

Arquitectura i matemàtiques

La Geometria al servei de l'art: de Gaudí a Gehry

No estranya a ningú el fet que les matemàtiques tinguin una aplicació directa en arquitectura. Tots ens podem imaginar que, abans de posar mans a l'obra, l'arquitecte ha de comprovar que l'estructura que vol construir és realitzable tenint en compte la resistència dels materials a emprar, les càrregues que han de suportar i potser també el cost econòmic. Sembla, però, que aquesta aplicació es redueix només a això, al càlcul d'estabilitats, de tensions, etc., però de cap manera al disseny del propi objecte arquitectònic. Pensem, i és ben cert, que pel que fa a la creació artística, l'arquitecte aparta de la seua taula de treball les matemàtiques i deixa volar la imaginació en la recerca de la forma desitjada.

Doncs bé, això no és del tot així. Allò que potser siga desconegut és que les matemàtiques també poden ajudar, i de fet ho fan, sinó en el propi moment màgic de creació artística, sí en l'immediatament posterior. "Tota creació arquitectònica és Geometria" és una màxima que es pot trobar en els tractats de geometria descriptiva. Des de sempre, els arquitectes ha aprofitat superfícies de les que poden qualificar-se com a clàssiques i les combinaven encertadament. I en els nostres dies, també ho continuen fent. Una nova teoria, la de las superfícies de Bézier i les seues generalitzacions, engendrada a principis de la dècada dels 60 en diverses empreses automobilístiques i de construcció aeronàutica, permet ajudar l'arquitecte a dissenyar superfícies de forma arbitrària amb senzillesa i elegància. Permeteu-me que us intente explicar com l'arquitectura ha aprofitat en l'últim segle no només les tècniques matemàtiques, sinó també les idees. Farem un recorregut visitant-hi des de la Sagrada Família de Gaudí fins al Guggenheim de Gehry passant per l'obra mexicana de Félix Candela i per l'estadi olímpic de Munic. Un recorregut que paral·lelament ens portarà des de les superfícies clàssiques utilitzades en arquitectura a les modernes superfícies generades per ordinador.

Geometria i arquitectura abans de l'ordinador

Una de les superfícies que més s'han fet servir en arquitectura és la batejada amb el pompós nom de paraboloides hiperbòlics. Gaudí va ser un dels que la van emprar, però qui més l'ha treballada ha estat Félix Candela. Dins de la fauna de les superfícies, el paraboloides hiperbòlic és un espècimen ja conegut pels grecs. Allò que les corbes còniques (l'el·lipse, la paràbola i la hipèrbole) són per a la dimensió dos, en dimensió tres ho són les superfícies quàdriques. Els noms d'aquestes superfícies tenen a veure amb les corbes que apareixen com a seccions amb plans. En el paraboloides hiperbòlic, una de les superfícies quàdriques, aquestes seccions són paràboles i hipèrboles.

La propietat important, però, la que va motivar l'interès tant de Gaudí com de Candela, és el fet que el paraboloides hiperbòlic, tot i sent una superfície corbada, es pot construir amb línies rectes. L'únic que s'ha de fer és anar variant l'angle d'inclinació d'una recta que es mou damunt una altra corba. Aquest tipus de superfícies els geomètres les anomenem superfícies reglades i tenim exemples a bastament en una altra art, l'escultura. És de suposar que aquesta propietat és la que permetia a Gaudí donar les instruccions precises als seus obrers i al capatàs quan aquests havien de bastir un paraboloides hiperbòlic en el sostre de la Sagrada Família (iniciada l'any 1883).

Vejam exactament com bastir-ne un. Donats quatre punts en l'espai que no estiguen en un mateix pla, hi ha un únic paraboloides hiperbòlic que passa precisament per eixos quatre punts. Aquesta és la mateixa propietat que diu que dos punts determinen una única recta. El que havien de fer els obrers era unir amb sengles barres un dels parells de punts per una banda, i l'altre parell oposat

per l'altra. Després només s'ha de deixar relliscar una altra barra sobre les dues anteriors mantenint una velocitat constant en els extrems.

Gaudí va utilitzar el paraboloid hiperbòlic i també unes altres superfícies doblement reglades com l'hiperboloide de revolució. Qui va mostrar una mestria sublim en la seua utilització va ser l'arquitecte d'origen espanyol, exiliat a Mèxic i després nacionalitzat estatunidenc, Fèlix Candela. El millor exemple es pot trobar en el restaurant "Los Manantiales" (1958) del parc de Choximilco a la ciutat de Mèxic. El sostre està format per vuit paraboloïdes hiperbòlics. La mateixa estructura es pot trobar ara en el nou Parc Oceanogràfic (2002) de la Ciutat de les Arts i les Ciències.

