

EFFECTO MAGNETRÓN EN EL DIODO DE VACÍO

Objetivos: Medida de la característica de un diodo de vacío, observación del efecto magnetrón, y determinación de la relación carga/masa del electrón a partir del mismo.

Material: Bobina y válvula SOVTEK 5V4GT con caja de conexiones, fuente de alimentación doble de corriente continua (TTi) (30V, 2 A), polímetros y fuente de alimentación de corriente continua (GRELCO) (30V, 5 A).

1. INTRODUCCIÓN

En esta práctica se dispone de una válvula cuyos electrodos definen un diodo de vacío con simetría cilíndrica. La Figura 1 incluye un dibujo del aspecto interior de la válvula y un esquema eléctrico de la misma.

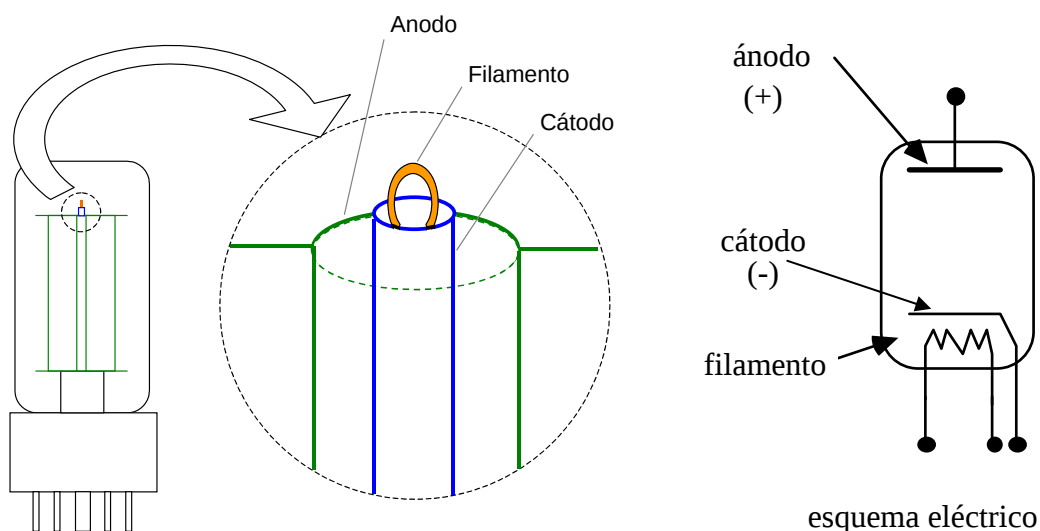


Figura 1

El calentamiento del cátodo metálico de un diodo de vacío (haciendo pasar una corriente eléctrica por el filamento) produce la emisión de electrones por efecto termoiónico. La carga emitida por unidad de área y de tiempo (densidad de corriente) J_T viene dada por la expresión:

$$J_T = AT^2 \exp(-\Phi/kT) \quad (1)$$

donde k es la constante de Boltzmann, T es la temperatura absoluta, A es una constante del orden de $10^6 \text{ Am}^{-2} \text{ K}^{-2}$ ligeramente dependiente del material, y Φ es el trabajo de extracción del metal, o sea la energía necesaria para extraer un electrón del mismo.

En ausencia de un electrodo exterior positivo que atraiga a estos electrones emitidos por efecto termoiónico, la nube de electrones alcanza un equilibrio dinámico con el cátodo estableciéndose una corriente de retorno igual a J_T . Si, por el contrario, se sitúa en las proximidades del cátodo un electrodo polarizado positivamente respecto al cátodo, llamado ánodo, este puede atraer parte de la nube de electrones estableciéndose una corriente neta entre el ánodo y el cátodo.

Para calcular dicha corriente supondremos que el sistema ánodo/cátodo tiene simetría cilíndrica, que el ánodo es el electrodo exterior, y que el cátodo es delgado y ocupa la posición del eje de simetría, tal como la Figura 2 representa.

