Para volver a visualizar la señal de un solo canal basta con hacer una pulsación corta de CHI ó CHII.

- Medida de amplitud utilizando cursores:

En primer lugar hacer una pulsación prolongada de SELECT (debajo de la pantalla) hasta que aparezca el tipo de medida y valor en la parte superior derecha de la pantalla. A continuación hacer una pulsación corta de MEASURE (debajo de la pantalla). Aparecerá en la pantalla el menú CURSOR MEASURE con las posibilidades de medida. Desplazarse por el menú, utilizando los botones correspondientes a las flechas, hasta la opción ΔV , y pulsar el botón correspondiente a "Set" para seleccionar la opción y volver a la pantalla inicial. Aparecerán en

pantalla dos líneas horizontales. Pulsar el botón CURSOR POS (se iluminará el led correspondiente). Podemos desplazar cada línea con los mandos CUR.I y CURS.II (justo encima de los respectivos VOLTS/DIV) hasta hacerlas coincidir con los extremos de la señal que se quiere medir, cuyo valor aparece en la parte superior derecha de la pantalla. Para eliminar los cursores y volver al modo anterior hacer una pulsación prolongada de SELECT.

- Medida de un intervalo de tiempo

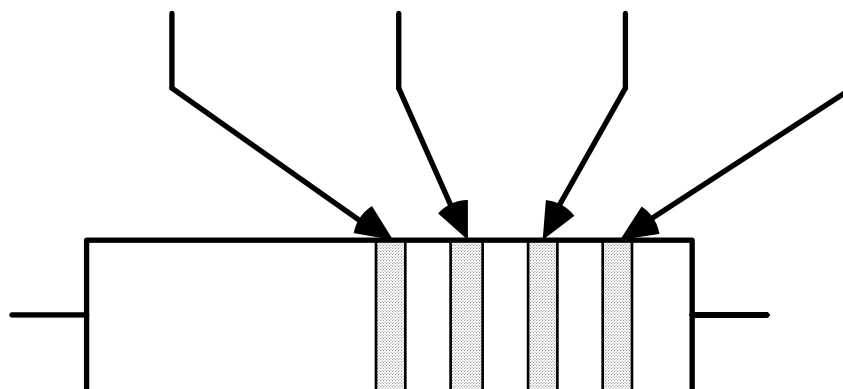
Podemos medir el intervalo de tiempo entre puntos de la señal (por ejemplo para determinar el periodo). En primer lugar haremos una pulsación prolongada de SELECT y a continuación una corta de MEASURE. Seleccionaremos la opción Δt en el menú que aparece en pantalla, pulsando finalmente la opción "Set" para seleccionar y salir del menú. Aparecerán en pantalla dos líneas verticales. Como antes, pulsando el botón CURSOR POS, podremos desplazar las líneas independientemente con los mandos CURS. I y CURS. II. El tipo de medida y su valor está indicado en la parte superior derecha de la pantalla. Para eliminar los cursores y volver al modo anterior hacer una pulsación prolongada de SELECT.

- Medida de las coordenadas V-t de un punto de una señal:

El osciloscopio HM507 nos permite determinar las coordenadas (V,t) de un punto de una señal, desplazando un cursor a lo largo de dicha señal. Para ello, en primer lugar haremos una pulsación prolongada de SELECT y a continuación una corta de MEASURE. Seleccionaremos la opción Vt Marker en el menú, pulsando la opción "Set" para seleccionar y salir. Aparece sobre la señal un marcador en forma de "diana". Para desplazar el marcador a lo largo de la señal pulsar el botón CURSOR POS y después girar el mando CURS. I. En la parte superior derecha de la pantalla tenemos indicación del tipo de medida (mkr, en este caso) así como del valor de la amplitud (V) o del tiempo (t) en ese punto. Cambiaremos de un valor al otro con una pulsación corta de UNIT (bajo de la pantalla). Después de anotar los valores de las coordenadas (V,t) que nos interesen podremos volver a la pantalla anterior con una pulsación prolongada de SELECT.

