# DISTRIBUCION DE RENDIMIENTOS: APLICACIONES

# Puntos a desarrollar

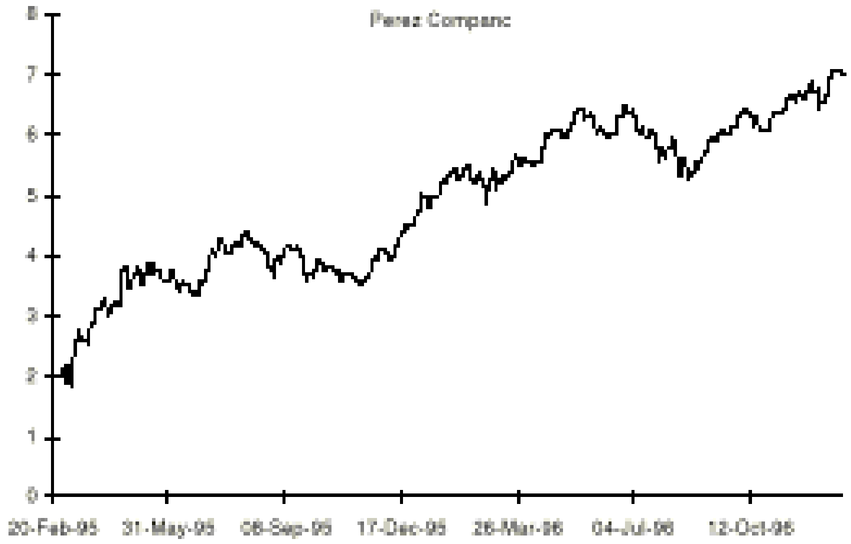
- Como es el modelo de distribucion normal de los rendimientos
- Como se puede utilizar para hacer predicciones futuras sobre precios de activos
- Como se puede utilizar para la selección de carteras eficientes
- Como se puede utilizar para evaluar el riesgo de una cartera

# RENDIMIENTOS

- Rendimiento= porcentaje de crecimiento en el valor de una inversion + dividendos acumulados, en un periodo de tiempo.
- Expresion del rendimiento del dia i a i+1:

$$R_i = \frac{S_{i+1} - S_i}{S_i}$$

# Grafica de evolucion de precios




1.Perez Companc.

# Calculo de rendimientos diarios

Calculating asset returns.

