

MEDIDA DE CAMPOS MAGNÉTICOS

Objetivos: Medida de campos magnéticos de hilos, espiras, planos y bobinas mediante la técnica de inducción electromagnética.

Material: Generador de corriente alterna, polímetro, voltímetro síncrono (Lock-in), sonda de inducción montada en un soporte deslizante, montaje de dos hilos paralelos, montaje de dos bobinas, cables de conexión, resistencia de 7.5Ω , caja de condensadores calibrados.

1. INTRODUCCIÓN

La medida de campos magnéticos estáticos de corrientes rectilíneas (hilos), espiras, bobinas, distribuciones superficiales de corriente (planos), etc., resulta difícil debido a que la amplitud de los campos creados es pequeña. Sin embargo, si la corriente de alimentación es corriente alterna de baja frecuencia, los campos magnéticos son a efectos prácticos campos estacionarios (mientras sean despreciables los efectos de la corriente de desplazamiento), y la medida de estos campos se simplifica enormemente. La diferencia fundamental entre la situación estrictamente estática y la de campos alternos de baja frecuencia es la posibilidad, en este segundo caso, de emplear el fenómeno de la inducción electromagnética para la detección y medida del campo magnético.

La sonda de inducción que se emplea para medir campos magnéticos de baja frecuencia es una pequeña bobina de N_s espiras. Considerando que la bobina es lo bastante pequeña para suponer que el campo magnético que la atraviesa es uniforme en toda su sección, resultará que el flujo instantáneo de dicho campo magnético viene dado por:

$$\Phi(t) = N_s S B(t)$$

donde S es la sección media de las espiras, N_s es el número de espiras, y $B(t)$ es la componente del campo magnético que atraviesa perpendicularmente la bobina. Esta componente del campo magnético la podemos expresar como:

$$B(t) = B_0 \cos(\omega t)$$

siendo B_0 la amplitud de dicho campo, y ω la frecuencia angular de oscilación. Debemos tener en cuenta que la amplitud del campo magnético que atraviesa perpendicularmente la espira, B_0 , puede variar con la posición, es decir, B_0 contiene la variación geométrica del campo magnético que queremos medir, por lo que de forma general podemos escribir: $B_0 = B_0(x, y, z)$. La fuerza electromotriz inducida en la sonda de inducción $\varepsilon(t)$ viene dada por la ley de inducción de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = N_s S B_0 \omega \sin(\omega t) = \varepsilon_0 \sin(\omega t)$$

Así pues, la amplitud de la fuerza electromotriz inducida (que es la magnitud que podemos medir cómodamente con un voltímetro de corriente alterna) viene dada por:

$$\varepsilon_0 = N_s S \omega B_0 \quad (1)$$

Observamos que dicha amplitud será mayor cuanto mayor sea la frecuencia de oscilación del campo, y que dependerá del campo magnético que estemos midiendo $B_0 = B_0(x, y, z)$.

La relación (1) nos permite calcular el campo magnético a partir de la fuerza electromotriz inducida medida, y por lo tanto podremos obtener experimentalmente la distribución espacial (en una

determinada dirección) del campo magnético creado por una determinada distribución de corriente, y comparar con el comportamiento predicho por el modelo teórico.

Buena parte de los casos que presentan más interés son distribuciones infinitas de corriente, ya que permiten un cálculo teórico sencillo. En estos casos, la realización experimental de tamaño finito limita la validez de los resultados teóricos a puntos relativamente próximos a la distribución de corriente, permitiendo cuantificar la región del espacio donde es válida dicha aproximación.