APÉNDICE B: CÓDIGO DE COLORES PARA RESISTENCIAS

COLOR	1º dígito	2º dígito	factor	tolerancia
plata	-	-	10^{-2}	$\pm 10\%$
oro	-	-	10^{-1}	$\pm 5\%$
negro	-	0	10^0	-
marrón	1	1	10^1	-
rojo	2	2	10^2	-
naranja	3	3	10^3	-
amarillo	4	4	10^4	-
verde	5	5	10^5	-
azul	6	6	10^6	-
violeta	7	7	10^7	-
gris	8	8	10^8	-
blanco	9	9	10^9	-



El valor resultante al aplicar este código de colores viene dado en ohmios.

PRÁCTICA N° 5: MEDIDA DE LA PERMITIVIDAD DIELECTRICA

Objetivos: Medida de permitividades dieléctricas en baja frecuencia mediante un circuito resonante.

Material: Generador de baja frecuencia con frecuencímetro, osciloscopio, condensador plano rellenable de 255 mm de diámetro, caja de condensadores calibrados (10^5 - 10^2 pF), condensador variable calibrado (40-140 pF ó rango similar), bobina, resistencia de $47\ \Omega$, láminas de dieléctrico y cables coaxiales.

1. INTRODUCCIÓN

Los métodos de medida de permitividades dieléctricas estáticas, en baja frecuencia, en radiofrecuencia y en microondas, consisten en esencia en la medida de la capacidad de un condensador construido con el material a estudiar. Para frecuencias superiores del espectro electromagnético, las correspondientes al infrarrojo, al visible y al ultravioleta, los métodos de medidas son distintos y consisten básicamente en la medida de la transmitancia y reflectancia del material.

La presente práctica se ciñe al desarrollo de un método de medida de permitividades dieléctricas en baja frecuencia. El fundamento de la técnica de medida es la determinación de la variación de capacidades que se produce en un condensador al rellenarlo con un material dieléctrico. Para medir estas variaciones de capacidad puede emplearse un puente de impedancias, o bien un circuito resonante. Esta segunda opción es la que se empleará en esta práctica, y es la técnica que de forma usual se utiliza cuando las medidas se realizan en radiofrecuencia y microondas, si bien en estos casos el circuito resonante puede reducirse a una cavidad resonante.

El circuito resonante que se va a utilizar es un circuito serie RLC. En primer lugar mediremos los valores del condensador en vacío, y en segundo lugar mediremos la permitividad dieléctrica del material plástico disponible.

La utilización de un circuito resonante para la medida de capacidades se fundamenta en la dependencia de la frecuencia de resonancia con el valor de la capacidad. En nuestro caso, para un circuito RLC serie, se cumple la relación:

$$\omega_R^2 = 1/(LC) \quad (1)$$

En esencia, el problema se reduce a la medida de ω_R . Para ello, o bien se mide la amplitud de la corriente, que para $\omega = \omega_R$ debe ser máxima, o bien se mide el desfase entre la corriente y la tensión aplicada, que para $\omega = \omega_R$ debe ser nulo. **Este segundo método es el que emplearemos en esta práctica, utilizando la configuración XY del osciloscopio.**

ANTES DE EMPEZAR, LEER ATENTAMENTE EL APENDICE: MANEJO DEL CONDENSADOR CON SEPARACIÓN VARIABLE.

2. CARACTERIZACIÓN DEL CONDENSADOR PLANO Y MEDIDA DE ϵ_0

El desarrollo posterior de la práctica requiere conocer el valor de la capacidad C_0 del condensador disponible de placas plano-parallelas en función de la separación entre placas d , con aire como dieléctrico. Para ello montaremos el circuito de la figura 1 fijando la frecuencia del generador en un valor dado, por ejemplo 50 KHz.

