

LogMap v1.5.5 – Instrucciones

Concebido por José María Castelo* y José Ángel Oteo**.
Desarrollado por José María Castelo.

Universidad de Valencia – Abril de 2007 / Abril de 2010

Programado en C++, OpenGL (gráficos) y wxWidgets (GUI).

Este programa libre se acoge a la licencia GPL: <http://www.gnu.org/gpl.html>

<http://www.uv.es/oteo/logmap>

*jocasa@alumni.uv.es – <http://jocasa.freecp.net>

**Jose.A.Oteo@uv.es - Dep. Fis. Teorica Univ. Valencia Spain

Introducción

LogMap es un programa que ilustra aspectos de la dinámica caótica. Todas las simulaciones están basadas en la denominada aplicación logística. Se trata de la función unidimensional: $f(x)=r \cdot x \cdot (1-x)$ dependiente de un parámetro r que toma valores comprendidos en el intervalo $[0,4]$ y definida en el intervalo de x perteneciente a $[0,1]$. El programa permite estudiar en detalle el sistema definido mediante las iteraciones $x(n+1)=f(x(n))$.

Interactuando con las gráficas

La interacción con las gráficas en pantalla se realiza mediante el ratón.

- Manteniendo pulsada la tecla 'control', pulsando el botón izquierdo del ratón y arrastrando se consigue trasladar las gráficas.
- Manteniendo pulsada la tecla 'shift', pulsando el botón izquierdo del ratón y arrastrando se consigue aumentar o disminuir el tamaño de la gráfica (hacer zoom).
- Con el botón derecho del ratón y arrastrando se despliega una región rectangular que permite seleccionar una región de la gráfica y ampliarla (hacer zoom a una región concreta).
- Haciendo doble click sobre cualquiera de los dos ejes de la gráfica se restituye en la dirección del eje seleccionado.
- Haciéndolo sobre la esquina inferior izquierda de la gráfica se restituye en ambos ejes.

Cálculos

En la barra de menús se encuentra el menú de cálculos. Este contiene diez opciones que se describen a continuación.

Autocorrelación

La autocorrelación es la correlación de una señal consigo misma. Da cuenta de la similaridad entre los valores de la trayectoria como función de la separación temporal entre ellos. Da una idea de la 'memoria' que la trayectoria tiene de sí misma.

Opciones:

- **r – Parámetro:** valor del parámetro de la función. Su rango es $[0,4]$.
- **Número de iteraciones:** la cantidad de iteraciones a emplear en el cálculo.
- **Transitorio:** número de iteraciones iniciales que se descartan.

Bifurcaciones

El diagrama de bifurcaciones es útil porque muestra los distintos comportamientos de la función iterada en función del valor de su parámetro r . Está construido iterando una cantidad determinada de veces (eje vertical) para un intervalo de valores del parámetro (eje horizontal). El número de iteraciones efectivo es particularmente importante cerca de los puntos de bifurcación. Se ha de tener en cuenta que si la resolución del cálculo del diagrama supera a la de la propia pantalla no se va a añadir mucho más detalle.

En la ventana asociada a este cálculo encontramos las siguientes opciones:

- **Intervalo de valores del parámetro:** intervalo de r para el cual se van a calcular las iteraciones.
- **Número de valores del parámetro:** valores de r que se toman en el intervalo.
- **Número de iteraciones:** iteraciones que se calcularán para cada valor de r .
- **Transitorio:** número de iteraciones que se descartarán contando desde la primera iteración.
- **Barra de desplazamiento:** mueve un cursor sobre la gráfica para seleccionar un valor concreto del parámetro.

Cobweb

Representa gráficamente el proceso de iteración.

Sus opciones son:

- **Xo – Valor inicial:** valor sobre el cual se empieza a iterar. Su rango es $[0,1]$.
- **r – Parámetro:** valor del parámetro de la función. Su rango es $[0,4]$.
- **Número de iteraciones:** la cantidad de iteraciones a calcular.
- **Transitorio:** número de iteraciones iniciales que se descartan.
- **Orden:** el orden de la función compuesta que se representa.
- **Barras de desplazamiento asociadas a Xo y r:** varían estas magnitudes de manera continua.

Curvas de Harter

Estas curvas teóricas representan iteraciones de $X_0=1/2$ en función de r . Es posible dibujar una sola curva o bien una cantidad de curvas seleccionando el botón de 'varias' y eligiendo el intervalo de número de curva desde los controles de la ventana asociada a este cálculo.

Histograma: densidad invariante

Determina el número de veces que se visita un pequeño intervalo del dominio de definición de la función. El histograma se construye dividiendo el intervalo x perteneciente a $[0,1]$ en celdas del mismo tamaño y contando cuántas veces son visitadas en el proceso de iteración. En el caso de trayectorias periódicas es simplemente un conjunto de barras verticales coincidentes con el atractor del sistema. Para trayectorias caóticas el histograma presenta un perfil más disperso.