2. MONTAJE EXPERIMENTAL

La Figura 1 es un esquema de la sonda de inducción que se ha montado para esta práctica. De acuerdo con la ecuación 1, se necesitaría conocer el producto $N_s S$ con precisión para tener calibrada la sonda. No es suficiente conocer el número de espiras, pues al realizar el bobinado la sección media es mayor que el cilindro sobre el que se enrolla el hilo. En esta práctica trabajaremos a una frecuencia fija de $f=1000$ Hz ($\omega=2\pi f$), por lo que podremos expresar la amplitud de la fuerza electromotriz inducida como:

$$\varepsilon_0 = k_s \omega B_0 \quad ; \quad k_s \equiv N_s S \quad (2)$$

donde k_s se ha calibrado previamente obteniendo un valor $k_s = 22,0 \pm 0,8$ V/T. De hecho, algunas de las medidas de esta práctica pueden emplearse para comprobar la calibración de la sonda. Sin embargo en muchas comprobaciones no es necesario conocer dicha constante, por ejemplo cuando lo importante sea estudiar cómo varía el campo con las coordenadas espaciales.

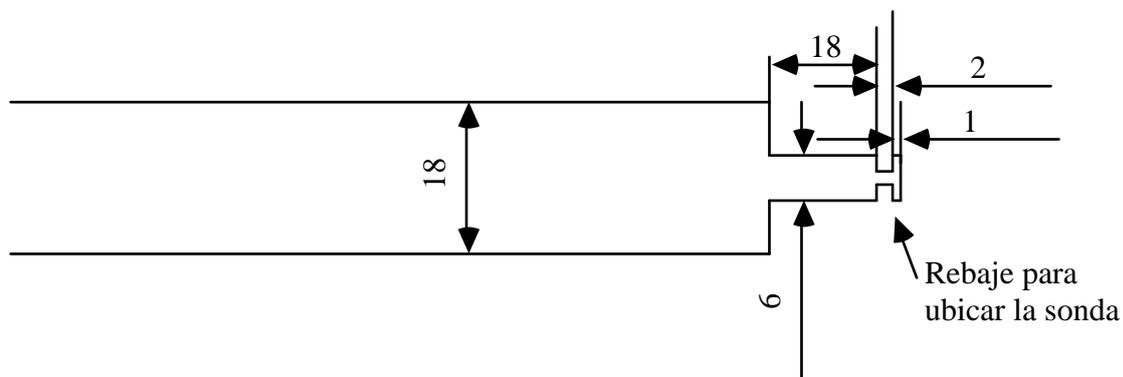


Figura 1. Esquema de la sonda. Todas las dimensiones están en mm. El rebaje de 2 mm de anchura tiene una profundidad de 1.5 mm y en él se ha enrollado hilo de cobre barnizado de 0.15 mm de diámetro, que constituye la bobina de inducción.

El posicionador de la sonda lleva incorporado una regla para medir la posición con una precisión de 0.1 mm, en un rango de 26 cm. Se dispone de dos tornillos de mesa para fijar el posicionador, de manera que no se mueva al desplazar la sonda.

La Figura 2 es un esquema del circuito de alimentación de la distribución de corriente generadora del campo magnético. El polímetro debe usarse como amperímetro de corriente alterna, permitiendo el control de la corriente proporcionada por la fuente. El generador de corriente alterna que usaremos no debe proporcionar una corriente superior a 0.8 A. **Es muy importante: no sobrepasar el límite de 0.8 A.**

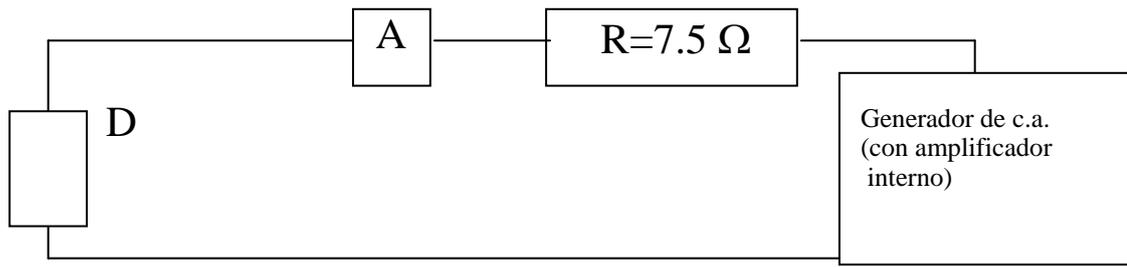


Figura 2. Esquema de alimentación de la distribución de corriente alterna para el elemento D.