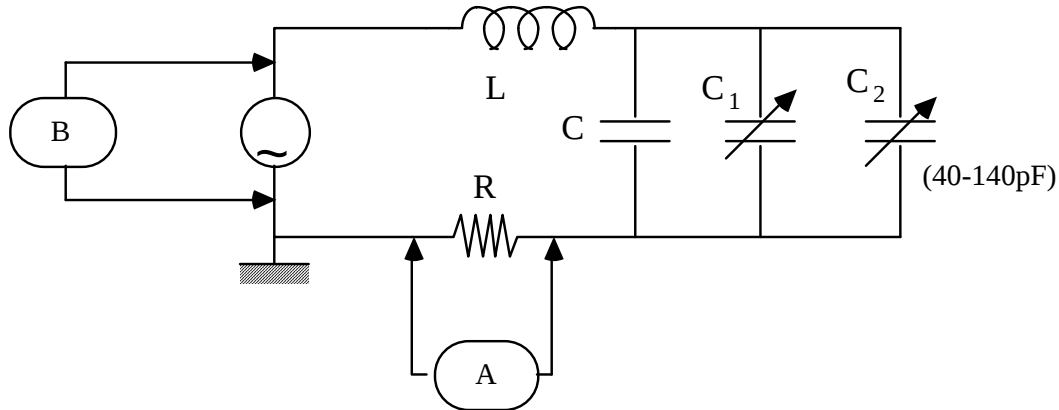


Figura 1

Los condensadores C_1 y C_2 serán, respectivamente, la caja de capacidades calibradas y el condensador variable calibrado de 40-140 pF (ó rango similar); la suma de ambos la llamaremos C'_0 (Recordemos que la capacidad equivalente de varios condensadores en paralelo es la suma de las capacidades de dichos condensadores). Dado que el rango de C_2 es el más pequeño (ajuste fino) podemos considerar únicamente la incertidumbre de C_2 . La capacidad total del circuito resonante será $K=C_0+C'_0$, siendo ahora la frecuencia de resonancia $\omega_R^2=1/(LK)$. Téngase en cuenta que la incertidumbre en la capacidad total no viene determinada, en general, por la sensibilidad de C_2 , sino por el margen o rango de capacidad en el que se observa la resonancia (elipse degenerada en recta). K se determina midiendo C'_0 cuando $C_0=0$, o sea desconectando ambos bornes del condensador C . A continuación, manteniendo fija la frecuencia del generador, cambiaremos la separación d (1, 1.1, 1.2, 1.3, 1.5, 1.7, 2, 2.5, 3, 3.5, 4, 5, 7, 10, 20, 40 mm), y ajustaremos en cada caso C'_0 para que la frecuencia aplicada sea la de resonancia. Es decir, al variar la separación d cambiamos C_0 , por lo que deberemos modificar C'_0 para "compensar" dicha variación, de tal forma que la capacidad total K permanezca constante (y haga resonar el circuito a 50 KHz). Con ello conseguiremos que para cada separación d , la capacidad total permanezca constante: $C_0+C'_0=K$. Tened en cuenta que puede haber un desplazamiento de cero en el valor de la distancia entre placas. Puede ocurrir que al cerrar completamente las placas la distancia marcada no sea cero, o bien que cuando la distancia es cero hay una cierta separación entre placas (quizás por falta de paralelismo). Este desplazamiento del cero hay que considerarlo (sumando o restando una cierta distancia d_0 a las separaciones d) ya que puede afectar sobre todo a las medidas para separaciones muy pequeñas. En última instancia, se pueden eliminar las medidas para distancias pequeñas, si no se consigue una buena compensación de dicho desplazamiento.

3. MEDIDA DE LA PERMITIVIDAD DIELECTRICA

En este apartado vamos a medir la permitividad dieléctrica relativa (ϵ_r) del medio material de las láminas dieléctricas mediante dos procedimientos.

El primer método es idéntico al del apartado 2. Realizar, en primer lugar, la medida de ϵ_r siguiendo el mismo procedimiento que se siguió en el apartado anterior para medir ϵ_0 , pero rellenando el condensador con las láminas dieléctricas a medida que vamos cambiando la distancia d (Cuando se rellena el condensador variable con las láminas dieléctricas, deberemos rellenar completamente dicho condensador, es decir, deberemos insertar el número necesario de láminas para que entre las dos placas del condensador “no quede espacio con aire”). Medir C para todas las separaciones d posibles (número de láminas = 1, 2, 3, etc.).

