

# FUERZAS MAGNÉTICAS SOBRE MEDIOS MATERIALES: MEDIDA DE LA SUSCEPTIBILIDAD MAGNÉTICA

Objetivos: Medida de susceptibilidades magnéticas, análisis de los efectos de las condiciones de contorno en la fuerza ejercida por el campo magnético sobre un cuerpo material, y fuerzas asociadas a la conductividad.

Material: Fuente de alimentación alterna (50 Hz) con transformador de 125V y autotransformador variable, fuente de alimentación continua regulable GRELCO, balanza, bobina, electroimán con entrehierro, polímetros, sonda de inducción, muestras magnéticas y cilindros de aluminio con alambre de sujeción.

## 1. INTRODUCCIÓN

### 1.1 MATERIALES PARAMAGNÉTICOS

La medida de susceptibilidades magnéticas por el método de la balanza se basa en el hecho de que un campo magnético no uniforme ejerce una fuerza sobre una muestra de material. Dicha fuerza depende de la susceptibilidad magnética del mismo.

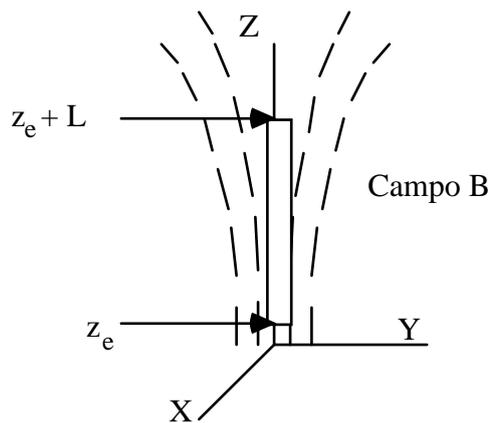


Figura 1

Consideremos el caso de un campo magnético no uniforme dirigido a lo largo del eje z. Para simplificar el tratamiento supondremos que el campo tiene simetría cilíndrica. Introduciremos en dicho campo una barra de material de sección A uniforme, y longitud L, con susceptibilidad magnética  $\chi_m$ , de manera que su eje de simetría coincida con el del campo. Si suponemos que el campo es aproximadamente constante en cada sección de la barra, entonces la fuerza  $F_z$  ejercida por el campo tendrá la expresión:

$$F_z = \frac{\mu \chi_m}{2} A [H^2(z_e+L) - H^2(z_e)] \quad (1)$$

donde  $\mu$  es la permeabilidad magnética del medio, y  $H(z_e+L)$  y  $H(z_e)$  son los valores del campo H en los extremos de la misma cuando la barra ha sido ya introducida. Esta es la fuerza que ejerce el campo magnético sobre los dipolos magnéticos que han sido inducidos por el mismo campo magnético.

Si en el seno del mismo campo magnético se introduce una muestra pequeña de material, entonces la expresión de la fuerza  $F_z$  vendrá dada por:

$$F_z = \mu \chi_m V H \frac{dH}{dz} \quad (2)$$

donde V es el volumen de la muestra y H es el campo en su interior (cuando la muestra ha sido ya introducida).

La mayoría de materiales paramagnéticos ( $\chi_m > 0$ ) o diamagnéticos ( $\chi_m < 0$ ) tienen una susceptibilidad magnética muy pequeña, por lo que los campos  $B_0$  y  $H_0$  existentes antes de introducir las muestras no se verán afectados de forma apreciable. Por tanto, la aproximación  $B=B_0$  y  $H=H_0$  será válida, y la aplicación de las expresiones (1) y (2) es sencilla, previa medida de  $B_0$ . En estos casos puede tomarse  $\mu=\mu_0$ , y las expresiones (1) y (2) se reducen a:

$$F_z = \frac{\chi_m}{2\mu_0} A [B_0^2(z+L) - B_0^2(z)] \quad (3)$$

$$F_z = \frac{1}{\mu_0} \chi_m V B_0 \frac{dB_0}{dz} \quad (4)$$

Estas ecuaciones permiten medir la susceptibilidad de estos materiales siempre que se disponga de una balanza de alta sensibilidad - dado que la susceptibilidad es muy pequeña - previa calibración del campo magnético.