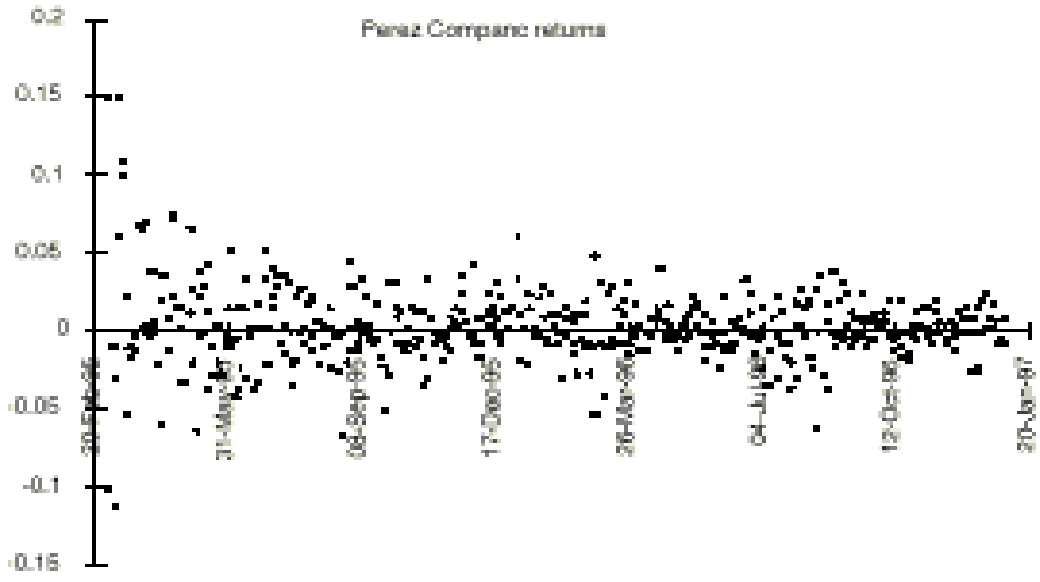
| Date | Perez | Return | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 01-Mar-95 | 2.11 | | | Average return | 0.002916 | |
| 02-Mar-95 | 1.90 | -0.1 | | Standard deviation | 0.024521 | |
| 03-Mar-95 | 2.18 | 0.149906 | | | | |
| 06-Mar-95 | 2.16 | -0.01081 | | | | |
| 07-Mar-95 | 1.91 | -0.11258 | =AVERAGE(C3:C463) | | | |
| 08-Mar-95 | 1.86 | -0.02985 | | | | |
| 09-Mar-95 | 1.97 | 0.061538 | | | | |
| 10-Mar-95 | 2.27 | 0.15 | | =STDEVP(C3:C463) | | |
| 13-Mar-95 | 2.49 | 0.099874 | | | | |
| 14-Mar-95 | 2.76 | 0.108565 | | | | |
| 15-Mar-95 | 2.61 | -0.05426 | | | | |
| 16-Mar-95 | 2.67 | 0.021858 | | | | |
| 17-Mar-95 | 2.64 | -0.0107 | | | | |
| 20-Mar-95 | 2.60 | -0.01622 | =(B13-B12)/B12 | | | |
| 21-Mar-95 | 2.59 | -0.00275 | | | | |
| 22-Mar-95 | 2.59 | -0.00275 | | | | |
| 23-Mar-95 | 2.55 | -0.01232 | | | | |
| 24-Mar-95 | 2.73 | 0.069307 | | | | |
| 27-Mar-95 | 2.91 | 0.064815 | | | | |
| 28-Mar-95 | 2.92 | 0.002899 | | | | |
| 29-Mar-95 | 2.92 | 0 | | | | |
| 30-Mar-95 | 3.12 | 0.069364 | | | | |
| 31-Mar-95 | 3.14 | 0.005405 | | | | |
| 03-Apr-95 | 3.13 | -0.00269 | | | | |
| 04-Apr-95 | 3.24 | 0.037736 | | | | |
| 05-Apr-95 | 3.25 | 0.002597 | | | | |
| 06-Apr-95 | 3.28 | 0.007772 | | | | |
| 07-Apr-95 | 3.21 | -0.02057 | | | | |
| 10-Apr-95 | 3.02 | -0.06037 | | | | |
| 11-Apr-95 | 3.08 | 0.019553 | | | | |
| 12-Apr-95 | 3.19 | 0.035616 | | | | |
| 17-Apr-95 | 3.21 | 0.007936 | | | | |
| 18-Apr-95 | 3.17 | -0.01312 | | | | |
| 19-Apr-95 | 3.24 | 0.021277 | | | | |

# Parametros: valor medio y desviacion tipica

$$\bar{R} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M} R_i$$

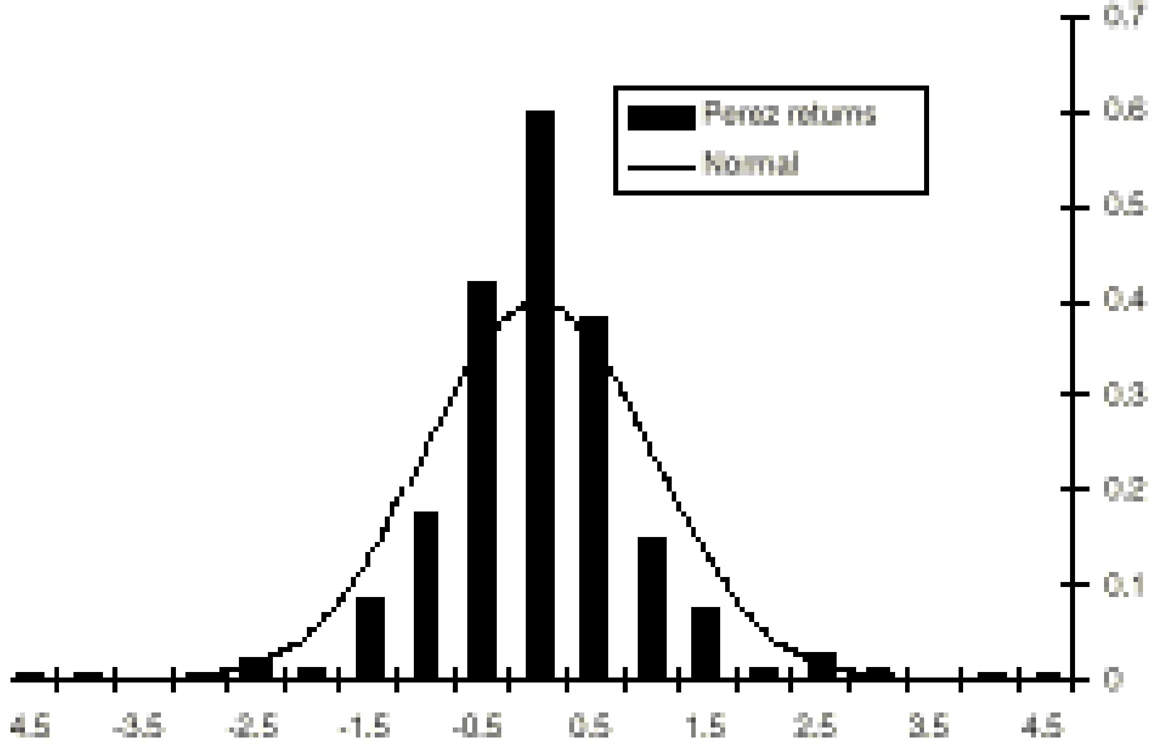
$$\sqrt{\frac{1}{M-1}\sum_{i=1}^{M}(R_i - \bar{R})^2}$$