Trabajaremos en toda la práctica con una frecuencia de 1000 Hz, que resulta suficientemente alta para que el efecto inductor sea medible con precisión y, al mismo tiempo, suficientemente baja para que los efectos de la corriente de desplazamiento sean despreciables. En toda la práctica no debe sobrepasarse el valor de 0.8 A de corriente, lo que controlaremos con el amperímetro de la Figura 2. Al realizar un montaje concreto, deberemos tener en cuenta que los cables de alimentación de la distribución de corriente D también crean campos magnéticos: debemos evitar que afecten a la medida situándolos alejados de la distribución que estudiamos. Consultar con el Profesor del laboratorio cualquier duda relacionada con este tema.

La Figura 3 es un esquema del circuito de medida. Dado que la fuerza electromotriz inducida es muy pequeña, se requiere un voltímetro síncrono para su medida precisa (ver Apéndice: "Voltímetro Síncrono"). La señal de referencia del voltímetro síncrono será la señal TTL que proporciona el generador de corriente alterna.

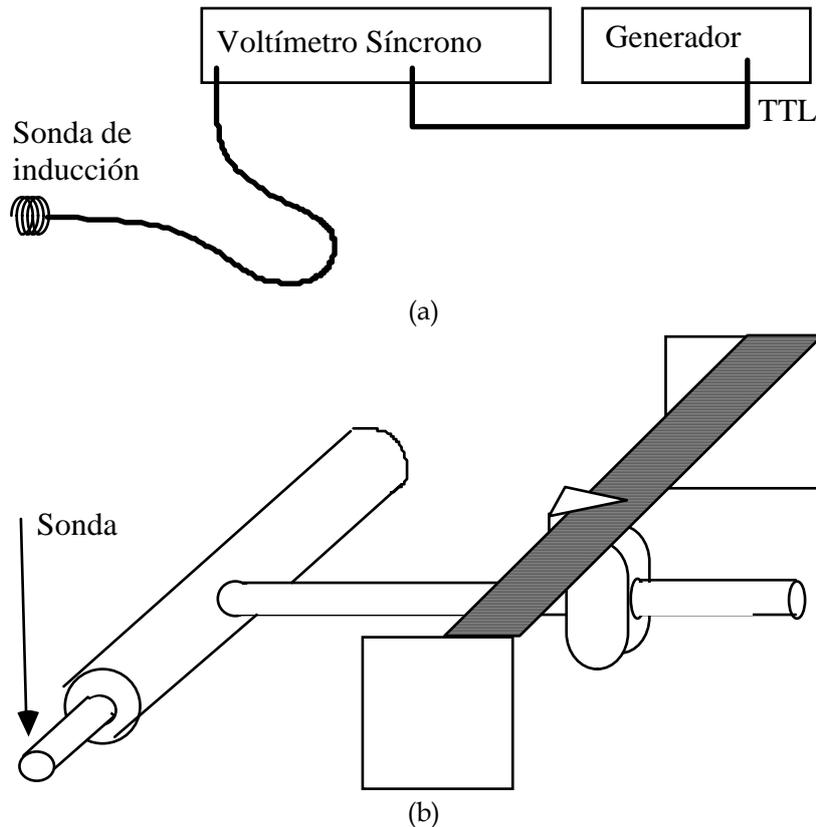


Figura 3. (a) Esquema del circuito de medida. (b) Detalle del posicionador de la sonda de inducción.

3. HILOS PARALELOS

El primer caso que vamos a abordar es la medida del campo magnético creado por un hilo rectilíneo, y por dos hilos paralelos con corrientes en el mismo sentido y en sentidos opuestos. Montaremos el circuito de la Figura 4 que constituye la distribución de corriente que en la Figura 2 llamábamos D. Los hilos tienen una longitud de 118 cm y un diámetro de 0.6 mm, estando separados unos 17 cm.

