

1. Calcular la solución general para las siguientes ecuaciones diferenciales

a) $tx'(t) = 4x(t)$ b) $tx'(t) = x(t)$

c) $\cos(t)x'(t) = \sin(t)$ d) $t^2 + x^2(t)x'(t) = 1$

e) $t^2x'(t) + x^2(t) = tx^2(t)$ f) $x'(t) = x(t)(x(t) - 1)$

g) $x'(t) + 2tx(t) = t$ h) $x'(t) + \frac{1}{t}x(t) = t$

2. Determinar la solución particular para los siguientes problemas de Cauchy:

a) $\begin{cases} x'(t) = -x(t) - \sin(t), \\ x(0) = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x'(t) = t^2 - x(t), \\ x(0) = -2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} e^{-t^2}x'(t) = 3t, \\ x(0) = -1 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x'(t) = e^{x(t)}\sin(t), \\ x(0) = 0 \end{cases}$

3. Calcular el gradiente de las siguientes funciones en el punto y la dirección dados:

- $f(x, y) = 1 - x^2 + 2y^2$ en $(x_0, y_0) = (1, -1)$ en la dirección $\nu = (3, 4)$
- $f(x, y) = 20 + xy$ en $(x_0, y_0) = (1, 2)$ en la dirección $\nu = (\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$
- $f(x, y) = \arctan(x^2 + y^2)$ en $(x_0, y_0) = (1, -2)$ en la dirección $\nu = (1, 3)$
- $f(x, y) = \sqrt{4x^2 + 4y^2}$ en $(x_0, y_0) = (1, 0)$ en la dirección $\nu = (0, 1)$

4. Determinar las direcciones de máximo y mínimo crecimiento para las siguientes funciones en el punto dado:

- $f(x, y) = \log(1 + xy)$ en $(x_0, y_0) = (1, 1)$
- $f(x, y) = e^x \cos y + e^y \cos x$ en $(x_0, y_0) = (0, 0)$
- $f(x, y) = xy \cos(xy)$ en $(x_0, y_0) = (0, 1)$
- $f(x, y) = 2e^{-x^2} + e^{-3y^2}$ en $(x_0, y_0) = (1, 0)$