En esta práctica se medirá la susceptibilidad magnética de varias sales de metales de transición del grupo del hierro (electrones 3d), y de un óxido de Gadolinio (todas son sustancias paramagnéticas). La susceptibilidad de muchas de estas sustancias (por ejemplo las sales hidratadas) está determinada por la contribución del spin electrónico de los iones de los metales de transición, mientras que la de los momentos orbitales es despreciable, así como las contribuciones de los restantes átomos o iones. En estos casos, la contribución del spin a la susceptibilidad magnética  $\chi_m$  de un material con n iones por unidad de volumen viene dada por la expresión teórica:

$$\chi_m = \frac{\mu_0 n g^2 \mu_B^2 S(S+1)}{3kT} \quad (5)$$

donde g es el factor de Landé (aproximadamente constante e igual a 2),  $\mu_B$  es el magnetón de Bohr ( $9.274 \cdot 10^{-24} \text{ Am}^2$ ), S es el número cuántico de spin, k es la constante de Boltzmann y T es la temperatura (en grados Kelvin). Así, por ejemplo, tendremos los siguientes valores de S para los iones que se utilizarán:  $\text{Gd}^{+3}$  ( $S=7/2$ ),  $\text{Fe}^{+3}$  ( $S=5/2$ ),  $\text{Cr}^{+3}$  ( $S=3/2$ ),  $\text{Ni}^{+2}$  ( $S=1$ ),  $\text{Mn}^{+2}$  ( $S=5/2$ ) y  $\text{Cu}^{+2}$  ( $S=1/2$ ). La ecuación (5) no tiene validez general, tal como se ha comentado anteriormente, pudiendo encontrar expresiones más generales en , por ejemplo, B.I.Bleaney y B.Bleaney, Cap. 14. Dado que n depende de la densidad y del peso molecular, se define la susceptibilidad magnética molar  $\chi_{m, \text{molar}}$ , molar que expresa la contribución para un mol de átomos, moléculas o iones:

$$\chi_{m, \text{molar}} \equiv \chi_m \frac{P_m}{\rho} = \frac{\mu_0 N_A g^2 \mu_B^2 S(S+1)}{3kT} \quad (6)$$

donde  $P_m$  es el peso molecular de la sustancia y  $\rho$  la densidad. Para una temperatura dada,  $\chi_{m, \text{molar}}$  es proporcional al factor  $S(S+1)$  de los iones paramagnéticos que forman la sal, de tal forma que la medida de la susceptibilidad magnética molar puede emplearse para estimar dicho factor.

## 1.2 MATERIALES FERROMAGNÉTICOS

El cálculo de la fuerza magnética en el caso de materiales ferromagnéticos presenta otro tipo de dificultades. Estos materiales presentan una susceptibilidad efectiva elevada y son medios no lineales. En estos casos la presencia del material puede modificar sustancialmente los campos magnéticos, por lo que la aplicación de las ecuaciones (1) y (2) se complica.

La dificultad radica en determinar el valor de los campos B y H en el medio material en función de los iniciales  $B_0$  y  $H_0$ . En cada caso, y en función de las condiciones de contorno definidas por la geometría de la muestra empleada deben establecerse las aproximaciones adecuadas para evaluar B y H. Así, por ejemplo, la ecuación (2) conduce a los siguientes resultados según que se haga la hipótesis de que  $B \approx B_0$  o que  $H \approx H_0$ :

$$\text{si } B \approx B_0: \quad F_z = \frac{\chi_m V}{(1+\chi_m)\mu_0} B_0 \frac{dB_0}{dz} \quad (7)$$

$$\text{si } H \approx H_0: \quad F_z = \frac{(1+\chi_m)\chi_m V}{\mu_0} B_0 \frac{dB_0}{dz} \quad (8)$$

Cabe destacar el hecho de que estas dos expresiones conducen a resultados muy distintos. Un mismo campo  $B_0$  producirá fuerzas muy diferentes dado el elevado valor que  $\chi_m$  puede tomar en un material ferromagnético.

En esta práctica también se analizarán experimentalmente los efectos de distintas condiciones de contorno en la fuerza magnética, y se medirá la susceptibilidad magnética de una ferrita empleando dos muestras grandes y una muestra pequeña.

## 1.3 FUERZAS SOBRE CONDUCTORES: CORRIENTES DE FOUCAULT

Finalmente se aprovechará el montaje existente para medir la fuerza de interacción entre campos magnéticos variables con el tiempo y un medio material buen conductor. La presencia de un campo magnético variable con el tiempo genera un campo eléctrico inducido (ley de inducción de Faraday-Lenz); dicho campo eléctrico penetra en el medio conductor, generando las corrientes de Foucault. La expresión de la densidad de corriente para dichas corrientes corresponde a las de un medio lineal: la densidad de corriente es proporcional al campo eléctrico inducido, siendo la constante de proporcionalidad la conductividad del medio material ( $\sigma$ ). Conviene aclarar que si la frecuencia de trabajo fuera muy elevada (del orden de los MHz o más), la profundidad de penetración en el conductor sería muy pequeña: en este caso no se puede hablar propiamente de corrientes de Foucault, ya que la corriente queda restringida a la superficie del conductor, no penetrando en el mismo. Esta situación no sería aprovechable para nuestra experiencia, pero la frecuencia de operación que usaremos (50 Hz) permite la generación de corrientes de Foucault en todo el volumen de los conductores que vamos a utilizar.