# Representacion grafica de rendimientos




2.Daily returns of Perez Companc.

# Rendimientos normalizados



# Rendimientos como variable aleatoria

$$R_i = \frac{S_{i+1} - S_i}{S_i} =$$

$$= \text{media} + \text{desviacion estandar} * \text{N}(0,1)$$

# Influencia de la escala temporal

- m media anualizada
- s desviacion tipica anualizada

$$R_i = \frac{S_{i+1} - S_i}{S_i} = \mu \Delta t + \sigma \sqrt{\Delta t}\, N(0,1)$$

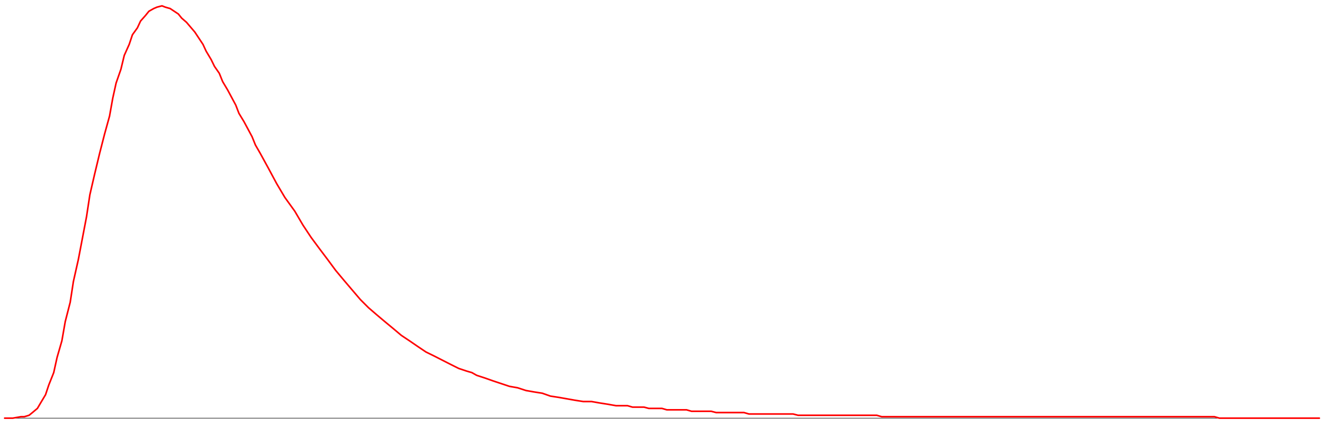
$$R_i \longrightarrow N(\mu \Delta t, \sigma \sqrt{\Delta t})$$

# Volatilidades diarias

- En Valoración de opciones la volatilidad se expresa por año.
- En los cálculos del  VaR la volatilidad aparece como volatilidad diaria.y