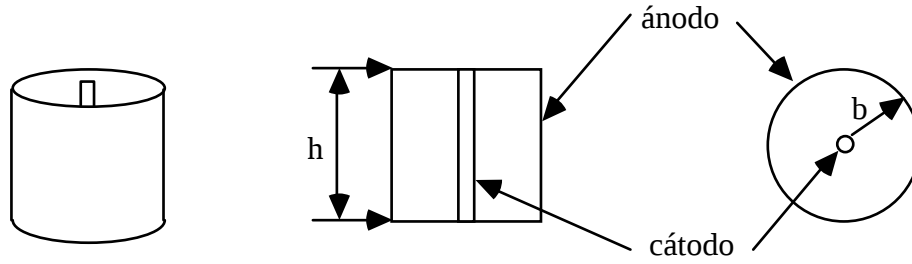


Figura 2

En el espacio situado entre el ánodo y el cátodo se cumplirán las siguientes ecuaciones:

$$J(r) = \rho(r) v(r) \quad (2)$$

$$I = J(r) 2\pi r h \quad (3)$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dV(r)}{dr} \right) = - \frac{\rho(r)}{\epsilon_0} \quad (4)$$

donde $J(r)$ es la densidad de corriente radial a una distancia r del cátodo, $\rho(r)$ es la densidad de carga, $v(r)$ es la velocidad radial de los electrones, I es la intensidad de la corriente, h es la altura de los electrodos, y $V(r)$ es el potencial eléctrico. En régimen estacionario I es constante. Por otra parte, dado que la velocidad adquirida por los electrones v queda determinada por la energía potencial cedida por el campo eléctrico, resultará ser:

$$\frac{1}{2} m v^2(r) = qV(r) \quad (5)$$

siendo m la masa del electrón.

Con ello, $\rho(r)$ puede escribirse en función de $V(r)$:

$$\rho(r) = - \frac{I}{2\pi r h} \sqrt{\frac{m}{2qV(r)}} \quad (6)$$

Este resultado permite reescribir la ecuación (4), sustituyendo $\rho(r)$ en función de $V(r)$. La solución de la ecuación diferencial que se obtiene es:

$$V(r) = V(b) \left(\frac{r}{b} \right)^{2/3} \quad (7)$$

donde $V(b)$ es el potencial en el ánodo V_A .

De este modo se obtiene que la intensidad I queda determinada por el potencial V_A mediante la expresión:

$$I = \frac{4}{9} \frac{\epsilon_0 S}{b^2} \left(\frac{2q}{m} \right)^{1/2} V_A^{3/2} \quad (8)$$

siendo $S=2\pi bh$, la superficie del ánodo.

En realidad, el diodo que se usa en esta práctica tiene un cátodo cuyo radio no es despreciable frente al del ánodo, de manera que hay que modificar la expresión (8). Así, si el cátodo tiene un radio a y el ánodo un radio b , la característica corriente-tensión del diodo viene dada por :

$$I = \frac{4}{9} \frac{\epsilon_0 S}{b(b^{2/3} - a^{2/3})^{3/2}} \left(\frac{2q}{m} \right)^{1/2} V_A^{3/2} \quad (9)$$

que se reduce a la expresión (8) haciendo $a = 0$. En nuestro caso, las dimensiones del diodo usado en la práctica son las siguientes: radio del cátodo $a = 0.6$ mm , radio del ánodo $b = 1.3$ mm y altura del diodo $h = 28$ mm.

En esencia la ecuación (9) nos indica que I debe ser proporcional a $V_A^{3/2}$. Este resultado es correcto para valores pequeños de la corriente, aproximación válida mientras que ésta sea menor que la corriente total emitida por el cátodo por efecto termoiónico. Dicho con otras palabras, el resultado es correcto para valores pequeños de V_A . Para valores grandes de V_A , cuando I se aproxime a la corriente total emitida por el cátodo, se produce un fenómeno de saturación y la intensidad I se estabiliza en dicho valor pasando a ser independiente de V_A .