En el caso de sistemas con una geometría sencilla es posible realizar el cálculo teórico de la fuerza resultante, y deducir la conductividad  $\sigma$  del material a partir de la medida de dicha fuerza. En nuestro caso dispondremos de cilindros conductores de radio  $a$ , lo que permite un cálculo aproximado sencillo. Si empleamos notación compleja para los campos armónicos con el tiempo, podemos escribir el campo magnético de la forma:

$$\vec{B}_0(z,t) = |B_0| e^{i\omega t} \vec{u}_z \quad (9)$$

Llevando este campo a la ecuación del rotor del campo eléctrico, tendremos que el campo

eléctrico inducido y las corrientes inducidas tendrán la forma:

$$\vec{E}_i(z,t) = -j\frac{\omega r}{2} B_0(z,t) \vec{u}_\varphi \quad \vec{J}(z,t) = -j\frac{\sigma\omega r}{2} B_0(z,t) \vec{u}_\varphi \quad (10)$$

Observemos que el campo eléctrico "da vueltas" alrededor del campo magnético inductor definido en la ecuación (9). Las corrientes de Foucault son proporcionales a este campo, siendo la constante de proporcionalidad la conductividad del conductor  $\sigma$ .

Un cálculo sencillo de la fuerza puede realizarse mediante consideraciones energéticas. Para ello hemos de calcular la energía asociada a las corrientes inducidas, que no es otra cosa que la energía del campo magnético creado por dichas corrientes, dicho con otras palabras el campo autoinducido:

$$\vec{B}_i(z,t) = -j\frac{\sigma\omega\mu_0}{2} \frac{a^2 - r^2}{2} B_0(z,t) \vec{u}_z \quad (11)$$

Este campo autoinducido es el campo magnético creado por las corrientes de Foucault, y calculado con el teorema de Ampère.

La energía magnética asociada a dicho campo autoinducido, para una sección  $\Delta z$  pequeña del cilindro, será:

$$U_{Bi} = \frac{1}{2} \int \vec{B}_i \vec{H}_i^* dV = -\frac{\sigma^2 \omega^2 \mu_0}{96} \pi a^6 |B_0|^2 \Delta z \quad (12)$$

Análogamente, para una sección  $\Delta z$  de un cilindro magnético imanable, de susceptibilidad  $\chi_m$ , la energía de imanación tiene la expresión:

$$U_m = \frac{1}{2} \vec{m} \vec{B}_0 = \frac{\mu_0}{2} \chi_m \pi a^2 \Delta z H_0^2 \quad (13)$$

Comparando ambas ecuaciones, tenemos que la susceptibilidad magnética equivalente a las corrientes inducidas y asociada a la conductividad del medio,  $\chi_\sigma$ , puede definirse de la forma:

$$\chi_\sigma \equiv -\frac{\sigma^2 \omega^2 \mu_0^2}{48} a^4 \quad (14)$$

Esta susceptibilidad magnética equivalente a los efectos de la conductividad es de tipo diamagnético, y puede emplearse para calcular las fuerzas que se ejercen sobre el medio material, empleando las expresiones anteriores. Un cálculo más exacto, que en primer orden concuerda con el resultado de la ecuación (14), puede realizarse resolviendo el sistema de ecuaciones formado por las ecuaciones de Maxwell del rotor del campo E y del campo H. Estas ecuaciones pueden resolverse mediante un método iterativo: con  $B_0$  se calcula  $E_i$  en primera aproximación, dicho  $E_i$  se emplea para calcular  $B_i$  (este sería el campo de la ecuación (11)), sumando  $B_i$  al  $B_0$  podemos volver a calcular  $E_i$  en segunda aproximación, y así sucesivamente. Una vez calculado J con el grado de aproximación deseado, puede calcularse la fuerza del campo  $B_0$  sobre dichas corrientes.

Si se repite el cálculo anterior para un cilindro conductor hueco de radio medio a y grosor de pared d (con  $d \ll a$ ), la susceptibilidad magnética equivalente resulta ser:

$$\chi_\sigma \equiv -\frac{\sigma^2 \omega^2 \mu_0^2 d}{8} a^3 \quad (15)$$

Una deducción algo más detallada de las ecuaciones (14) y (15) se puede encontrar en la última referencia de la bibliografía, que aparece al final del guión.

Al inicio de esta práctica se calibrará el campo  $B_0$  creado por la bobina que se utilizará en todas las medidas.

## 2. MEDIDA DE $B_0$

La figura 2 indica las dimensiones de la bobina que se emplea en esta práctica, cuyo campo magnético no uniforme vamos a calibrar.