En primer lugar alimentaremos sólo un hilo con **0.8 A máximo** y mediremos la amplitud de la fuerza electromotriz inducida (ε_0) en función de la distancia radial al hilo (r), obteniendo una tabla ε_0 - r . Las medidas deben realizarse en la parte central del hilo, para que estemos suficientemente alejados de los bordes y pueda considerarse válida la aproximación de hilo infinito. La expresión teórica que predice el campo magnético de un hilo infinito es:

$$B_0 = \frac{\mu_0 I_0}{2 \pi r} \quad (\text{Ley de Biot-Savart})$$

donde $I_0=0.8$ A y r es la distancia desde el centro del hilo al punto donde medimos el campo (centro de la sonda de inducción). Empezaremos a medir con la sonda lo más próxima al hilo (sin desplazarlo). La distancia inicial será r_0 , la cual podremos determinar posteriormente, a partir de los resultados experimentales. Un valor aproximado de r_0 lo podemos obtener a partir de las dimensiones de la sonda (figura 1).

En la expresión anterior (ley de Biot-Savart) no se ha tenido en cuenta la variación temporal de la corriente y hemos descrito solamente la variación espacial del campo magnético. Incluyendo la dependencia temporal, la amplitud del campo magnético se escribe:

$$B = B_0 \cos(\omega t) = \frac{\mu_0 I(t)}{2 \pi r} \quad ; \quad I(t) = I_0 \cos(\omega t)$$

Así pues, la fuerza electromotriz inducida instantáneamente viene dada por:

$$\varepsilon(t) = k_s \frac{\mu_0 I(t)}{2 \pi r} = k_s \frac{\mu_0 I_0 \cos(\omega t)}{2 \pi r}$$

cuya amplitud es la magnitud que medimos con el polímetro, por lo tanto el campo magnético es:

$$B_0 = \frac{\varepsilon_0}{k_s} = \frac{\mu_0 I_0}{2 \pi r}$$

Es también importante destacar que la componente del campo magnético es azimutal, es decir, es perpendicular a cualquier plano que contenga al hilo, por lo que deberemos situar correctamente la espira, de manera que el flujo de campo magnético a través de la misma sea máximo.

En segundo lugar alimentaremos los dos hilos con corrientes en el mismo sentido. En este caso es fundamental asegurarse de que las dos corrientes son efectivamente iguales, para lo que se conectarán los dos hilos en serie. Se medirá la amplitud de la fuerza electromotriz ε_0 en función de la distancia radial entre los dos hilos. Nótese que en este caso el campo se anula en el punto medio, y hay un cambio de signo (cambio de fase de π) en el campo, que se traduce en un cambio de signo en la fem inducida. El hecho de que el campo se anule en el punto medio nos puede servir para tomar origen de distancias en dicho punto. Finalmente se alimentarán los dos hilos con las intensidades en sentidos opuestos y se medirá también ε_0 en función de la distancia radial entre los dos hilos. A partir de k_s se puede obtener el campo magnético. La expresión teórica del campo magnético para estos dos casos debe obtenerse por superposición de los campos de cada uno de los hilos y compararse con el resultado experimental.

