

MEDIDAS DE RESISTIVIDAD Y EFECTO HALL

Objetivos: Estudio de la resistividad en muestras metálicas y semiconductoras. Medida de la resistividad por el procedimiento clásico y por el método de Van der Pauw. Caracterización por efecto Hall: medida de la concentración de portadores.

Material: Fuente de alimentación, multímetro digital, electroimán con fuente de alimentación variable y muestras de materiales (hilo bobinado, dos muestras de grafito, una metálica de Bi y dos semiconductoras de Ge.

1. INTRODUCCION.

El modelo más sencillo para interpretar el fenómeno de la conducción en metales es el modelo de Drude [1,2]. La hipótesis fundamental del modelo es que los electrones de valencia están libres y que estos electrones pueden ser tratados como las moléculas en teoría cinética de los gases. Se supone que los electrones experimentan colisiones casi instantáneas. A través de estas colisiones los electrones se encuentran en equilibrio térmico a una temperatura T . Entre colisiones se supone que los electrones viajan en línea recta obedeciendo las leyes de Newton. Si tenemos un campo exterior aplicado en la dirección x , tendremos:

$$m\ddot{x} = -eE \quad (1)$$

y por tanto los electrones tendrán una velocidad adicional dada por $-(eE/m)t$ mientras el campo siga aplicado. La característica que define el proceso de dispersión que sufren los electrones es el tiempo de relajación τ , o tiempo medio entre colisiones. Dado que los electrones colisionarán (fenómeno de dispersión) después de un tiempo τ , y puesto que después de cada colisión volverán a estar en equilibrio térmico, resultará que un campo eléctrico constante proporcionará a los electrones sólo una velocidad media correspondiente a dicho tiempo τ , dada por:

$$v_d = -(eE/m)\tau \quad (2)$$

llamada velocidad de deriva. Esta cantidad es por supuesto dependiente del campo aplicado. La magnitud que tiene más interés físico es la movilidad $\mu = e\tau/m$ que es independiente de E . Cabe comentar que la velocidad cuadrática media debida a la temperatura es mucho mayor que v_d .

1.1. CONDUCTIVIDAD ELECTRICA.

La ley de Ohm la podemos escribir en la forma

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad \text{o} \quad \vec{E} = \rho \vec{J} \quad (3)$$

donde ρ es la resistividad, resistencia en una unidad de área y por unidad de longitud, y σ es la conductividad ($\sigma = 1/\rho$). El modelo supone ambas magnitudes, ρ y σ , escalares.

Supongamos que aplicamos un campo eléctrico y que por tanto los electrones se mueven con una velocidad v_d atravesando cierta superficie de área A en un tiempo dt . La carga que fluye es $-(N/V)ev_dAdt$ donde N es el número de electrones con carga $-e$. La densidad de corriente será

$$J = -(N/V)ev_d \quad (4)$$

Utilizando la expresión de v_d obtendremos una expresión para la conductividad

$$\sigma = (N/V)e^2\tau/m = ne^2\tau/m = en\mu \quad (5)$$

donde n es la concentración de electrones N/V . De la medida experimental de σ podemos obtener el tiempo de relajación τ .

Cuando las medidas de resistividad se realizan en muestras con forma paralelepípeda, se utiliza el llamado método de los cuatro puntos (ver figura 1). La corriente se introduce por dos caras paralelas de la muestra, mientras que la tensión se mide en dos puntos intermedios, evitando así el error debido a la caída de tensión en los contactos (la impedancia de entrada del voltímetro ha de ser mucho mayor que la resistencia entre los contactos de tensión).

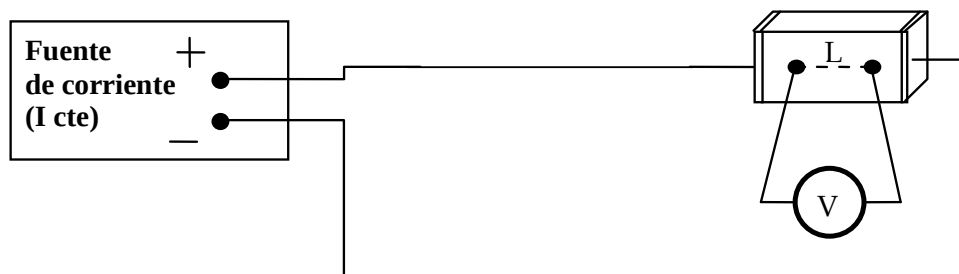


Figura 1

La resistividad de la muestra vendrá dada por la expresión:

$$\rho = VA/IL \quad (6)$$

donde A es la sección de la muestra y L la distancia entre los contactos de tensión.