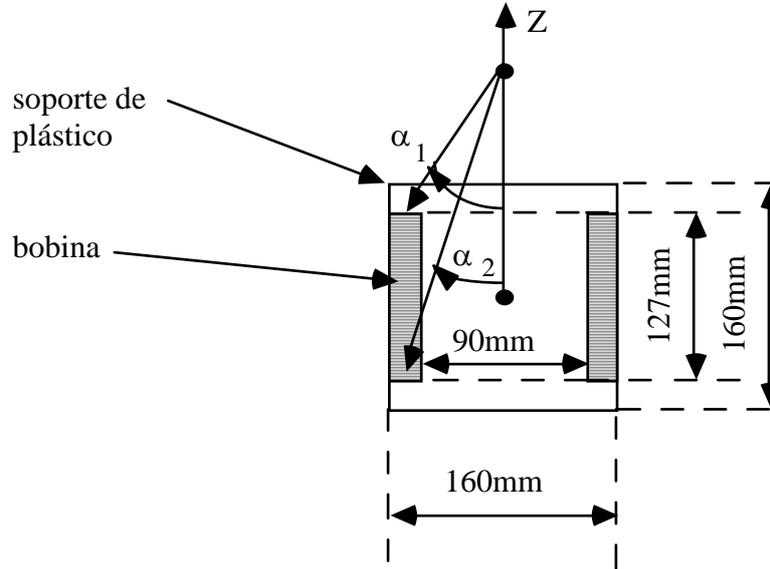


Figura 2

El campo magnético de un solenoide "finito" a lo largo de su eje de simetría (eje z) viene dado por la expresión:

$$B_0 = \frac{\mu_0 N I}{2 h} \left( \frac{\frac{h}{2} - z}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{h}{2} - z\right)^2}} + \frac{\frac{h}{2} + z}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{h}{2} + z\right)^2}} \right) \quad (16)$$

donde N es el número de espiras del solenoide, h es la longitud del solenoide, e I es la corriente que lo alimenta; el origen de coordenadas está en el centro del solenoide. Este campo decrece al aumentar z, por lo que la fuerza sobre una muestra paramagnética, situada a lo largo del eje z, estará dirigida hacia el centro del solenoide.

Para calibrar el campo magnético a lo largo del eje del solenoide utilizaremos una sonda de inducción, constituida por  $N_S$  espiras de sección S, con  $N_S S = 1880 \pm 20 \text{ cm}^2$ . Considerando que dicha sonda es lo bastante pequeña para considerar que el campo magnético que la atraviesa es uniforme en toda su sección, resultará que el flujo de dicho campo magnético viene dado por:

$$\Phi(t) = N_S S B_0 \quad (17)$$

donde  $B_0$  es la componente del campo magnético que atraviesa perpendicularmente la bobina (dado en la ecuación (16)). Si la corriente que alimenta el solenoide es de la forma:

$$I_1 = I_{10} \cos(\omega t) \quad (18)$$

donde  $\omega$  es la frecuencia angular ( $\omega=2\pi f=100\pi$  rad/s), y  $I_{10}$  es la amplitud de dicha corriente, el campo magnético  $B_0$  lo podemos expresar como:

$$B_0 = \tilde{B}_0 \cos(\omega t) \quad (19)$$

Deberemos tener en cuenta que  $\tilde{B}_0$  varía con el eje z según la ecuación (16). La combinación de las ecuaciones (17), (18) y (19) indica que la sonda es atravesada por un flujo de campo magnético que cambia con el tiempo: la ley de inducción de Faraday-Lenz nos predice que aparecerá una fuerza electromotriz  $\varepsilon(t)$  inducida en los extremos de dicha sonda,

$$\varepsilon(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = N_S S \tilde{B}_0 \omega \sin(\omega t) = \varepsilon_0 \sin(\omega t) \quad (20)$$

Así pues, la amplitud de la fuerza electromotriz inducida (que es la magnitud que podemos medir cómodamente con un voltímetro de corriente alterna, ver Figura 3) viene dada por:

$$\varepsilon_0 = N_S S \omega \tilde{B}_0 \quad (21)$$

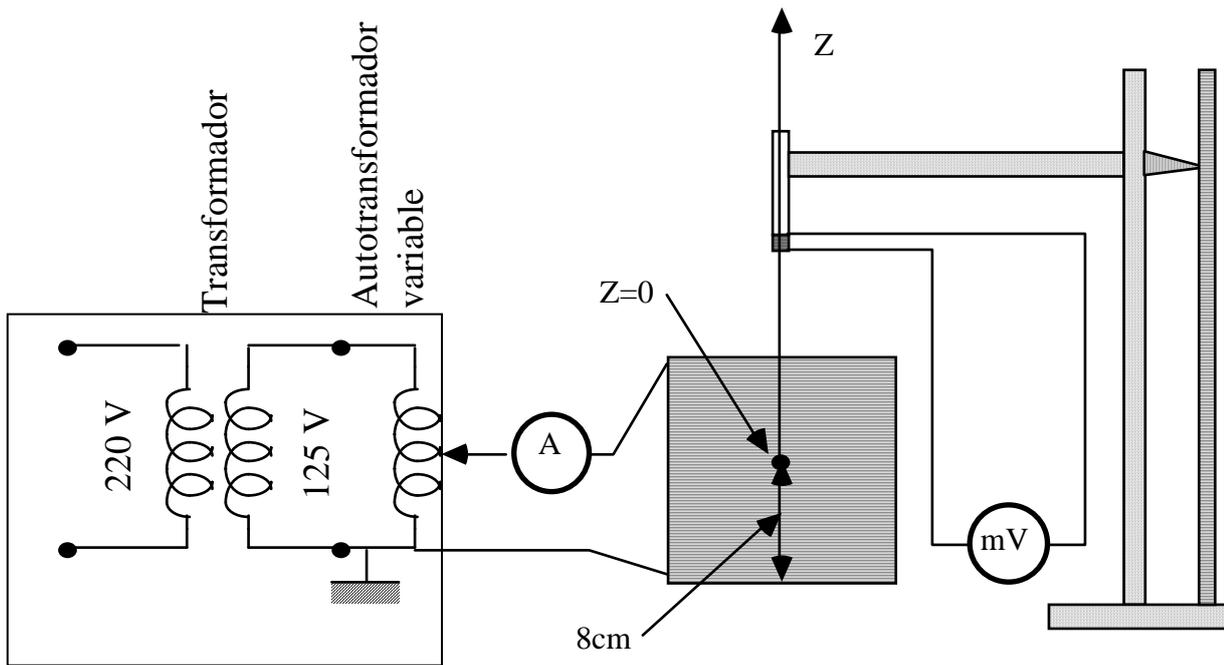
donde recordemos que  $\tilde{B}_0$  varía con el eje z según la ecuación (15).

Alimentaremos el solenoide con corriente alterna de acuerdo con la Figura 3, y ajustaremos el autotransformador para fijar una corriente de alimentación, por ejemplo de  $I_{10}=1A$ . Mediremos la fuerza electromotriz inducida  $\varepsilon_0$  a lo largo del eje z, barriendo aproximadamente el intervalo [-2,22] cm, tomando el origen en el centro de la bobina. Conviene medir con detalle la zona interior de la bobina.

Dado que  $B_0$  es la amplitud del campo creado por una corriente  $I_1$ , cuando posteriormente alimentemos el solenoide con una corriente continua de intensidad I, el campo  $B_0$  creado por la misma será:

$$B_0(\text{creado por I}) = \frac{B_0(\text{creado por } I_1)}{I_1} I \quad (22)$$

Representar  $\tilde{B}_0$  en función de z (a partir de la ecuación (21)). Comparar con la ecuación teórica (16). Es conveniente hacer un ajuste de la expresión teórica a los puntos experimentales. Utilizando kyplot se puede hacer el ajuste de la función no lineal, tomando como parámetros de ajuste el número de espiras  $N$ , el radio efectivo del solenoide  $a$ , e incluso la altura  $h$  del solenoide (en realidad este último parámetro se puede fijar al valor dado en la figura 2). Se podrá representar en una misma gráfica los puntos experimentales y el correspondiente ajuste. Dicha gráfica, se utilizará para determinar  $B_0$  y  $dB_0/dz$ , cuyos valores se precisan en apartados posteriores.



**Fuente de alimentación alterna  
(50 Hz)**

Figura 3

### 3. MEDIDA DE LA SUSCEPTIBILIDAD MAGNÉTICA

Las medidas de susceptibilidad magnética de las sustancias paramagnéticas las haremos utilizando el electroimán, situando el extremo inferior de la muestra en la región del entrehierro. En este caso, al estar el campo magnético confinado esencialmente en el entrehierro, se puede hacer la aproximación de que el campo en el extremo superior de la muestra es cero, y la expresión de la fuerza magnética (ecuación 3) queda:

$$F_z = -\frac{\chi_m}{2\mu_0} AB_0^2 \quad (23)$$

siendo  $B_0$  el campo en el entrehierro. Dicho campo a sido previamente calibrado para corrientes en el intervalo  $I \in [0,5]$  A, y su valor viene dado por la siguiente expresión:

$$B_0 = a \cdot I + b \cdot I^2 + c \cdot I^3 + d \cdot I^4$$

con  $B_0$  en Tesla, I en amperios y

$$a = 0.0514 \pm 0.0005 \text{ T/A}$$

$$b = 0.0041 \pm 0.0005 \text{ T/A}^2$$

$$c = -0.00155 \pm 0.00016 \text{ T/A}^3$$

$$d = 0.00008 \pm 0.00002 \text{ T/A}^4$$
(24)

Disponemos de varios tubos con sales de los iones  $Gd^{+3}$ ,  $Fe^{+3}$ ,  $Cr^{+3}$ ,  $Ni^{+2}$ ,  $Mn^{+2}$  y  $Cu^{+2}$  que contienen una masa distinta en cada caso (ver Tabla).