$$\sigma_{dia} = \frac{\sigma_{anual}}{\sqrt{252}}$$

# Distribucion Lognormal



$$E(S_T) = S_0\ e^{\mu T}$$

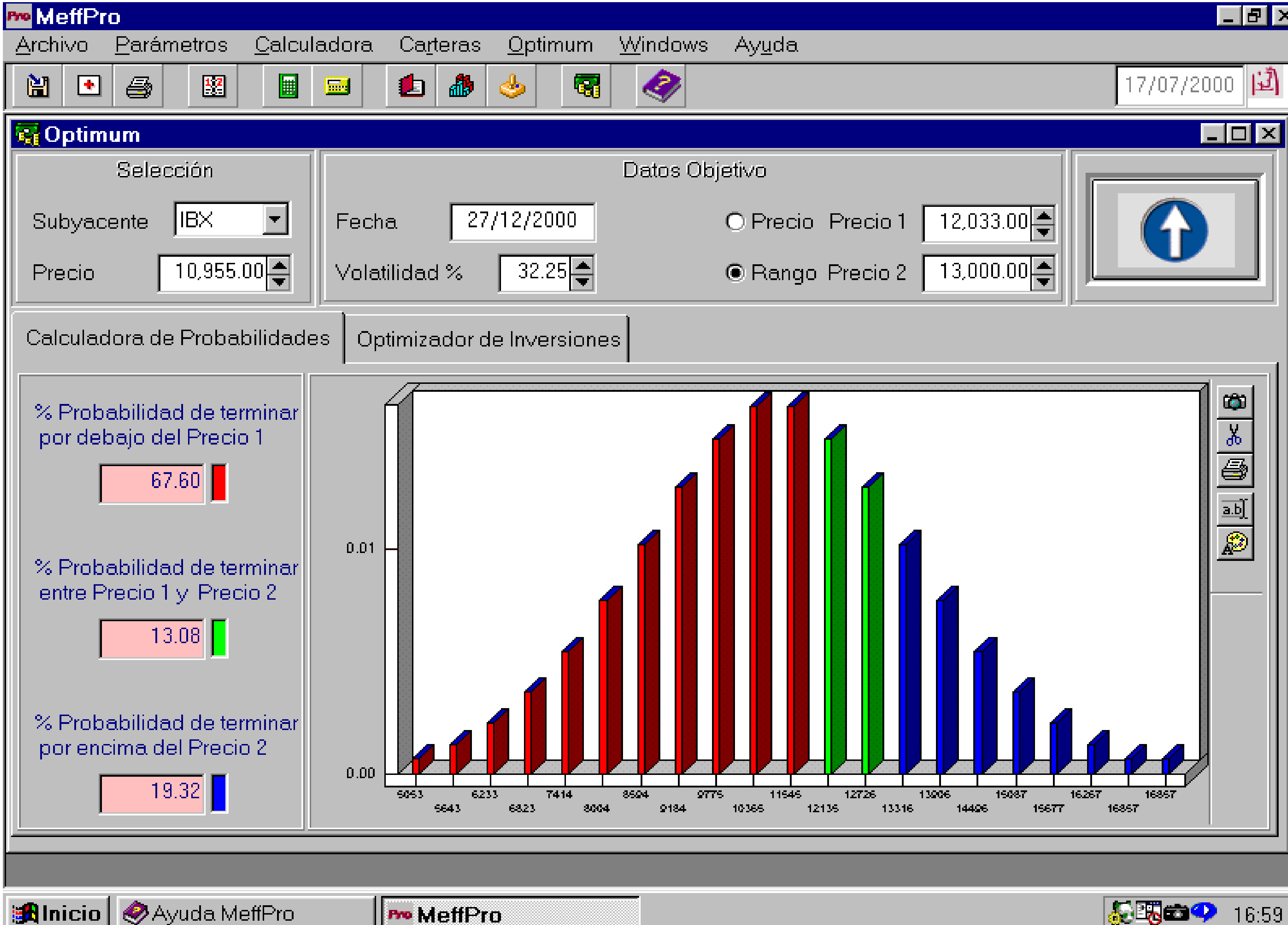
$$\text{var}(S_T) = S_0{}^2 e^{2\mu T}(e^{\sigma^2 T} - 1)$$

# Hipótesis sobre el precio de las acciones

- Sea una acción cuyo precio es $S$
- En un período pequeño de tiempo de medida $\Delta t$ el cambio en el precio de la acción se supone que es normal con media $\mu S D t$ y desviación típica

$$\sigma S \sqrt{\Delta t}$$

- $\mu$ es el rendimiento esperado y $\sigma$ la volatilidad


MeffPro
Archivo Parámetros Calculadora Carteras Optimum Windows Ayuda
17/07/2000
Optimum
Selección
Subyacente IBX
Precio 10,955.00
Datos Objetivo
Fecha 27/12/2000
Volatilidad % 32.25
Precio Precio 1 12,033.00
Rango Precio 2 13,000.00
Calculadora de Probabilidades
Optimizador de Inversiones
% Probabilidad de terminar por debajo del Precio 1
67.60
% Probabilidad de terminar entre Precio 1 y Precio 2
13.08
% Probabilidad de terminar por encima del Precio 2
19.32
0.01
0.00
5053 5643 6233 6823 7414 8004 8594 9184 9775 10365 11545 12135 12726 13316 13906 14496 15087 15677 16267 16857 16857
Inicio
Ayuda MeffPro
MeffPro
16:59