Estos resultados se ven ligeramente modificados si admitimos que los electrones emitidos por efecto termoiónico en el cátodo tienen una cierta energía cinética, y por tanto una cierta velocidad inicial. La ecuación (5) se modificaría sumando dicha energía cinética al miembro de la derecha.

A continuación analizaremos en qué condiciones puede observarse el efecto magnetrón en un diodo de vacío con simetría cilíndrica. Para ello consideraremos, inicialmente, que el cátodo es delgado y ocupa la posición del eje de simetría. El efecto magnetrón consiste en el confinamiento magnético de un gas de partículas cargadas. Para ello, supondremos que se aplica un campo magnético B uniforme, paralelo al eje del diodo. Como consecuencia de dicho campo las trayectorias de los electrones dejarán de ser radiales para convertirse en espirales, tal como la Figura 3 muestra. Supondremos, así mismo, que $V(r)$ viene determinado por la ecuación (7), y por tanto el campo radial $E(r)$ será:

$$E(r) = -V(b) \frac{2}{3} \left(\frac{1}{b^2 r} \right)^{1/3} \quad (10)$$

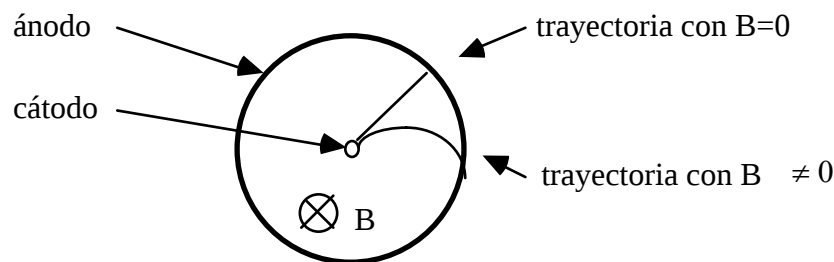


Figura 3

La ecuación de movimiento de los electrones será:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (11)$$

La velocidad y su derivada en coordenadas cilíndricas tienen la forma:

$$\begin{aligned}\vec{v} &= r \dot{\theta} \vec{u}_r + r \ddot{\theta} \vec{u}_\theta \\ \frac{d\vec{v}}{dt} &= (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) \vec{u}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}) \vec{u}_\theta\end{aligned}\quad (12)$$

donde θ es la coordenada angular. Sustituyendo la ecuación (11) en la ecuación (10), y separando las componentes radial y angular de (10), se obtienen las ecuaciones:

$$m\ddot{r} - mr\dot{\theta}^2 = -qE(r) - qr\dot{\theta} B \quad (13)$$

$$r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = \dot{r} \omega_B \quad (14)$$

donde $\omega_B = qB/m$. Tomando la ecuación (13), y multiplicándola por r , se obtiene:

$$\frac{d(r^2\dot{\theta})}{dt} = \omega_B \frac{d(r^2/2)}{dt} \quad (15)$$

que una vez integrada se reduce a:

$$r^2\dot{\theta} - \frac{1}{2} \omega_B r^2 = \text{cte} \quad (16)$$

y dado que esta ecuación se ha de satisfacer en todo instante, en el instante inicial, cuando los electrones salen del cátodo, $r=0$ y por tanto la constante de integración es nula. Por ello se tiene que:

$$\dot{\theta} = \frac{\omega_B}{2} \quad (17)$$

lo que significa que la nube de carga (formada por electrones) tiene una rotación estable. Llevando este resultado a la ecuación (12), se obtiene:

$$m\ddot{r} + mr\left(\frac{\omega_B}{2}\right)^2 = -qE(r) \quad (18)$$

multiplicando por dr e integrando una vez, se obtiene a su vez:

$$\frac{1}{2} m \dot{r}^2 + \frac{1}{2} m r^2 \left(\frac{\omega_B}{2}\right)^2 - qV(r) = \text{cte} \quad (19)$$

ecuación que expresa el principio de conservación de la energía. Los dos primeros términos son las contribuciones radial y angular a la energía cinética total. Si suponemos que los electrones son emitidos con velocidad despreciable, la constante de integración será cero. Esta ecuación nos muestra el confinamiento de la nube de electrones, dado que al aumentar r aumenta $qV(r)$, pero el segundo término aumenta más deprisa por ser proporcional a r^2 , por lo que el primer término disminuye y por tanto dr/dt también disminuye. Existirá un cierto valor de r para el que dr/dt se anule; dicho radio es la distancia máxima que los electrones podrán alcanzar. Por ello se dice que el campo magnético confina los electrones.