Situar el electroimán debajo de la balanza, y preparar su circuito de alimentación de corriente continua, con la fuente GRELCO (figura 4). Utilizaremos dicha fuente en el modo Icte. Para ello **SIN CONECTAR NADA A LA FUENTE** girar el mando de tensión al máximo (totalmente a la derecha) y el de intensidad al mínimo (totalmente a la izquierda). Se encenderá el led rojo correspondiente al modo Icte. En estas condiciones ya podemos conectar la fuente al electroimán. Para ello, los bornes del electroimán marcados con 1 y 2 deben de conectarse entre sí mediante un cable, y los bornes marcados con -/+ se conectarán a los respectivos de la fuente de alimentación. Variando únicamente el mando de intensidad (el de tensión debe dejarse siempre al máximo) podremos controlar el campo magnético en el entrehierro. La lectura de intensidad de corriente se puede hacer directamente en el lector de la propia fuente de alimentación. Seguidamente colgar uno de los tubos, y ajustar la posición del electroimán, de manera que el tubo quede bien centrado en el entrehierro, sin tocar las piezas polares del núcleo (esta operación conviene realizarla, si es necesario, cada vez que se cambie de tubo). Activar la balanza pulsando el botón ON y ponerla a cero pulsando el botón T (tara), asegurándose que en este momento la corriente es nula (por lo que el campo magnético en el entrehierro es cero); la balanza debe marcar cero. Después hacemos pasar por el electroimán una corriente  $I$ , y medimos en la balanza  $\Delta m$ . Así pues, la fuerza magnética que se ejerce sobre la muestra la obtendremos con la sencilla expresión:  $F_z = \Delta m g$ , donde  $\Delta m$  es la medida directa con la balanza cuando por el electroimán pasa una corriente  $I$ , y  $g$  es la aceleración de la gravedad ( $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ ); dicha fuerza la medimos como la diferencia entre el peso de la muestra con corriente en el electroimán igual a cero (por eso la balanza se debe tarar cuando la corriente es cero), y el peso de la muestra cuando por el electroimán circula una corriente continua  $I$ . Con ello estamos en condiciones de construir una tabla  $\Delta m = \Delta m (I)$  para cada muestra.

Sustancia	M (g)	L (mm)	$P_m$ (g)	$\rho$ (g/cm <sup>3</sup> )
Gd <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	97.9 ± 0.2	110 ± 1	362.5	7.407
Fe (NO <sub>3</sub> ) <sub>3</sub> 9(H <sub>2</sub> O)	68.4 ± 0.2	130 ± 2	404.0	1.684
CrK (SO <sub>4</sub> ) <sub>2</sub> 12(H <sub>2</sub> O)	75.4 ± 0.2	114 ± 1	499.4	1.826
Ni SO <sub>4</sub> 6(H <sub>2</sub> O)	83.4 ± 0.2	108 ± 1	262.9	2.07
K <sub>3</sub> Fe (CN) <sub>6</sub>	71.7 ± 0.2	104 ± 1	329.3	1.85
SO <sub>4</sub> Mn (H <sub>2</sub> O)	92.8 ± 0.2	113 ± 1	169.0	2.95
Cu (NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub> 3(H <sub>2</sub> O)	100.0 ± 0.2	130 ± 2	241.6	2.32

El intervalo de intensidad que hemos de cubrir es  $I \in [0,5]$  A, salvo para el caso del G<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, en el que se cubrirá únicamente el rango  $I \in [0,3]$  A. Los valores de  $I$  grandes,  $I > 2$  A, producen un efecto Joule apreciable que puede calentar las bobinas del electroimán e incluso quemarlas, por lo que **es necesario hacer las medidas rápidamente** y no dejar el electroimán conectado más de lo necesario con intensidades grandes. Conviene hacer las medidas en bajada, es decir, subir rápidamente a la corriente máxima (5 o 3 A, según el caso), y a partir de ahí tomar medidas siempre en sentido decreciente (evitar hacer subidas y bajadas).