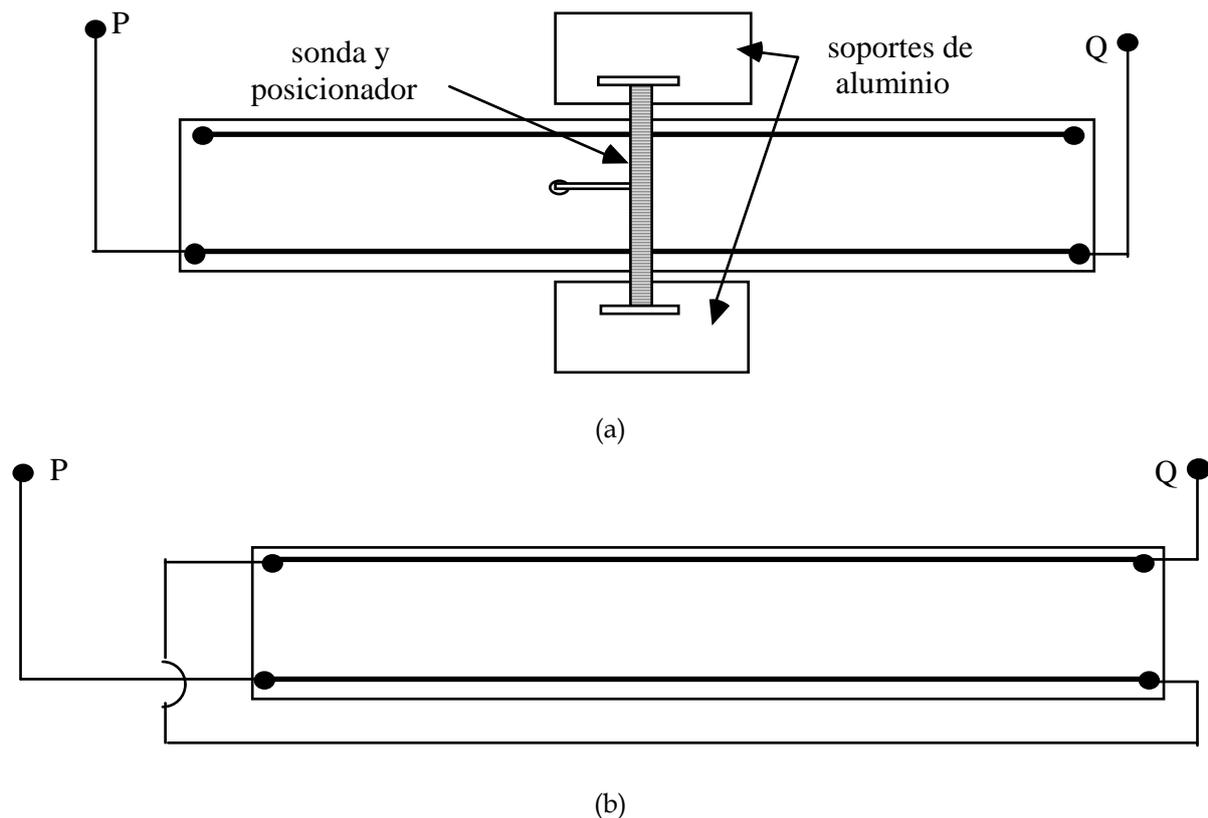


Figura 4. Distribuciones de corriente: (a) un hilo, (b) dos hilos.

4. BOBINAS

Disponemos de dos bobinas de 102 mm de radio medio y 200 espiras, que en realidad pueden tratarse como dos espiras cuya corriente es la de alimentación de la bobina multiplicada por el número de espiras, dado que el grosor de bobinado es relativamente pequeño comparado con el radio. Estas dos bobinas están sobre un soporte, de manera que una de ellas está fija, mientras que la otra se puede desplazar en un rango de 0-20 cm. Sobre el soporte está marcada la posición correspondiente a la configuración de Helmholtz, o sea, cuando están separadas una distancia igual al radio (ver Reitz-Milford). La Figura 5 es un esquema de este sistema, en el que la corriente de alimentación será la máxima que permita el circuito, **sin sobrepasar en ningún caso 0.8 A**. Para ello es necesario quitar la resistencia de 7.5Ω del montaje de la figura 2 y poner en su lugar (en serie) la caja de condensadores. Para cada montaje o disposición de las bobinas, ajustar la capacidad de dicha caja para conseguir la resonancia del circuito, y por tanto la corriente máxima (en torno a los 0.8 A para una bobina, y 0.4 A para las dos).