El segundo método es diferente, y se realiza en los siguientes pasos:

- 1) Con el condensador vacío (sin láminas dieléctricas), y a una distancia d constante, ajustar la capacidad C'_0 que hace que el circuito resuene a 50 KHz. (Igual que antes, la capacidad total del circuito es $K=C_0+C'_0$).
- 2) Rellenar el condensador con dieléctrico (las láminas dieléctricas deben rellenar completamente el espacio entre placas, sin modificar la distancia d). Repetir la operación del paso 1), determinando ahora la capacidad C' que hace resonar el circuito a 50 KHz (También se cumplirá $K=C+C'$, puesto que la frecuencia de resonancia no ha cambiado).
- 3) Calcular el incremento $\Delta C' = C'_0 - C'$.

4. CUESTIONES

- a) Tomar las medidas de la capacidad de la sección 2 (condensador plano vacío) y representar $C=K-C'$ en función de $1/d$. Se obtendrá una función lineal del tipo:

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{d} + C_\infty \quad (6)$$

siendo C_∞ la capacidad remanente para $d=\infty$ y $C_0=\epsilon_0 S/d$, la capacidad debida a las placas del condensador. La pendiente de esta gráfica nos permite también deducir el valor de ϵ_0 . Comparar dicho valor con el valor teórico.

- b) Repetir el análisis anterior con las medidas de la sección 3 (primer método) y deducir el valor de la permitividad dieléctrica del material. En este caso deduciremos $\epsilon=\epsilon_0\epsilon_r$ (ya que la capacidad de un condensador de placas plano-paralelas relleno de un dieléctrico de constante ϵ es $C_0=\epsilon S/d$), por lo que podremos obtener ϵ_r .
- c) A partir de $\Delta C'$ medido en la sección 3 (segundo método), encontrar la permitividad dieléctrica relativa de las láminas (para $f = 50$ kHz) teniendo en cuenta que:

$$\epsilon_r = 1 + \frac{\Delta C'}{C_0(d)} \quad (7)$$

donde $C_0(d)$ es la capacidad del condensador con aire para la distancia d que hemos usado (Esta función ya ha sido deducida en la cuestión a)).

- d) Comparar los valores de la permitividad dieléctrica relativa obtenida en los apartados b) y c).

APENDICE: Manejo del condensador con separación variable

El condensador de placas plano-paralelas utilizado en esta práctica dispone de un tornillo micrométrico, que permite variar la separación entre placas de 0 a 90 mm, con una sensibilidad de décimas de milímetro, realizando la lectura sobre una escala con nonius. **ES MUY IMPORTANTE SEÑALAR QUE EL RECORRIDO MICROMÉTRICO ES SÓLO DE 20 MM.** Esto no quiere decir, sin embargo, que no se pueda variar la distancia entre placas de forma micrométrica en todo el rango (0-90 mm). Para aumentar la separación entre placas hay que girar la manivela correspondiente en sentido antihorario, y al revés en caso contrario. Dado un sentido de avance, una vez se llegue al final del recorrido micrométrico, la manivela se bloquea. **NO FORZAR NUNCA LA MANIVELA.** En ese momento lo que se debe hacer es desbloquear el tornillo lateral, que se encuentra al lado del nonius, y girar la manivela en sentido contrario al del avance que se estaba realizando, hasta que de nuevo se bloquee, **SIN LLEGAR A FORZAR.** De esta manera, se recupera el recorrido micrométrico de 20 mm, sin modificar la separación entre placas. Durante esta operación no tocar la placa móvil, porque se puede modificar su posición. A continuación, bloquearemos el tornillo lateral, y ya podemos continuar el avance en el sentido inicial. Si se quiere variar la distancia con pasos grandes, o bien se quiere abrir o cerrar el condensador desde una posición extrema a otra, se puede hacer un desplazamiento manual de la placa móvil, sin necesidad de hacer todo el recorrido con paso micrométrico. Para ello, basta con desbloquear el tornillo lateral, mover manualmente la placa hasta la posición deseada y volver a bloquear el tornillo lateral, para fijar dicha posición.