Se tienen tres opciones para este cálculo:

- El valor del **parámetro**.

- **Número de intervalos:** cantidad de intervalos en la partición del intervalo de definición de la función (resolución de cálculo).
- **Número de iteraciones:** cantidad de iteraciones de la función para un valor del parámetro dado.

Espectro de potencia

Calcula y representa el espectro de potencia de Fourier de una trayectoria partiendo del valor inicial X_0 y para un valor del parámetro r fijo. Es recomendable que se escoja un transitorio suficientemente grande, de modo que el espectro refleje las propiedades genuínas del sistema y no las iniciales y pasajeras. Se representa el eje vertical en escala logarítmica.

Opciones:

- **r – Parámetro:** valor del parámetro de la función. Su rango es $[0,4]$.
- **Número de iteraciones:** este número ha de ser una potencia de 2. Se puede escoger el exponente de la potencia de 2 que determina la cantidad de iteraciones a calcular.
- **Transitorio:** número de iteraciones iniciales que se descartan.

Lyapunov

Calcula el exponente de Lyapunov. Es una herramienta útil para determinar si el comportamiento de la función iterada es periódico o caótico. Cuando un exponente de Lyapunov es positivo el sistema es caótico para el valor del parámetro dado, mientras que si es negativo el sistema es regular. En la gráfica se representan los exponentes en función del valor del parámetro.

Las opciones en este caso son:

- **Intervalo de valores del parámetro.**
- **Número de valores del parámetro.**
- **Número de iteraciones** utilizadas para realizar el cálculo.

Perfil temporal

En el caso de que el sistema sea periódico, el número de iteraciones que se emplea en alcanzar el atractor depende del valor inicial escogido. Si se representa este número en función del valor inicial se construye un perfil temporal para un valor del parámetro fijo.

Para este cálculo las opciones son las siguientes:

- **r – Parámetro:** valor del parámetro de la función. Su rango es $[0,4]$.
- **Número de iteraciones:** número máximo de iteraciones que se considerarán para realizar el perfil. El sistema debe converger antes de alcanzar este número. Si no lo hace puede ser debido a que el número de iteraciones es insuficiente o a que el sistema es caótico.

Return map

Esta es una representación de los valores iterados en la que el eje vertical representa el valor de la iteración número n y el eje horizontal representa el valor de la iteración número $n-i$, donde i es el valor de retraso.

Sus opciones son:

- **r – Parámetro:** valor del parámetro de la función. Su rango es $[0,4]$.

- **Transitorio:** número de iteraciones iniciales que se descartan.
- **Número de iteraciones** que se usan en el cálculo.
- **Retraso:** número de iteraciones hacia atrás respecto de la n-ésima.

Trayectorias

Calcula y muestra un número de iteraciones de la aplicación logística. Se abre una ventana en la que se pueden modificar los distintos parámetros que intervienen en la iteración y la representación.

- **Xo – Valor inicial:** valor sobre el cual se empieza a iterar. Su rango es $[0,1]$.
- **Xo – Valor inicial:** otra condición inicial, útil para visualizar el fenómeno de sensibilidad a las condiciones iniciales.
- **r – Parámetro:** valor del parámetro de la función. El comportamiento de la función iterada depende enormemente de este valor. Su rango es $[0,4]$.
- **Transitorio:** número de iteraciones iniciales que se descartan.
- **Número de iteraciones:** la cantidad de iteraciones a calcular.
- **Graba en archivo:** existe la opción de guardar en un archivo ASCII los valores numéricos de la trayectoria. El archivo se localiza en el mismo directorio desde el que ha sido ejecutado el programa.
- Existe la opción de dibujar la gráfica con puntos separados o unidos con **líneas**.

Gráficas múltiples

Una opción interesante del programa consiste en la posibilidad de mostrar en pantalla dos gráficas simultáneas, permitiendo estudiar el sistema mediante dos cálculos distintos. Las opciones de cálculo y representación siguen siendo las mismas que en el caso de una gráfica por pantalla. Las posibles combinaciones de gráficas, accesibles desde el menú 'Dos gráficas', son las siguientes:

- Trayectorias y bifurcaciones.
- Lyapunov y bifurcaciones.
- Histograma y bifurcaciones.
- Curvas de Harter y bifurcaciones.
- Cobweb y bifurcaciones.
- Cobweb y trayectorias.
- Espectro y bifurcaciones.
- Autocorrelación y bifurcaciones.
- Cobweb y perfil temporal.

Lenguaje

Por último cabe mencionar que la aplicación está traducida al Inglés. Cambiamos el idioma desde el menú 'Lenguaje'.