En primer lugar, alimentaremos una sola bobina y mediremos el campo a lo largo de su eje. Con las consideraciones citadas más arriba, se puede utilizar como expresión teórica para comparar con los datos experimentales, la del campo magnético de una espira circular en los puntos del eje que pasa por su centro perpendicularmente al plano de la espira. Se puede medir el campo en función de una distancia relativa, y posteriormente utilizar el hecho de que el campo es máximo en el centro de la espira para situar el origen en dicho punto.

En segundo lugar alimentaremos ambas bobinas con la corriente en el mismo sentido y, mediremos el campo en el eje z , repitiendo la medida para diferentes separaciones entre las bobinas, incluida la configuración de Helmholtz. Finalmente, se puede repetir lo anterior, pero alimentando las bobinas con corriente en sentidos opuestos. En todos los casos podemos medir dos tramos del eje z , uno que claramente incluya la zona central de las espiras y otro que sea continuación de dicha zona.

Cuando se trabaje con las dos bobinas, se puede determinar el origen de coordenadas, partiendo de la configuración de corrientes en sentido contrario, y buscar el punto en el que se anula el campo (punto medio de las bobinas). Nótese que en este caso hay también un cambio de signo (cambio de fase de π) en el campo, y por tanto en la fem inducida.

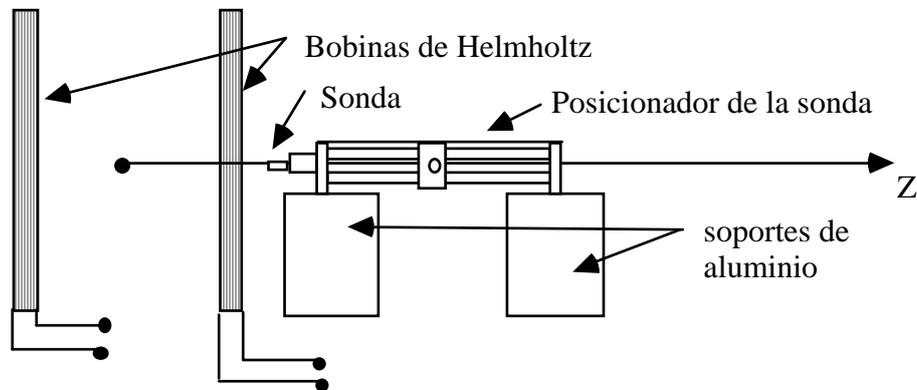


Figura 5. Esquema de las bobinas de Helmholtz.

Las medidas realizadas nos permitirán comparar el campo magnético obtenido experimentalmente con el modelo teórico.

BIBLIOGRAFÍA

- Capítulos de Campo Magnético de cualquier libro de electromagnetismo fundamental. Ver, por ejemplo, la bibliografía de la asignatura Electromagnetismo.
- J.R. Reitz, F.J. Milford, "Fundamentos de la teoría electromagnética".

APÉNDICE: VOLTÍMETRO SÍNCRONO

El voltímetro síncrono es un voltímetro de corriente alterna diseñado para medir la amplitud de voltajes pequeños, que pueden estar superpuestos con otras diferencias de potencial de frecuencias distintas y amplitudes incluso mayores que la señal que se quiere medir.

DESCRIPCIÓN DEL VOLTÍMETRO 410 "SINGLE PHASE LOCK-IN AMPLIFIER":

- a) Conector "power" de puesta en marcha.
- b) Módulo "input". Tiene un terminal BNC para conectar la señal de tensión que se quiere medir. Además tiene un selector de escala ("sensitivity"). En esta práctica emplearemos típicamente las escalas entre $100 \mu\text{V}$ y 100mV . Conviene, no obstante, en el caso de no saber la amplitud de la señal que se va a medir, empezar siempre con la escala más grande. Nótese que no se puede pasar directamente de la escala de 1V a la de $3 \mu\text{V}$.
- c) Módulo "output". Tenemos un terminal BNC que nos da la señal medida por el voltímetro síncrono, siempre en un fondo de escala de $\pm 1 \text{V}$, independientemente de la posición del selector "sensitivity". Habrá que tener en cuenta esto para leer correctamente el valor de la señal. Por ejemplo, si ponemos el selector "sensitivity" en la posición 30mV , una señal de 1V medida en el terminal BNC "output" equivale a 30mV . En caso de duda, comprobar el valor de la señal