Otro método usual de medida de resistividad es el de Van der Pauw, en el que la muestra puede ser de forma arbitraria (aunque homogénea en composición y grosor) y los contactos se pueden tomar en cualquier punto del contorno. La única restricción es que ha de ser delgada. La figura 2 muestra un esquema del montaje correspondiente.

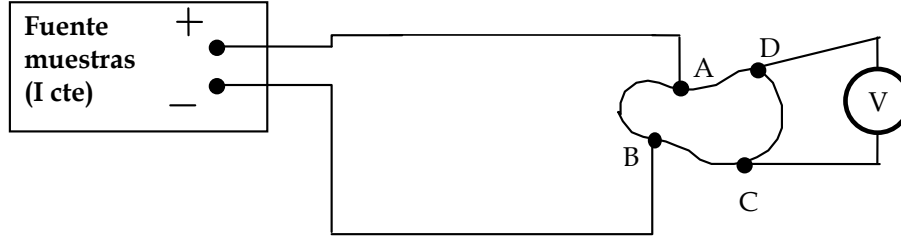


Figura 2

En primer lugar se mide la tensión entre C y D, $V_{CD}=V_D-V_C$ haciendo pasar la corriente entre A y B, calculando R_1 : $R_1= V_{CD}/I_{AB}$ (7)

y después se mide la tensión entre A y D, $V_{DA}=V_A-V_D$, haciendo pasar la corriente entre B y C. Calculando en este caso R_2 : $R_2= V_{AD}/I_{BC}$ (8)

De acuerdo con el método de Van der Pauw, la resistividad ρ vendrá dada por la expresión:

$$\rho \sim \frac{\pi d}{\ln(2)} \frac{R_1+R_2}{2} \quad (9)$$

donde d es el grosor de la muestra.

1.2. EFECTO HALL.

Si una muestra conductora paralelepípeda por la que circula una corriente se introduce en el seno de un campo magnético perpendicular a la dirección de la corriente (Fig. 3), los portadores de carga se verán sometidos a una fuerza F_m que los desviará hacia uno de los extremos laterales de la muestra:

$$\vec{F}_m = q\vec{v}_d \times \vec{B} \quad (10)$$

Tomando en cuenta la ecuación 3:

$$\vec{F}_m = q(\vec{J}/qn) \times \vec{B} = (\vec{J} \times \vec{B})/n \quad (11)$$

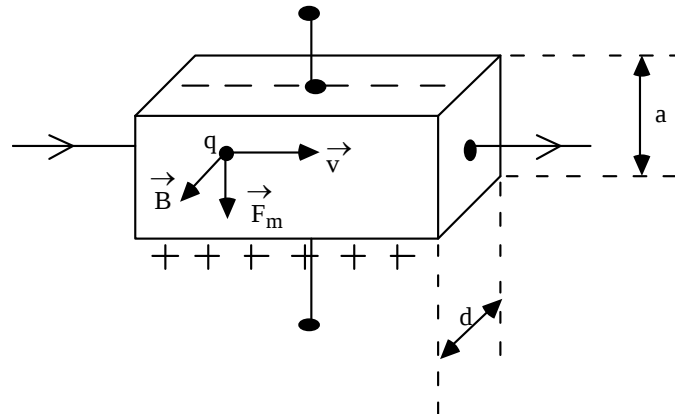


Figura 3

Los portadores se desviarán hacia arriba o hacia abajo (según el signo de q), dando lugar a una acumulación de cargas, con lo que aparecerá un campo eléctrico transversal llamado campo de Hall, E_H . El equilibrio se alcanzará cuando la fuerza magnética se compense con la debida al campo de Hall:

$$\vec{F}_m = -\vec{F}_H = -q\vec{E}_H \quad (12)$$

luego

$$\vec{E}_H = -(1/qn)\vec{J} \times \vec{B} = -R_H(\vec{J} \times \vec{B}) \quad (13)$$

La constante de proporcionalidad R_H se llama coeficiente de Hall, y viene dada por la expresión:

$$R_H = 1/qn \quad (14)$$

El signo de R_H depende del de la carga q .