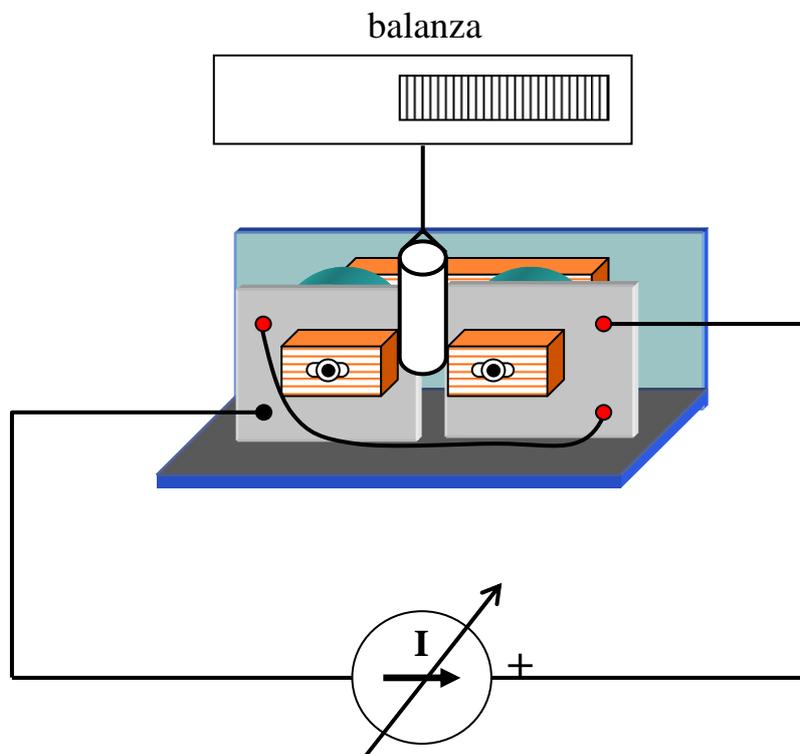


Figura 4

Una vez hechas las medidas, la ecuación (23) nos permitirá calcular  $\chi_m$ : realizaremos un ajuste por mínimos cuadrados de la fuerza  $F_z$  (en nuestro caso  $F_z = \Delta m g$ ) medida, en función de  $B_0^2$ , calculado a partir de la corriente  $I$ , teniendo en cuenta la ecuación de calibración (24). En este cálculo hemos de tener en cuenta que buena parte del interior del tubo es aire, dado que los cristales de las sales empleadas dejan muchos huecos. Por ello, el área de la sección que hemos de utilizar en el cálculo no es la del tubo sino la efectiva, que es la que tiene el material descontando el aire: el volumen del material será  $V=m/\rho$  y al área efectiva será  $A=V/L$ . Los valores de susceptibilidad obtenidos en este apartado se pueden comparar con los tabulados en un Handbook de Física y Química. Para ello hay que tener en cuenta que los valores tabulados corresponden a la susceptibilidad molar expresada en el sistema c.g.s. Así pues, la relación entre la susceptibilidad en unidades del S.I. en función del valor tabulado es:

$$\chi_m(S.I.) = \chi_m(\text{HandBook}) \frac{4\pi\rho}{P_m} \quad (25)$$

Siendo  $\rho$  la densidad del compuesto y  $P_m$  su peso molecular, ambos en unidades c.g.s.

La discusión de los resultados obtenidos realizarse en base a la ecuación (6), haciendo una gráfica en función de  $S(S+1)$ . Es interesante estudiar los valores relativos respecto, por ejemplo, a la sustancia que tenga mayor susceptibilidad molar, además de los valores absolutos.

#### 4. EFECTOS DE LAS CONDICIONES DE CONTORNO SOBRE $F_z$

El resultado dado por la ecuación (4) indica que para un material dado, si se toma una muestra de volumen  $V$ ,  $F_z$  es independiente de la forma concreta de dicha muestra. Sin embargo, si  $\chi_m$  es grande esta conclusión no es cierta, tal y como las ecuaciones (7) y (8) muestran.

Para comprobar experimentalmente los efectos de la geometría de la muestra sobre  $F_z$  se han preparado dos muestras ferromagnéticas del mismo material, cortadas en forma de lámina, ambas del mismo tamaño  $32.5 \times 32.5 \times 0.5 \text{ mm}^3$ , y sujetas con orientaciones distintas, tal como la Figura 5 muestra. Observemos que los alambres de sujeción y la tara empleada son materiales dia o paramagnéticos

( $\chi_m \approx 0$ ), y por tanto su presencia puede despreciarse en relación a las acciones del campo magnético sobre las láminas ferromagnéticas.