medida en el medidor analógico (display). En este módulo tenemos también el selector "time constant", que permite fijar el tiempo de promediado o integración: es el tiempo durante el cual el aparato integra la señal y la promedia. Dado que en nuestra práctica se trabaja con una frecuencia de 1000 Hz, un tiempo de 300 ms es adecuado porque supone realizar un promediado en unos trescientos ciclos, y, por otra parte, es lo bastante rápido para que la respuesta del aparato sea prácticamente instantánea. Por último en este módulo tenemos también el selector "offset control", que permite un desplazamiento del cero. Para activar o desactivar este control hay que utilizar el conmutador ("on/off") correspondiente.

- d) Módulo "reference". En este módulo tenemos un terminal BNC para conexión de la señal de referencia o sincronismo del aparato. Esta es una señal cuya frecuencia debe ser idéntica a la de la señal que se desea medir. En nuestro caso se empleará la señal TTL (señal cuadrada de 5 V de amplitud) que proporciona el propio generador de alimentación. Esta señal constituye la señal de sincronismo del voltímetro, de tal modo que la lectura corresponde en todo momento a la proyección en el plano complejo de la señal de medida sobre la señal de sincronismo:

$$V_{\text{lectura}} = V_{\text{medida}} \cos\phi$$

siendo ϕ la diferencia de fase entre ambas señales; esta diferencia de fase se puede modificar. Disponemos de un ajuste fino continuo, de 0 a 100° ("phase shift") y otro a saltos de 90°.

El modo de operación usual del voltímetro consiste en ajustar ϕ tal que $\cos\phi=1$. Este ajuste se realiza del siguiente modo:

- d1) Ponemos el selector de fase a saltos en una posición (por ejemplo 0°). El voltímetro realiza una medida: $V_{\text{lectura}}(\phi)$

- d2) Variamos la fase con el ajuste fino ("phase shift"), hasta que $V_{\text{lectura}}(\phi+\phi_R) = 0$, donde ϕ_R es

la fase que hemos añadido; en este caso $\cos(\phi+\phi_R)=0$, y $\phi+\phi_R = 90^\circ$. En caso de que no se pueda conseguir una lectura nula, colocaremos el selector de fase a saltos en la posición siguiente (por ejemplo 90°) y repetiremos el ajuste fino.

- d3) Aumentamos la fase en 90° (ó en -90°=270°), con lo que:

$$\cos(\phi+\phi_R+90^\circ)=\cos(180^\circ)=-1 \text{ ó}$$

$$\cos(\phi+\phi_R-90^\circ)=\cos(0^\circ)=+1.$$

Por lo tanto, la lectura del voltímetro coincide con la tensión que queremos medir:

$$V_{\text{lectura}}(\phi+\phi_R+90^\circ) = V_{\text{medida}} (-1) = -V_{\text{medida}} \text{ ó}$$

$$V_{\text{lectura}}(\phi+\phi_R-90^\circ) = V_{\text{medida}} (+1) = V_{\text{medida}}$$

Por último en el módulo "reference" tenemos un conmutador 1F/2F, que permite cambiar la relación entre la frecuencia de la señal de referencia y la de la señal de entrada. **En nuestro caso este conmutador deberá estar siempre en la posición 1F.**

- e) Módulo "display". Es el módulo de medida. El indicador analógico nos da la amplitud de la señal que estamos midiendo. No obstante resulta mucho más cómodo hacer la lectura de la señal conectando un voltímetro DC al conector BNC del módulo "output". Este será el método de lectura utilizado en la práctica (incluso para el ajuste de fase descrito en d). No obstante habrá que tener siempre la precaución de ajustar el selector "sensitivity" en un valor tal que **la aguja del medidor analógico no se salga de escala.**