Pongamos la ecuación en función de las magnitudes que realmente se miden: la tensión de Hall, que será $V_H = aE_H$ y la corriente eléctrica $I = SJ = adJ$. Siendo la constante 'a' la dimensión de la muestra en la dirección perpendicular al sentido de la corriente y d el grosor. La expresión que se obtiene es:

$$V_H = R_H IB/d \quad (15)$$

La medida del efecto Hall (V_H), nos permite determinar la concentración de portadores y el tipo (signo) de los mismos. En esta práctica podremos comprobar el carácter de las muestras: tipo n (portadores de carga negativa, es decir electrones) o tipo p (portadores de carga positiva, es decir huecos)

El efecto Hall en metales es muy pequeño comparado con los semiconductores, dada la alta concentración de portadores de los primeros en comparación con los segundos. Entre los metales, el bismuto es el que tiene un efecto Hall mayor, con mucha diferencia respecto del resto de metales. No obstante para poder obtener señales de tensión de Hall medibles hay que trabajar con campos relativamente altos y muestras muy delgadas (lo cual limita la corriente I que se puede utilizar). En esta práctica podremos comparar el efecto Hall en dos muestras semiconductoras de Ge de 1 mm de grosor (una tipo n y otra tipo p) y una metálica de Bi de 40 μm de grosor.

2. CARACTERISTICAS DE LAS MUESTRAS UTILIZADAS.

Muestra 1: Bobina. El hilo bobinado tiene una longitud de 45.8 m y el diámetro del hilo es de 0.18mm. $I_{\max} = 20 \text{ mA}$.

Muestra 2: Papel grafitado de sección rectangular:

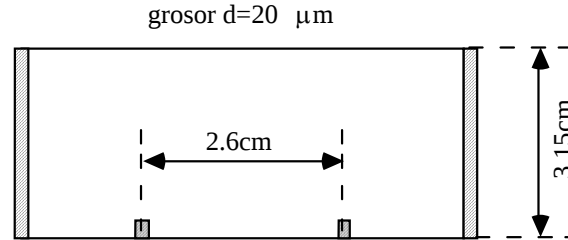


Figura 4

Muestra 3: Papel grafitado, de forma arbitraria. Grosor $d=20 \mu\text{m}$. $I_{\max} = 3 \text{ mA}$.

Muestra 4: Muestra de bismuto (metálica), de grosor $d = 40 \mu\text{m}$. Los contactos se han realizado de acuerdo con el esquema de la figura 5. $I_{\max} = 20 \text{ mA}$.

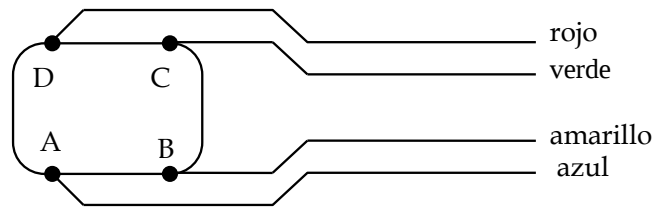


Figura 5

Muestras 5 y 6: Muestras semiconductoras de n-Ge y p-Ge de longitud $L = 20 \text{ mm}$, anchura $a = 10 \text{ mm}$ y grosor $d = 1 \text{ mm}$. Los contactos se han realizado de acuerdo con el esquema de la figura 6. $I_{\max} = 20 \text{ mA}$.

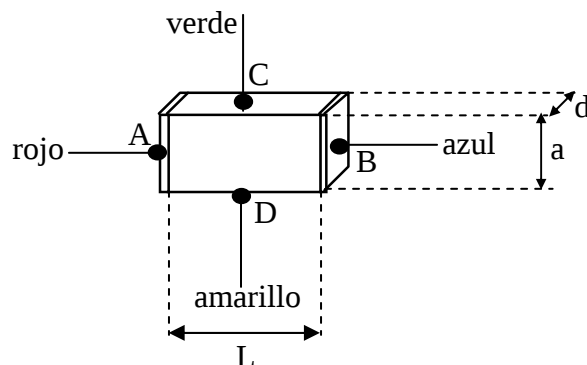


Figura 6

3. MEDIDAS DE RESISTIVIDAD.

a) Resistividad del hilo bobinado (muestra 1).