Si conseguimos que la nube de carga esté confinada con un radio menor que b , entonces la corriente del ánodo se anulará. Para el caso límite en el que dicho radio sea precisamente b , la ecuación (18) puede expresarse en la forma:

$$\frac{1}{2} m \dot{r}^2 + \frac{1}{2} m b^2 \left(\frac{\omega_B}{2} \right)^2 = qV_A \quad (20)$$

Para un V_A dado, puede conseguirse que dr/dt se anule para $r=b$ aumentando B . Al aumentar B , aumenta ω_B y por tanto el primer término deberá anularse cuando el segundo iguale a la energía potencial qV_A . Esta condición nos determina el valor crítico de B que confina la nube de carga en $r=b$, y su valor nos determina a su vez la relación carga/masa del electrón, sin más que despejarla de la ecuación (19) con $dr/dt=0$:

$$\frac{q}{m} = \frac{8V_A}{b^2 B^2} \quad (21)$$

Al igual que antes, hay que tener en cuenta que el cátodo tiene un radio no despreciable, con lo que la expresión a tener en cuenta es la siguiente:

$$\frac{q}{m} = \frac{b^2 8V_A}{(b^2 - a^2)^2 B^2} \quad (22)$$

En esta práctica se medirá, en primer lugar, la característica corriente/tensión para el diodo de vacío disponible, y posteriormente se medirá la variación de la corriente con el campo magnético, para determinar el campo crítico que confina la nube de carga.

2. MEDIDA DE LA CARACTERÍSTICA DE UN DIODO DE VACÍO

En primer lugar, pondremos en marcha el ventilador, que sirve para evitar un sobrecalentamiento de la válvula y aumentar su tiempo de vida (No olvidar apagarlo cuando termine la práctica).

Montar el circuito de la Figura 4. Antes de poner en marcha la fuente de alimentación, hay que asegurarse de que todos los mandos de tensión y corriente (de las dos salidas independientes) estén a cero (botones completamente girados hacia la izquierda). Pulsar el botón "POWER" para poner en marcha la fuente. La alimentación del filamento se realizará utilizando la salida marcada "FILAMENTO", en el modo Icte. Para ello, en primer lugar nos aseguraremos de que la lucecita "ON" esté apagada (botón inferior hacia fuera). Ajustar el valor de la **tensión máxima a 5.6 V** con los mandos de tensión "coarse" y "fine". Apretar el botón inferior de puesta en marcha: se encenderá la lucecita "ON", la lucecita "CC CURRENT" y el valor de tensión se pone automáticamente a cero. **A partir de aquí no deben modificarse para nada los mandos de tensión** (si se modifican accidentalmente debe empezarse de nuevo el procedimiento anterior). Ajustaremos con el botón "CURRENT" el valor de corriente de alimentación del filamento, subiendo poco a poco. Una vez alcanzado el valor de corriente deseado, habrá que dejar estabilizar la emisión del diodo unos minutos (el valor de tensión debe ser estable).

El diodo se polariza con una tensión V_A , utilizando la otra salida de la fuente de alimentación, marcada con la etiqueta "DIODO". Esta vez trabajaremos en el modo Vcte. Para ello, hay que asegurarse de que la lucecita "ON" esté apagada. Fijaremos el valor de la **corriente máxima a 0.3 A**. Apretar el botón inferior de puesta en marcha: se encenderá la lucecita "ON" y el valor de corriente se pondrá automáticamente a cero. **A partir de aquí no debe modificarse para nada el mando de corriente** (si se modifica accidentalmente se repetirá todo el procedimiento). Con los mandos "coarse" y "fine" ajustaremos el valor de tensión de polarización del diodo.