# Estimación de la volatilidad a partir de datos históricos.

1. Consideremos las observaciones $S_0$, $S_1$, . . . , $S_n$ tomadas en intervalos de $\tau$ años
2. Definimos el rendimiento acumulado contínuo como :

$$u_i = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right)$$

3. Calculamos la desviación estándar, $s$ , de los $u_i$
4. La volatilidad histórica estimada es: $\sigma^* = \dfrac{s}{\sqrt{\tau}}$

# Predicciones de volatilidad

- Modelos econométricos: ARCH, GARCH, AGARCH
- Bondad de las predicciones: “Carrera de caballos”
- http://www.serfiex.es

# Value at Risk

# El VaR resuelve la pregunta:

Con confianza del *X%*, ¿cual es la maxima perdida de una cartera para los proximos *N* dias de negociacion?

# VaR y regulación de capital

Las regulaciones requieren que los bancos mantengan un capital para cubrir el riesgo de mercado igual a la media del VaR estimado para los pasados 60 días hábiles usando X=99 y N=10, por un factor multiplicador.

(Usualmente el factor multiplicador es 3)

# Ventajas del VaR

- Captura un importante aspecto del riesgo en un sólo número.
- Es fácil de entender.
- Responde a la simple cuestión: "¿Cómo de mal pueden ir las cosas?

# Hipótesis sobre el precio de las acciones

- Sea una acción cuyo precio es $S$
- En un período pequeño de tiempo de medida $\Delta t$ el cambio en el precio de la acción se supone que es normal con media $\mu S dt$ y desviación típica

$$\sigma S \sqrt{\Delta t}$$

- $\mu$ es el rendimiento esperado y $\sigma$ la volatilidad

# Ejemplo IBM

- Supongamos que mantenemos una posición valorada en 10 millones $ en acciones de IBM
- La volatilidad de  IBM es 2% diaria (sobre el  32% anual)
- Supondremos $N$=10 y $X$=99

# Ejemplo IBM (II)

- La desviación estándar de cambio en la cartera en 1 dia es $200,000
- La desviación estándar en 10 días será

$$200{,}000\sqrt{10} = \$632{,}456$$

# Ejemplo IBM (III)

- Supongamos que el cambio esperado en el valor de la cartera es cero  (esto puede ser cierto para periodos cortos de tiempo)
- Supongamos que el cambio en el valor de la cartera se distribuye según una normal
- Como N(0.01)=-2.33, el VaR es

$$2.33 \times 632{,}456 = \$1{,}473{,}621$$

# Ejemplo AT&T

- Consideremos una posición de $5 millones en AT&T
- La volatilidad diaria de AT&T es 1% (aprox 16% por año)
- La Desviación estándar para 10 días es

$$50{,}000\sqrt{10} = \$158{,}144$$

- El VaR es $158{,}114 \times 2.33 = \$368{,}405$

# Cartera

- Sea ahora una cartera que contiene IBM y AT&T
- Supongamos que la correlación entre los rendimientos es de 0.7

# Desviación Estándar de la Cartera

- Un resultado estándar en estadística afirma que

$$\sigma_{X+Y} = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2 + 2\rho\sigma_X\sigma_Y}$$

- En nuestro coaso $\sigma_x$ = 632,456, $\sigma_Y$=158,114 y $\rho$ = 0.7. La desviación estándar del cambio en el valor de la cartera será 751,665

# VaR de la cartera

- El VaR de la cartera será

$$751{,}665 \times 2.33 = \$1{,}751{,}379$$

- Los beneficios de la diversificación son

(1,473,621+368,405)-1,751,379=$90,647

# El Modelo Lineal

Supongamos

- El cambio en el valor de la cartera está linealmente relacionado con el cambio en el valor de las variables de mercado.
- Los cambios en los valores de las variables del mercado están normalmente distribuidos.

# Modelo Lineal General II

$$\Delta P = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \Delta x_i$$

$$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \alpha_i \alpha_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}$$

$$\sigma_P^2 = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i<j} \alpha_i \alpha_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}$$

donde $\sigma_i$ es la volatilidad de la variable $i$

y $\sigma_P$ es la desviación estándar de la cartera

# Ejemplo de calculo de VaR