ANTES DE EMPEZAR LAS MEDIDAS VER LOS APÉNDICES PARA EL MANEJO DE LA FUENTE DE ALIMENTACIÓN DE LAS MUESTRAS Y DEL MULTÍMETRO DIGITAL.

Montar el circuito de la figura 6 y construir una tabla V-I de tal forma que I abarque el intervalo [0,20]mA, por ejemplo de 2 en 2 mA. La pendiente de la gráfica V(I) permitirá deducir la resistividad del material del hilo de acuerdo con la ecuación 6, teniendo en cuenta que la medida de la tensión se ha hecho en los mismos puntos por los que se introduce la corriente.

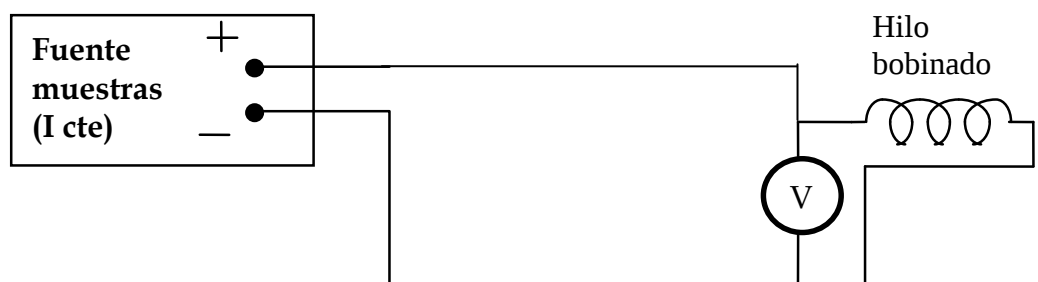


Figura 6

b) Resistividad del papel grafitado (muestras 2 y 3).

Tomar en primer lugar la muestra 2 y montar el circuito de la figura 1. Construir una tabla V-I, abarcando aproximadamente el intervalo de corriente [0,3]mA. La gráfica V(I) junto a la ecuación 6 permitirá una determinación de la resistividad de la capa de grafito.

Tomar seguidamente la muestra 3 y montar el circuito de la figura 2 para la aplicación del método de Van der Pauw. Medir una tabla $V_{CD}-I_{AB}$, en primer lugar, y $V_{DA}-I_{BC}$ en segundo lugar, abarcando aproximadamente el intervalo de corriente [0,3]mA. Las correspondientes gráficas tensión-corriente permitirán determinar R_1 y R_2 (ecuaciones 7 y 8) y con ellos la resistividad ρ . Compararla con la obtenida anteriormente.

c) Resistividad de la muestra delgada de Bi (muestra 4).

¡ATENCIÓN!. LA MUESTRAS DELGADA DE BI ES MUY FRÁGIL Y DEBE TRATARSE CON MUCHÍSIMO CUIDADO.

Seguir los comentarios anteriores para la medida de la resistividad aplicando el método de Van der Pauw. Se pueden hacer las medidas en el rango [0,20]mA.

d) Resistividad de las muestras de Ge (muestras 5 y 6).

En este caso, no se puede hacer una determinación de ρ por un método de cuatro puntos, dada la configuración de contactos. Pero si asumimos una resistencia de contactos pequeña, en comparación con la resistencia de la muestra, se puede hacer una estimación de la resistividad, utilizando sólo dos contactos, los A y B (ver figura 6). Para ello montar el circuito de la figura 1, haciendo pasar la corriente por los contactos A y B, y midiendo la diferencia de potencial entre esos mismos puntos. Construir una tabla V-I, abarcando el intervalo de corriente [0,20]mA. En caso de que se observe una deriva importante para valores de corriente grandes, se puede reducir el intervalo de medida de corriente. La gráfica V(I) junto a la ecuación 6 (teniendo en cuenta las dimensiones de la muestra dadas en la figura 6) permitirá una determinación de la resistividad de las muestras de Ge.