PUESTA EN MARCHA DEL VOLTÍMETRO SÍNCRONO:

- 1) Al poner en marcha el aparato se encenderá el LED del módulo "power". Ajustaremos el tiempo de integración ("time constant") a un valor de 300 ms y pondremos el selector "sensitivity" en la escala mayor (1V).
- 2) En primer lugar se conectará la V_{ref} del voltímetro, que en nuestro caso será la salida TTL del generador de alimentación, al conector BNC del módulo "reference".
- 3) Conectaremos en el terminal BNC del módulo "input" la señal de la sonda de inducción.
- 4) Conectaremos la salida BNC del módulo output a un voltímetro digital DC.

REALIZACION DE MEDIDAS:

- 1) Ajustar la fase del voltímetro de acuerdo con (d) y reducir de escala si la señal es pequeña, observando siempre que la aguja del lector analógico ("display") **no se salga de escala**.
- 2) Una vez ajustada la fase se puede tomar la medida del lector digital, es decir, del voltímetro DC digital conectado en el módulo "output". Si la última cifra fluctúa en un cierto margen, se puede tomar dicho margen como el intervalo de error de la medida. Si las fluctuaciones son grandes puede ser práctico pasar a una escala mayor. Se puede intentar reducir dicha fluctuación aumentando el tiempo de integración, pero ello requiere esperar un tiempo mayor para que la medida se estabilice y pueda realizarse, resultando en alguna ocasión poco práctico.
- 3) Al realizar una medida, sobre todo si se está en el proceso de ajuste del aparato, es necesario medir:
 - $V_{lectura}(\varphi)$
 - $V_{lectura}(\varphi+90^\circ)$
 - $V_{lectura}(\varphi+180^\circ)$
 - $V_{lectura}(\varphi+270^\circ)$

Si el ajuste de la fase se ha realizado correctamente, $V_{lectura}(\varphi+90^\circ) = V_{lectura}(\varphi+270^\circ) = 0$ e idealmente $V_{lectura}(\varphi) = V_{medida}$ y $V_{lectura}(\varphi+180^\circ) = -V_{medida}$. Sin embargo, es usual que se obtenga una diferencia entre $V_{lectura}(\varphi)$ y $V_{lectura}(\varphi+180^\circ)$, que simplemente se debe a un desajuste del cero del aparato. En este caso, se puede ajustar el cero del aparato con el selector "offset control". Un método práctico para hacerlo es el siguiente: ajustaremos la fase en una posición del selector a saltos, hasta obtener exactamente un cero. A continuación, pasaremos a la posición a 180° de la anterior, en la que tendremos un valor próximo a cero (si fuera también cero, no haría falta tocar el offset). Ajustaremos el "offset" para obtener una lectura que corresponda a la mitad del valor medido inicialmente. A continuación ajustaremos el control de fase fino para obtener un cero. Hecho esto, ya no tocaremos más el mando de offset ni el ajuste fino de fase. Comprobaremos que dando saltos de 90° medimos sucesivamente: cero, V_{medida} , cero y $-V_{medida}$. En todo caso siempre se puede tomar $V_{medida} = (|V_{lectura}(\varphi)| + |V_{lectura}(\varphi+180^\circ)|)/2$.

- 4) En una serie de medidas en función de la distancia, se puede hacer el ajuste de fase para la primera medida, y el resto puede simplemente medirse cambiando la escala según se necesite, pero sin reajustar la fase. En todo caso se puede realizar alguna comprobación al principio para ver que efectivamente no se requiere. **Incluso para agilizar las medidas, se puede tomar $V_{medida} = V_{lectura}(\varphi)$, sin necesidad de hacer la media con $|V_{lectura}(\varphi+180^\circ)|$, siempre que el ajuste de cero sea bueno.**