Mediremos la variación de la corriente del diodo I con el potencial de polarización V_A , para varias corrientes de calefacción del filamento del cátodo, I_F . V_A abarcará el intervalo (0, 20) V, para

corrientes de filamento I_F entre 1 y 2 A (**NO SOBREPASAR EL VALOR MÁXIMO DE 2 A**). Construir varias tablas I - V_A para distintas I_F , por ejemplo variar I_F en pasos de 0.1 A para corrientes bajas (o incluso 0.05 A si se quiere estudiar con detalle el régimen de saturación) y de 0.2 A para corrientes más altas. V_A debe variarse suavemente desde cero al valor deseado, evitando tanto incrementos y decrementos bruscos como barridos de V_A empezando en valores elevados. Estas precauciones son necesarias porque, debido a las características especiales de la válvula empleada, en el caso de no ser así se producen inestabilidades en la corriente del diodo. Dichas inestabilidades pueden aparecer también si se trabaja en condiciones extremas, por ejemplo, para corrientes bajas del filamento y tensiones de polarización relativamente altas (por ello se recomienda el intervalo de 0 a 20 V). No obstante, con las precauciones comentadas anteriormente y utilizando una escala no excesivamente sensible para medir la corriente del diodo (por ejemplo, utilizando la escala de 200 mA en el polímetro), se puede obtener la característica del mismo hasta 30 V (valor máximo de la fuente de alimentación). Observar que cada vez que se cambia I_F debe esperarse un cierto tiempo para que se estabilice la emisión del diodo (tensión y corriente estables). Representar I en función de V_A e interpretar los resultados que se obtengan a la vista de las ecuaciones (1) y (9). A partir de las medidas experimentales y la ecuación (9), puede obtenerse el valor de la relación carga/masa del electrón.