En algunos de los materiales estudiados se pueden comparar los valores de resistividad obtenidos, con los valores tabulados, por ejemplo, en un Handbook de Física y Química. Este es el caso del Cu (hilo bobinado), grafito (papel grafitado) y Bi. En los materiales semiconductores, los valores de resistividad (y otras propiedades de transporte) dependen mucho del dopado (introducción intencionada de impurezas, para modificar las propiedades electrónicas). No obstante también se podrían comparar los valores obtenidos, con valores de la bibliografía.

4. MEDIDAS DE EFECTO HALL.

La medida de efecto Hall precisa la aplicación de un campo magnético tal como la figura 3 indica. En nuestro caso generaremos el campo magnético con un electroimán formado por dos bobinas y un núcleo ferromagnético con un entrehierro de 5 mm. La corriente de alimentación del electroimán determina el campo magnético:

$$B = \alpha I_B \quad \text{con } \alpha = 0.375 \pm 0.002 \text{ (Tesla/Amp.)} \quad (17)$$

Siendo I_B la intensidad de alimentación de las bobinas del electroimán. Esta aproximación lineal es válida en el intervalo [0, 2]A. En principio el entrehierro debe estar ajustado a 5 mm y no debe tocarse. No obstante, se dispone de una lámina de metacrilato de 5 mm de grosor para poder verificar y ajustar, si es necesario, la separación entre las piezas polares. Una vez ajustadas, no mover las piezas polares, ya que esto cambiaría la calibración del campo.

Conectar las bobinas en serie, uniendo los bornes marcados con 1 y 2, y conectando los bornes + y - a los correspondientes de la fuente de alimentación del electroimán. Dicha fuente la utilizaremos en el modo I cte. Para ello, con la fuente desconectada del electroimán pondremos la tensión al máximo (girando al máximo hacia la derecha), manteniendo el mando de corriente a cero (al máximo a la izquierda). En ese momento podemos conectar la fuente al electroimán, fijando el valor de corriente deseado con el mando correspondiente (el mando de tensión no debe tocarse). Para minimizar efectos de histéresis **la variación de corriente en el electroimán se hará siempre a la subida, de forma gradual y suave, evitando**

variaciones bruscas y subidas y bajadas. Si fijado un valor de corriente se quiere cambiar a uno más bajo es conveniente volver a cero y después subir hasta el valor deseado.

La muestra de Bi tiene una configuración de contactos tipo Van der Pauw. Para medir el efecto Hall en dicha muestras montaremos el circuito de la figura 7. Por otro lado, las muestras de Ge tienen una configuración de 4 contactos clásica, de manera que las montaremos de acuerdo con el circuito de la figura 8. En cualquiera de los casos, colocaremos la muestra a medir en el portamuestras disponible, ajustando la altura para que la muestra quede aproximadamente centrada en el entrehierro del electroimán.

Construir para cada una de las muestras dos tablas, primero fijar la corriente de la muestra en un valor próximo al máximo (**¡ojo!, el valor máximo depende de la muestra**) y medir V_H en función de B , barriendo la corriente de alimentación del electroimán I_b con pasos de 0.2 A, por ejemplo. Posteriormente se puede fijar B en un valor próximo al máximo (corriente de alimentación $I_b = 2$ A) y medir V_H en función de I (**hasta el valor máximo correspondiente para cada muestra**). En caso de que se observe una deriva muy grande se puede limitar el valor de corriente de alimentación de la muestra (o hacer rápidamente las medidas). La medida de V_H puede realizarse midiendo la tensión existente con la muestra fuera del electroimán V_0 y seguidamente midiendo la tensión con la muestra introducida en el entrehierro del electroimán V_1 , siendo $V_H = V_1 - V_0$. Sin embargo, es más usual medir V_1 , girar la muestra, es decir invertir el sentido del campo magnético, y medir V_2 , siendo entonces $V_H = (V_1 - V_2)/2$. **RECORDAD QUE LAS MUESTRAS DEBEN SER MANIPULADAS EN TODO MOMENTO CON MUCHÍSIMO CUIDADO.** Tened en cuenta que el signo de R_H tiene que ver con el signo, y por lo tanto el tipo, de portadores, electrones (negativos) o huecos (positivos). Es interesante comparar, en este sentido, los resultados obtenidos en todas las muestras. Para ello habrá que tener en cuenta, en cada caso, cuál es el sentido de I , B y de la tensión de Hall.