PRÁCTICA N° 6: CICLOS DE HISTÉRESIS DE MATERIALES FERROMAGNÉTICOS.

Objetivos: Medida de los ciclos de histéresis de un medio ferromagnético, observación de la saturación de la imanación, y medida de la energía de imanación. Manejo de un vatímetro.

Material: Osciloscopio digital e impresor gráfico, autotransformador variable 0-50 V, amperímetro, voltímetro, vatímetro, transformador (bobinas de diferente número de espiras), núcleo ferromagnético laminado de sección 3,6 cm² y longitud media 29 cm, y circuito RC integrador, generador de señal sinusoidal, polímetros, resistencias.

1. INTRODUCCIÓN

Entre las propiedades de un **medio ferromagnético** cabe destacar:

- Una relación no lineal entre B y H , lo que impide poder utilizar el concepto usual de permeabilidad magnética.
- La posibilidad de obtener campos magnéticos elevados con relativa facilidad, observándose un fenómeno de saturación.
- Una relación $B(H)$ con histéresis, que puede dar lugar a una imanación remanente que permite la construcción de imanes permanentes.

Por ello, cuando se plantea estudiar las características de un medio ferromagnético, lo fundamental es conseguir medir cómo varía el campo magnético B generado en su seno en función del campo H aplicado. Dicha medida da lugar a una gráfica (figura 1) que es la característica $B(H)$ o **ciclo de histéresis** del material.

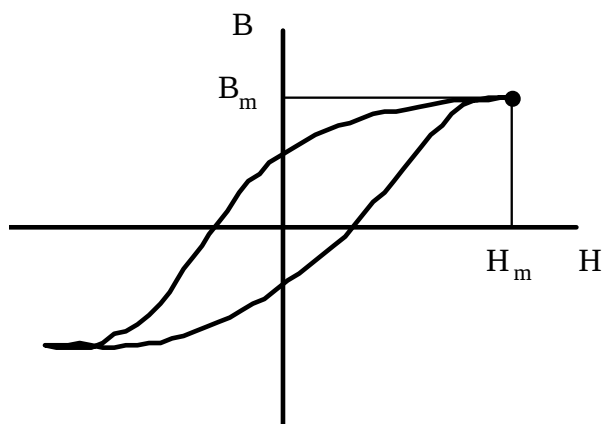


Figura 1

Los parámetros fundamentales que analizaremos a partir de dicha gráfica son:

- Las coordenadas del extremo del ciclo (H_m , B_m), cuya medida para varios H_m permite observar la saturación del medio y deducir el máximo valor de la imanación M obtenible.
- El área del ciclo, que resulta ser la energía por unidad de volumen necesaria para imanar y desimanar el material en un ciclo.

2. MONTAJE EXPERIMENTAL

Montar el circuito de la figura 2. La corriente alterna (50 Hz) que alimenta la bobina del primario se controla mediante el autotransformador variable de 50 V. Observar que el valor de la intensidad **no debe sobrepasar 0.5 A** para no dañar el

vatímetro. Es muy importante no olvidar la resistencia $R_L = 33 \Omega$, que sirve para limitar la corriente que circula por el circuito. Esta resistencia debe estar colocada tal y como se muestra en la figura 2, es decir, antes del vatímetro, de manera que no afecte a la lectura del mismo. Se dispone de un amperímetro para medir la intensidad eficaz de alimentación, un voltímetro para medir la ddp eficaz aplicada, y un vatímetro para medir la potencia media consumida por la imanación del material ferromagnético.