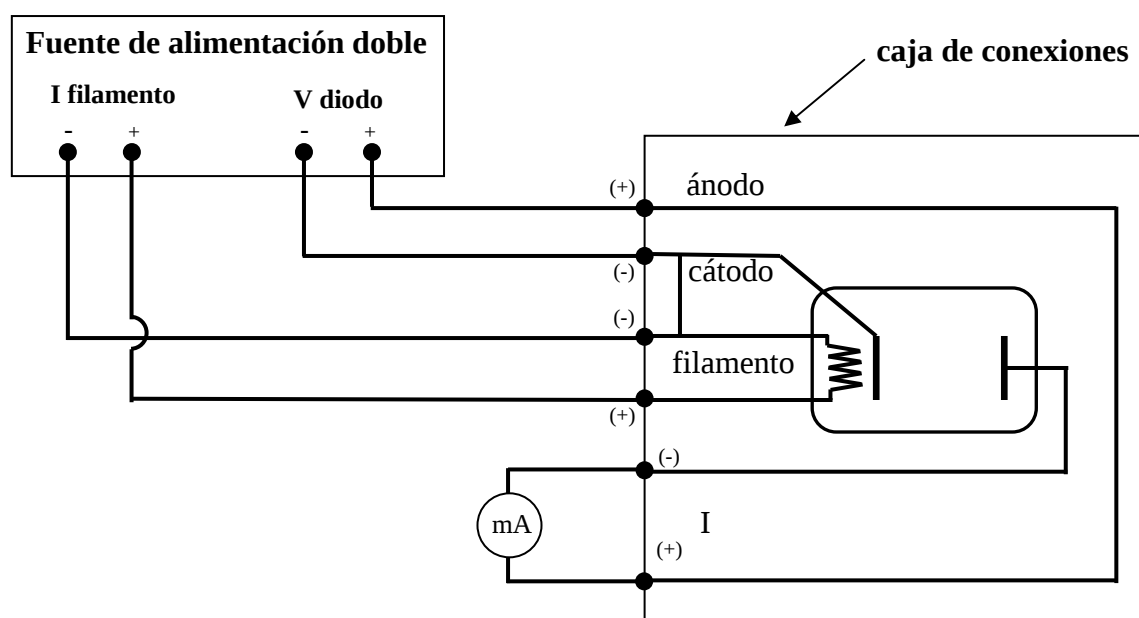


Figura 4

3. MEDIDA DEL EFECTO MAGNETRÓN

Añadir al circuito de la Figura 4 la alimentación de corriente continua del solenoide que genera el campo magnético sobre la válvula, utilizando la fuente GRELCO. Utilizaremos dicha fuente en el modo I_{cte} . Para ello, **SIN CONECTAR NADA A LA FUENTE**, girar el mando de tensión al máximo (totalmente a la derecha) y el de intensidad al mínimo (totalmente a la izquierda). Se encenderá el led rojo correspondiente al modo I_{cte} . En esas condiciones, ya podemos conectar la fuente al solenoide, en los bornes de la caja de conexión marcados con la etiqueta "BOBINA", como indica la figura 5, y variar la corriente de alimentación, I_B , desde cero **hasta un máximo de 5 A**. El campo magnético creado en el interior del mismo queda determinado por I_B mediante la ecuación:

$$B = 12.0 \cdot 10^{-3} I_B \text{ (Tesla, si } I_B \text{ en amperios)} \quad (23)$$

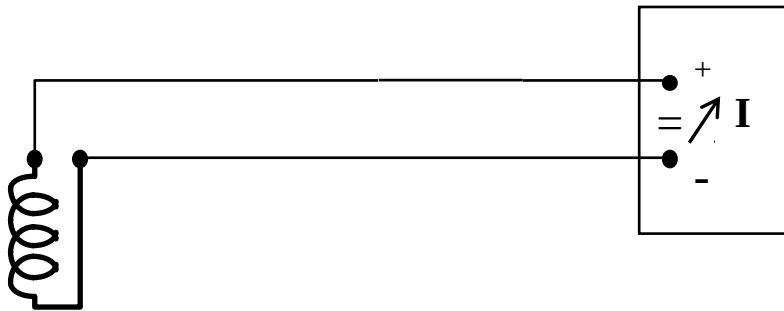


Figura 5

Mantener inicialmente I_F en un valor fijo (por ejemplo de 1.5 A) y medir I en función de B , para V_A igual a 0.2, 1, 2, 4, 6, 9, 12 y 16 V. Medir I en función de B para varios valores de I_F (por ejemplo 2.0, 1.5 y 1.0 A), manteniendo ahora V_A fijo (por ejemplo $V_A = 12$ V). Repetir estas medidas para otros valores de V_A (por ejemplo 6 y 2 V). Aquí, al igual que antes, pueden aparecer inestabilidades en la corriente del diodo si se trabaja en condiciones extremas, o si se hacen variaciones bruscas de corriente y/o tensión. Las representaciones gráficas de I en función de B nos permitirán determinar el campo B crítico que anula la corriente I , y con él la relación carga/masa del electrón, de acuerdo con la ecuación (22). No obstante, otra posibilidad es considerar la relación carga/masa del electrón conocida, y estudiar cuál es el criterio, coherente con las medidas anteriores y con la ecuación (22), para determinar el campo crítico. Adicionalmente se pueden estudiar las curvas de I en función de B , teniendo en cuenta el análisis propuesto en la referencia [4] (ver bibliografía), para obtener la función de distribución en energía de los electrones.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] B.I.Bleaney y B.Bleaney, Electricity and Magnetism, Oxford University Press, 1976, Apdos. 11.5 y 21.1.
- [2] R.K.Wangsness, Campos electromagnéticos, Limusa, 1983, Apéndice A.
- [3] Cualquier libro que trate el tema del movimiento de cargas eléctricas en campos eléctricos y magnéticos estacionarios.
- [4] A. A. Azooz, "The magnetron method for the determination of e/m for electrons: revisited.", European Journal of Physics **28**, 1-7 (2007).