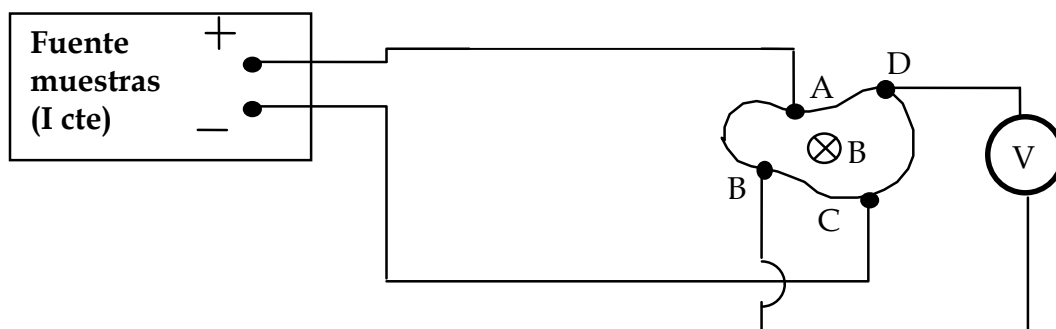


Figura 7

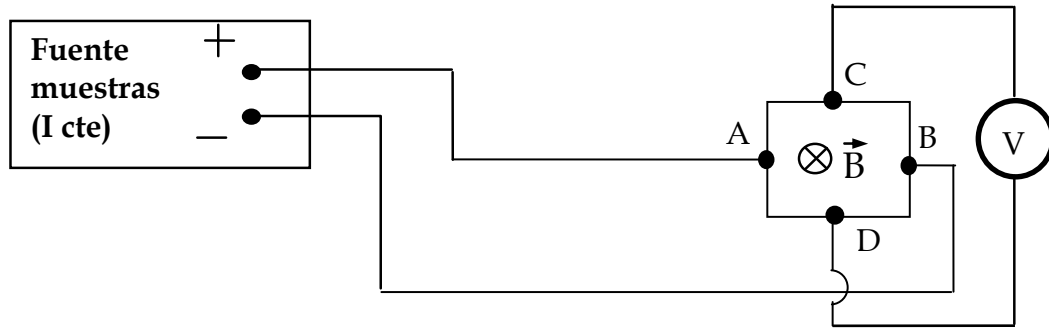


Figura 8

Las pendientes de las gráficas de V_H en función de B , por una parte, y en función de I , por otra parte, deben permitir determinar la concentración de portadores n de acuerdo con la ecuación 15. Este resultado permitirá también evaluar τ y μ , teniendo en cuenta la medida de ρ .

BIBLIOGRAFIA

- K.V. Shalimova, Física de los semiconductores, Ed. Mir, 1975, Apdos. 1-4 y 1-5.
- B.I.Bleaney y B.Bleaney. Electricity and magnetism, Oxford University Press. 1976, Apdo.11.3.
- N.W.Ashcroft y N.D.Mermin, Solid State Physics, Holt-Saunders Int. Editions, 1981.
- H.H.Wieder, Laboratory notes on electrical and galvanomagnetic measurements, Elsevier, 1979.
- A.J.Dekker, Solid State Physics, Prentice Hall. 1965.

APENDICE A: Manejo del voltímetro digital Keithley-2000

Poner en marcha el aparato con el mando "power". Por defecto, aparece la configuración de medida de tensión en continua, tal y como se va a utilizar en la práctica. Los cables de medida se conectarán en los bornes rojo ("HI") y negro ("LO") de la derecha, marcados como "INPUT" .

En principio sólo hay que utilizar si es necesario las siguientes funciones:

- **Cambio de escala:** La escala aparece en modo automático por defecto (aparece "AUTO" en la pantalla), es decir, el aparato cambia de escala automáticamente en función del valor que se esté midiendo. En principio se pueden hacer las medidas utilizando este modo. No obstante, si se desea pasar a un modo de cambio de escala manual presionar el botón "RANGE" ▲, y después se puede elegir el fondo de escala hacia arriba (▲) o hacia abajo (▼), desde 100 mV hasta 1000 V. Para volver al modo automático presionar el botón "AUTO".