Tant Gaudí com Candela van aprofitar superfícies matemàtiques prèviament definides i estudiades, amb unes equacions perfectament determinades i una manera de construir-les totalment establerta. Això implica una manca de llibertat en el disseny de la forma desitjada. Només podien fer servir una determinada família de superfícies depenent d'uns pocs paràmetres. L'única variació permesa consisteix en jugar amb diferents valors dels paràmetres. El geni dels dos arquitectes i l'experiència assolida després de moltes proves amb maquetes, va suplir aquest defecte.

Superfícies mínimes en arquitectura

El següent exemple d'utilització d'un determinat tipus de superfície en arquitectura el podem trobar en dos dels edificis del complex olímpic de Munic (1972). Tant la coberta de les graderies de l'estadi olímpic com la de la piscina són exemples de les anomenades superfícies mínimes. Aquestes superfícies, conegudes en geometria des del segle XVII, tenen la propietat de ser, entre totes les que tenen la mateixa frontera, les que tenen àrea mínima. La propietat de minimitzar l'àrea és la que va aprofitar el seu arquitecte, l'alemany Frei Otto per tal d'enlairar, mitjançant un sistema de suports i cables, una estructura sorprenentment lleugera on les tensions interiors s'anul·laven, permetent alhora una economia de material i una forma agosarada.

Les superfícies mínimes, encara que permeten més graus de llibertat que l'ús exclusiu dels paraboloïdes hiperbòlics, continuen tenint restriccions. Bàsicament aquestes restriccions apareixen pel fet que, donada la frontera, la superfície mínima està totalment determinada. Per tant, els dissenyadors de superfícies només poden actuar sobre la frontera i esperar que la superfície mínima resultant presente la forma desitjada.

La gènesi del disseny geomètric assistit per ordinador

Aquest problema, la manca de llibertat en el disseny, que apareix amb la utilització de superfícies quàdriques o mínimes, és el mateix que es va plantejar en l'origen d'una nova disciplina: obtenir corbes i superfícies de formes diverses però amb un procediment senzill. Això no es pot aconseguir amb equacions ja que la intuïció, mal que ens pese als geomètres, es perd quan substituïm una superfície per una equació. Cal un procediment geomètric simple que permeta construir formes complicades. En aquestes estaven en el centre de disseny de l'empresa automobilística Citroen quan, cap a finals de la dècada dels 50, van contractar un jove matemàtic. En paraules del propi matemàtic *"ni ell sabia què podia fer en aquella empresa, ni, el que és pitjor, la empresa sabia què podia fer amb un matemàtic"*. El cas és que li van plantejar un problema relacionat amb el disseny i la resposta que va donar és ara coneguda com l'inici del Disseny Geomètric Assistit per Ordinador. El seu cognom era deCasteljau, ara però, les corbes i superfícies que va idear es coneixen amb el nom de corbes i superfícies de Bézier, en honor d'un altre matemàtic que, de manera independent i alternativa, va arribar a la mateixa solució treballant per a una empresa de la competència, la Renault. L'explicació d'aquest canvi de nom és alhora senzilla i cruel, la política de propietat intel·lectual de la Citroen era molt més restrictiva amb els seus treballadors que la de la Renault. DeCasteljau no va obtenir el permís per a publicar el seu treball en revistes científiques amb tot el que comporta de difusió internacional dels resultats, cosa que sí que va poder fer Bézier.

La idea de deCasteljau per construir superfícies té com a germen el propi paraboloid hiperbòlic. Ja hem vist que amb quatre punts determinem un paraboloid hiperbòlic. D'alguna manera podem dir que aquest punts controlen la superfície. La idea consisteix en utilitzar una xarxa de punts que controlen la superfície, i construir la superfície amb un procediment semblant al que fan servir els obrers, matemàticament anomenat interpolació lineal, de manera recursiva. Cal assenyalar que un dels ingredients fonamentals que els informàtics, i també els matemàtics, fan servir quan dissenyen un algorisme és la recursivitat. Per tant, la construcció de deCasteljau està totalment adaptada a la nova eina de treball que representava l'ordinador en aquells primers anys de la seua aparició.