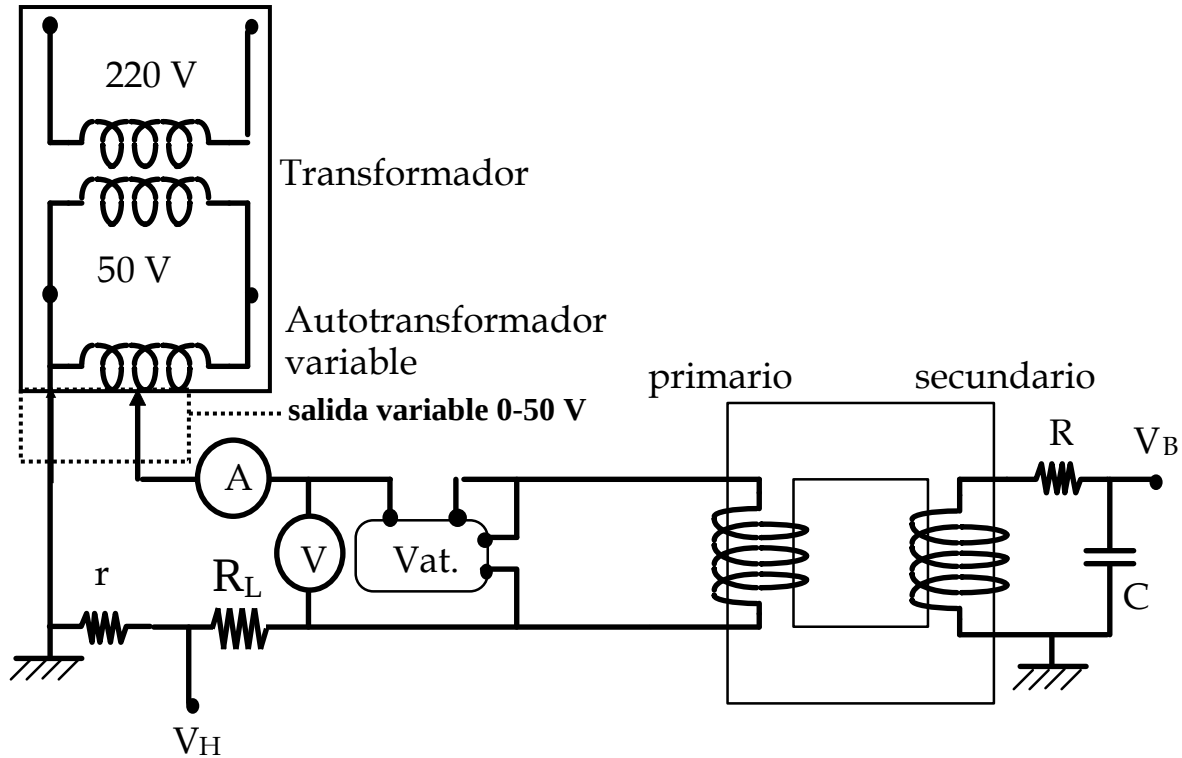


Figura 2

El primario generará un campo H que seguirá las variaciones de la intensidad aplicada, de acuerdo con la expresión:

$$H(t) = \frac{N_p}{L_m r} V_H(t) \quad ; \quad V_H(t) = r I(t) \quad (1)$$

siendo: $N_p = 400$, número de espiras del primario; $L_m = 29 \text{ cm}$, longitud media del núcleo ferromagnético y $r = 1 \Omega$ la resistencia para medir V_H .

El campo B generado se medirá mediante la tensión V_B del integrador RC:

$$B(t) = \frac{RC}{N_s S} V_B(t) \quad (2)$$

siendo: $R = 18 \text{ k}\Omega$; $C = 6,8 \mu\text{F}$; $N_s = 200$, número de espiras del secundario y

$S = 3,6 \text{ cm}^2$, área de la sección transversal del núcleo en el secundario.

Las diferencias de potencial V_H y V_B se conectarán al osciloscopio con la configuración XY de forma que correspondan a los ejes X e Y, respectivamente.

Antes de conectar la alimentación comprobar el montaje con un profesor del laboratorio.