- **Velocidad de muestreo:** Se pueden realizar lecturas con velocidad de muestreo rápida ("FAST"), media ("MED") o lenta ("SLOW"), pulsando el mando "RATE". Por defecto la configuración del aparato es la de lecturas con velocidad de muestreo media, que es la adecuada para realizar todas las medidas de la práctica. Si por error se pulsa el mando "RATE" y se cambia la velocidad de muestreo, basta con pulsarlo sucesivamente hasta ver en la pantalla "MED".

- **Número de dígitos:** Pulsando el mando "DIGITS" sucesivamente se puede controlar el número de dígitos visualizados. Este mando se utilizará a lo largo de la práctica para una lectura cómoda del máximo de cifras significativas estables.

- **Promediado de las lecturas:** La función "FILTER" permite filtrar la respuesta para estabilizar medidas con ruido, promediando el número de lecturas desde 1 a 100. Esta función es muy útil en esta práctica, sobre todo para las medidas de resistividad y efecto Hall de muestras delgadas, en las que los valores de tensión son muy pequeños. Esta función está activada por defecto (aparece "FILT" en la pantalla) con un promedio de 10 lecturas. Para obtener lecturas estables en el caso de medir valores muy pequeños es conveniente aumentar el número de lecturas del promedio al valor máximo (100). Para ello, presionar dos veces el mando "FILTER", aparecerá la lectura "010 RDGS", es decir, promedio con 10 lecturas. Con los mandos ◀▶ se puede desplazar el cursor a cada uno de los tres dígitos y con los mandos ▲▼ de "RANGE" aumentar o disminuir el valor, hasta fijar el valor máximo (100). Una vez hecho esto pulsar el mando "ENTER" dos veces para volver al modo de lectura.

- **Medida de valor relativo:** La función "REL" permite hacer medidas sustrayendo un fondo (offset) o línea de base. La activación o desactivación de esta función se realiza pulsando el botón "REL". Esta función, podría ser utilizada para la medida del efecto Hall, ya que el voltaje de Hall es la diferencia entre el voltaje medido en ausencia y presencia de campo magnético. No obstante, esto no es estrictamente necesario, ya

que se puede eliminar el “offset” haciendo el promedio entre las medidas con la muestra en un sentido y en el contrario (invirtiendo el sentido del campo), tal y como se propone en el apartado 4.

Apendice B: Manejo de la fuente de alimentación para las muestras

Se dispone de una fuente de alimentación (Current-Voltage Calibrator) para alimentar con una corriente constante las muestras. En realidad se trata de un aparato que permite funcionar como fuente de tensión, fuente de corriente o medidor de tensión/corriente. En esta práctica lo utilizaremos como fuente de corriente.

Antes de poner en marcha el aparato, hay que asegurarse de que está configurado como fuente de corriente. Para ello, hay que poner el selector inferior derecha en modo "SOURCE". El selector inferior izquierda lo tendremos en la posición "OFF". A continuación pondremos el mando de control del valor de corriente ("ADJUST OUTPUT") a cero, girándolo completamente hacia la izquierda . Seguidamente podemos elegir el rango de corriente con el selector superior derecha. Hay tres rangos posibles (0.1999, 1.999 y 19.99 mA). En cada caso puede seleccionarse el rango adecuado a las medidas que vayan a realizarse. En cualquier caso **ANTES DE CAMBIAR DE RANGO ASEGURARSE DE QUE EL MANDO "ADJUST OUTPUT" ESTÁ A CERO (girado completamente a la izquierda).** Hecho todo esto, se puede ya conectar la fuente poniendo el selector superior izquierda en la posición mA (completamente bajado). En ese momento aparecerá una lectura cero en la pantalla. A continuación pondremos el selector inferior izquierda en la posición "NORM". Ahora ya podemos conectar la fuente a la muestra correspondiente y controlar el valor de corriente deseado con el mando "ADJUST OUTPUT". **ANTES DE DESCONECTAR UNA MUESTRA Y PASAR A CONECTAR OTRA HAY QUE ASEGURARSE DE QUE LA CORRIENTE SE HA VUELTO A CERO Y QUE SE HA SELECCIONADO EL RANGO ADECUADO.**