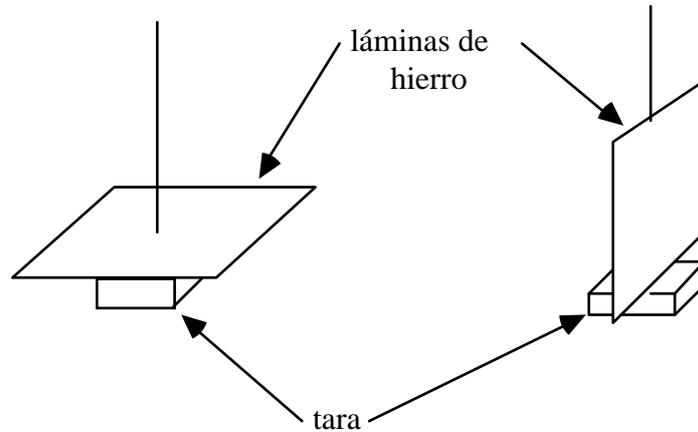


Figura 5

Retirar el electroimán y situar ahora la bobina debajo de la balanza, preparar su circuito de alimentación con corriente continua, y colgar una de las muestras (su centro queda en  $z \approx 60\text{mm}$ ), todo ello tal como la Figura 6 indica. Activar la balanza pulsando el botón ON y ponerla a cero pulsando el botón T (tara), todo ello con campo magnético nulo (corriente en la bobina nula). Seguidamente construir una tabla  $F_z = F_z(I)$ , donde  $F_z = \Delta m \text{ g}$ , para ambas muestras, barriendo el intervalo  $I \in [0,1]\text{A}$  con la ayuda del control de intensidad de la fuente de alimentación de corriente continua (Se trabajará en el modo Icte, como en el apartado anterior).

Interpretar los resultados obtenidos para estas dos muestras. Uno de los posibles métodos a seguir sería representar  $F_z$  en función de  $I^2$ , y analizar estas gráficas a la vista de las ecuaciones (7) y (8), estudiando qué condición de contorno se debe aplicar en cada caso.

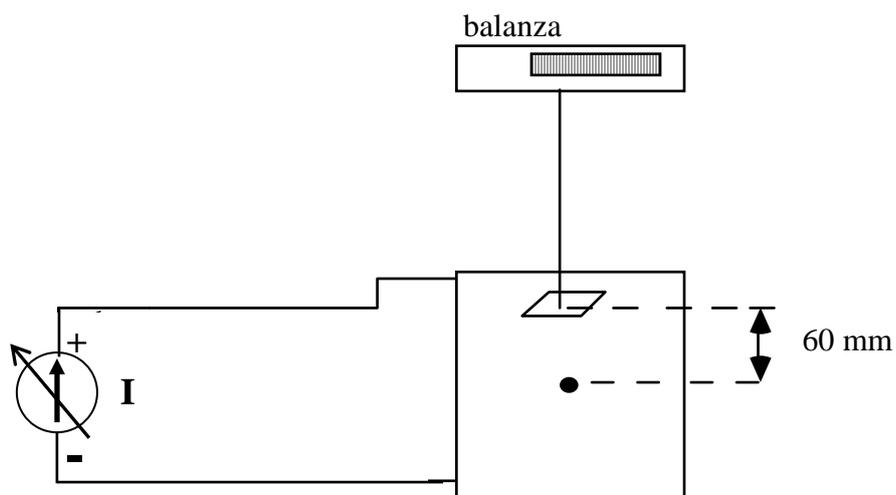


Figura 6

## 5. MEDIDA DE LA CONDUCTIVIDAD DE METALES

En este apartado alimentaremos la bobina con corriente alterna ( $f=50$  Hz). El autotransformador proporciona una corriente de hasta unos 2 A. Se dispone de dos conjuntos de cilindros conductores de aluminio: cilindros macizos ( $L=120$  mm y radios mayores de 14 mm) y cilindros huecos ( $L=120$  mm, 2 mm de grosor de pared y radios medios mayores de ). Cuando los cilindros se cuelgan de la balanza, el extremo inferior de los cilindros está en el punto medio de la bobina ( $z=0$ ). Mediremos la fuerza que ejerce el campo magnético de la bobina sobre los cilindros conductores en función de la intensidad siguiendo el procedimiento habitual (Se recomienda hacer las medidas para corrientes decrecientes), y construyendo una tabla  $F_z=F_z(I_0)$ . A partir de dichas tablas podremos comprobar la diferente dependencia con el radio de la susceptibilidad equivalente según la geometría (cilindro macizo/hueco) y del análisis de los resultados se podrá deducir la conductividad del aluminio, utilizando las ecuaciones anteriores.

### BIBLIOGRAFÍA

- D.J.Griffiths, Introduction to electrodynamics, Prentice Hall, 1981.
- B.I.Bleaney y B.Bleaney, Electricity and Magnetism, Oxford University Press, 1976.
- Handbook of Chemistry and Physics. Sección E (susceptibilidades magnéticas).
- J. Pellicer-Porres, R. Lacomba-Perales, J. Ruiz-Fuertes, D. Martínez-García, "Force characterization of eddy currents", American Journal of Physics **74**, 267-271 (2006).