3. MEDIDAS

Observar en primer lugar la forma de los ciclos de histéresis en la pantalla del osciloscopio, variando la intensidad aplicada (**No sobrepasar en ningún caso 0.5 A**). Centrar con cuidado los ciclos en la pantalla del osciloscopio. Construir la siguiente tabla con una decena de puntos. Imprimir únicamente el ciclo mayor, correspondiente a la corriente máxima (el más próximo a la saturación), de acuerdo con el Apéndice "Osciloscopio digital e impresor gráfico". Leer, así mismo, el Apéndice "Cursores del osciloscopio HM408", y medir V_{Hm} y V_{Bm} para cada ciclo, valores que permitirán calcular H_m y B_m , respectivamente. Los valores de V_{Hm} y V_{Bm} corresponden con las amplitudes de $V_H(t)$ y $V_B(t)$ y por lo tanto se medirán en el modo normal (no en el modo XY en el que se visualizan los ciclos), como es habitual a partir de la amplitud de pico a pico y dividiendo por 2.

Número de ciclo	I	V	V_{H_m}	V_{B_m}	Potencia	Observaciones

Elegir los puntos de la tabla en función del valor de la intensidad de forma que se repartan uniformemente entre 0 amperios y la intensidad máxima (que en todo caso **será inferior a 0.5 A**).

4. CUESTIONES

- Calcular a partir de V_{Hm} y V_{Bm} los valores H_m y B_m (mediante las ecuaciones (1) y (2)), y construir una gráfica de B_m en función de H_m . Extrapolar dicha curva para estimar la imanación de saturación del material.
- Representar la potencia consumida en cada ciclo en función de B_m en escalas logarítmicas, y deducir el coeficiente α experimental: $P \propto B_m^\alpha$, comprobando la validez de esta ecuación fenomenológica.
- Tomar el ciclo mayor y calcular gráficamente su área, A (ver Apéndice: "Medida gráfica del área del ciclo de histéresis"). Dicha área determina la energía consumida en un ciclo por unidad de volumen del material. Para expresar el área en unidades del sistema internacional (J/m^3), habrá que tener en cuenta la relación entre H y V_H (ecuación 1), así como la de B y V_B (ecuación 2). Así pues, podremos calcular la potencia consumida en el ciclo como:

$$P = A \cdot V \cdot f, \text{ siendo } V \text{ el volumen del núcleo y } f \text{ la frecuencia (50 Hz)}$$

Se puede comprobar la consistencia de este resultado con el valor de la potencia medida con el vatímetro.

APÉNDICE: OSCILOSCOPIO DIGITAL E IMPRESOR GRÁFICO

Un osciloscopio digital funciona esencialmente como uno analógico, con la posibilidad extra de congelar la imagen dado que la misma puede memorizarse. Los controles suplementarios de que dispone el osciloscopio digital HM 408 son:

- STOR: activa la digitalización de la señal: 200 puntos/div.
- DOT J: activa la unión entre puntos consecutivos mediante una línea recta.
- SINGLE: al activar esta función el osciloscopio graba la señal sincronizada con un disparo del barrido interno y la muestra en pantalla; cada vez que se pulsa el control RESET se borra la señal y se graba una nueva. Si este control está desactivado, entonces automáticamente se graban las señales de forma consecutiva.
- HOLD: congela la imagen del canal I y/o II.

En relación al impresor gráfico, deben seguirse las siguientes instrucciones:

- 1) Encender la impresora. Una vez encendida no debe apagarse hasta finalizar la práctica, para evitar la repetición innecesaria del autotest.
- 2) Activar al función "STOR" del osciloscopio, si estaba desactivada, y dejarla activa durante toda la práctica.
- 3) Ajustar las escalas de los ejes verticales para que el tamaño del ciclo sea lo más grande posible sin salirse del cuadrado central 8x8 de la pantalla, manteniendo dichas escalas en su posición de "calibradas".
- 4) Imprimirlo pulsando el mando "PRINT" del impresor gráfico. Anotar en el papel los comentarios necesarios para su identificación, en particular y si no salen automáticamente, los valores de las escalas vertical y horizontal.

