Matemáticas (Químicas) **Marzo 2009**

Escribir vuestro nombre en cada una de las hojas.

Contestar a cada pregunta en una hoja diferente.

1. Hallar la derivada direccional de la función $f(x, y, z) = z(x - y)^5 + xy^2z^3$ en el punto $(2, 1, -1)$ y en la dirección de la recta normal a la superficie $x^2 + y^2 + z^2 = 6$ en dicho punto.

2. Hallar el plano tangente y la recta normal a la superficie de $\mathbb{R}^3$ descrita por $xe^{\frac{x^2}{2}} + y^2 + z^2 = 1$ en los puntos $(0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}})$ y $(0, 0, 1)$. ¿Es alguno de estos planos horizontal?

$\boxed{3}$ La densidad en cada uno de los puntos (x, y) de la placa metálica $[-1, 1] \times [-1, 1]$ es $T(x, y) = 100 + (x-1)^3(y-2)^2 + \ln(1+x^2)$. Se desea conocer cuáles son, la dirección de mayor crecimiento de la densidad en el punto $(0, 0)$, y las dirección de mayor decrecimiento de la densidad en el punto $(0, \frac{1}{2})$.

$\boxed{4}$ Una placa metálica circular puede describirse como $P := \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4\}$ se calienta según la función $T(x, y) = x^2 + 2y^2 + 2x + 3$. Obtener los puntos de la placa donde la temperatura es máxima y los puntos donde la temperatura es mínima.

$\boxed{5}$ Discutir y en su caso resolver el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro λ.

$$\left\{ \begin{array}{llll} x & +y & +\lambda z & = 0 \\ -x & +\lambda y & -z & = 2 \\ x & -y & +z & = 0 \end{array} \right.$$

$\boxed{6}$ Para qué valores del parámetro a es diagonalizable la matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$. En el caso en que M sea diagonalizable encontrar una matriz diagonal semejante y su matriz de paso.

Nota:

Los que se presenten de todo el parcial deberán hacer los 4 últimos ejercicios (los encuadrados). Los que sólo se presenten de Cálculo Diferencial, los cuatro primeros ejercicios