CAGD en l'arquitectura

A Les Alqueries del Niño Perdido, Plana Baixa, es podia contemplar a principis d'estiu com vora carretera començava a enlairar-se una estructura que cridava poderosament l'atenció. Eren les quadernes de fusta que suportarien el sostre d'un nou restaurant. L'edifici és de planta rectangular, amb parets sense cap ornament, tot ben clàssic. Allò cridaner, però, és la forma de la coberta. En contrast amb la utilització de línies rectes i parets totalment planes, la coberta gairebé volava mostrant una estructura corbada gràcilment. Gairebé com si una màgica estora voladora s'haguera posat com a sostre. Les parets de vidre contribueixen a fer més palesa aquesta sensació. Doncs bé, la coberta no és altra cosa que una de les més senzilles superfícies de la nova disciplina.

La coberta que es podia contemplar a principis d'estiu, totalment acabada al començament de la tardor (2002), és l'exemple de superfície de Bézier més senzill a banda del propi paraboloid hiperbòlic. Continua sent una superfície reglada. Dos dels costats de la superfície són paràboles, una còncava i l'altra convexa. Els altres dos són segments rectilinis. Podem pensar en la superfície com en una família de segments rectilinis, recolzats en el seus extrems sobre ambdues paràboles. És a dir, els obrers de Gaudí haurien fet relliscar la barra amb els extrems sobre les dues paràboles.

Aquesta superfície encara conserva una de les propietats del paraboloid hiperbòlic, encara és una superfície reglada. Les dimensions de la seua xarxa de control són 3 per 2. Un exemple de superfície de Bézier amb un grau més de complexitat es pot bastir amb una xarxa de control del tipus 3 per 3. Doncs bé, resulta que també podem trobar una materialització arquitectònica a la mateixa ciutat de València, concretament a l'extrem nord de la platja de la Malvarrosa.

L'exemple més emblemàtic d'aplicació del disseny assistit per ordinador en l'arquitectura el tenim també a prop, el Museu Guggenheim (1997) de l'arquitecte canadenc Frank O. Gehry. Les seues arestes corbades, la forma sinuosa de les seues parets recobertes de titani, els volums gens uniformes, la seua geometria irregular en definitiva, són producte de la voluntat d'integrar l'edifici en l'entorn que l'envolta i de l'ajuda que el seu creador ha tingut dels programes informàtics de disseny basats en els conceptes de corbes i superfícies de Bézier i de les seues generalitzacions.

L'embrió del disseny del Museu són uns pocs gargots. Només amb informació addicional podem relacionar l'esbós amb el resultat final. Malgrat això, l'espurna creativa és allà. Tot el que ve després és tècnica. Ara bé, la noció de superfícies de Bézier va ajudar l'arquitecte a passar amb facilitat de les muses al paper. En paraules del propi arquitecte "*...Després l'ordinador fa els models i jo els utilitze com a revisió visual final. Aleshores, amb l'ordinador ... crec que canvia l'equació entre arquitecte i construcció.*" Ens podem imaginar l'estudi d'arquitectura amb l'arquitecte treballant amb un programa de Disseny Assistit per Ordinador en marxa (concretament, era un anomenat CATIA, d'una empresa aeroespacial francesa) fent-hi proves i més proves, canviant de lloc els punts de control, fins que allò que mostrava el monitor reflectira el que ell tenia en ment.

Si visiteu alguna vegada el museu de Bilbao, recordeu que el propi embolcall del museu, l'edifici, tant l'exterior com l'interior, és també una obra d'art producte d'un arquitecte del seu temps, un Vitruvi electrònic, que va aprofitar les eines matemàtiques en el mateix procés de creació. Eines que van permetre transformar les visions escultòriques en un projecte factible.

Juan Monterde
Deseembre

2002.

Destacats:

Tota creació arquitectònica és Geometria

La propietat de minimitzar l'àrea és la que va aprofitar el seu arquitecte per tal d'enlairar una estructura sorprenentment lleugera permetent alhora una economia de material i una forma agosarada.

En paraules del propi matemàtic "ni ell sabia què podia fer en aquella empresa, ni, el que és pitjor, la empresa sabia què podia fer amb un matemàtic".

L'exemple més emblemàtic d'aplicació del disseny assistit per ordinador en l'arquitectura és el Museu Guggenheim de Bilbao.

Resum anglés

Architecture and mathematics. Geometry in the service of the art: from Gaudí to Gehry. Since ancient times surfaces coming from geometry has been used in architecture. As it can be found in books of descriptive geometry, "Any architectonic creation is Geometry". Nevertheless the use of geometric objects has evolved from classical surfaces to surfaces designed thanks to methods coming from a new discipline: Computer Aided Geometric Design (CAGD). We review the pre-computer times of CAGD represented by the use of hyperbolic paraboloids (Gaudí and Candela), its origin in some automotive factories and its brilliant use made by Gehry in the Guggenheim Museum of Bilbao.