APÉNDICE: CURSORES DEL OSCILOSCOPIO HM408

Los controles de los cursores están ubicados debajo de la pantalla. Estos cursores no funcionan en la configuración XY, por ello es necesario pasar a la configuración normal, para poder hacer medidas con los cursores. Los controles del modelo HM408 son los siguientes:

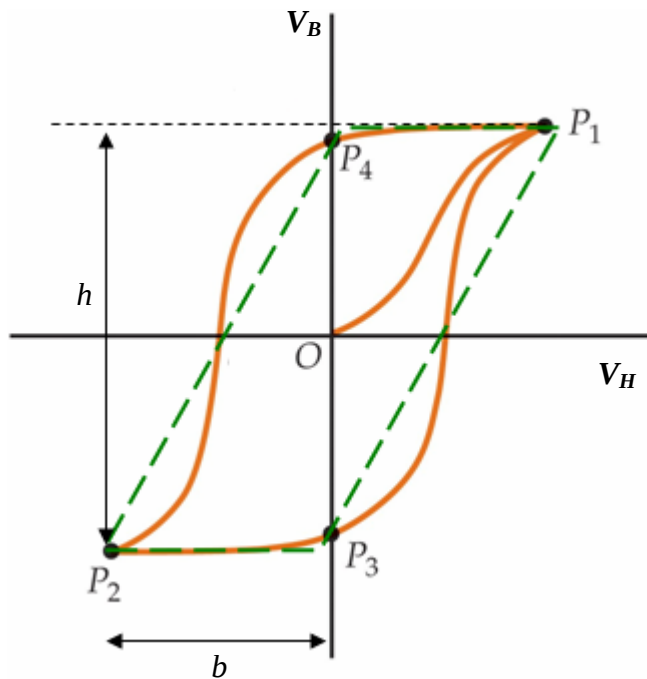
- READOUT: activa los cursores y controla su intensidad luminosa.
- Δt : activa la opción "cursores para medir tiempos".
- ΔU : activa la opción "cursores para medir ddp".
- $\langle \uparrow \downarrow \rangle$ CURSOR: controles para desplazar los cursores.
- TRACK: activa y desactiva el movimiento conjunto de ambos cursores controlados por los cursores marcados I.

En esta práctica utilizaremos los cursores para medir los valores V_{Hm} y V_{Bm} . Para ello se pueden seguir los siguientes pasos:

- 1) Una vez que se tenga en la pantalla el ciclo deseado, se imprimirá y si se desea se podrá memorizar ("congelar la imagen") utilizando las teclas HOLD I y II.
- 2) Desconectando la configuración XY, se obtendrá $V_H(t)$ y $V_B(t)$.
- 3) Se conectarán los cursores ΔU y se desplazarán hasta ajustarlos con los extremos superior e inferior de la señal del canal I. Ajustaremos el control CH I/II para medir en la pantalla ΔU_1 que corresponderá a $2V_{Bm}$.
- 4) Conmutaremos ahora el control CH I/II al canal II y ajustaremos los cursores a los extremos de la señal del canal II, midiendo así ΔU_2 que será $2V_{Hm}$.
- 5) Volver a la configuración XY.

APÉNDICE: MEDIDA GRÁFICA DEL ÁREA DEL CICLO DE HISTÉRESIS

Para evaluar de forma gráfica el área del ciclo, basta con dibujar un paralelepípedo como el que muestra la figura, haciendo que el área dentro y fuera del paralelepípedo sean aproximadamente iguales. El área del ciclo se puede aproximar por la del paralelepípedo, midiendo la base (b) y la altura (h).



Tanto b como h tendrán unidades de tensión (voltios), con valores que dependerán de las escalas horizontal y vertical, respectivamente. Para convertir el área en unidades del S.I. (energía por unidad de volumen, J/m^3), hay que pasar b a unidades de H (ecuación 1) y h a unidades de B (ecuación 2).