

Bàrbara Llacay y Gilbert Peffer

“ Simulación basada en agentes del efecto inestabilizador de las técnicas VaR ”

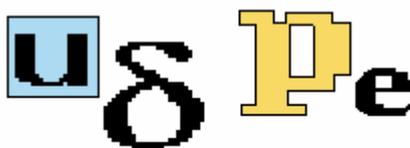
Monográfico sobre inestabilidad financiera.

Quaderns de Política Econòmica.

Revista electrònica. 2^a època.

Vol. 10, Mayo -Agosto 2005

Edita:



Dpto. de Economía Aplicada - Universitat de València
Av. Tarongers s/n, 46022 Valencia
FAX: 963828415 - WEB: www.uv.es/poleco

ISSN: 1579 - 8151

Simulación basada en agentes del efecto inestabilizador de las técnicas VaR

Bàrbara Llacay^{1,2} y Gilbert Peffer^{1,2}

¹Departamento de Matemática Económica, Financiera y Actuarial, Universidad de Barcelona
Av. Diagonal 690, 08034 Barcelona, España.

²Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, Ed. C1, Campus Norte UPC
c/Gran Capità, s/n, 08034 Barcelona, España.

E-mail: {gilbert@cimne.upc.edu, llacay@cimne.upc.edu}

Resumen

En los últimos años ha habido un gran número de crisis financieras con graves efectos en la economía de los países afectados. Para evitar o minimizar estos efectos negativos es necesario entender qué factores pueden desencadenar una crisis financiera. Sin embargo, la literatura sólo ofrece explicaciones de tipo cualitativo o modelos analíticos muy estilizados que resultan poco operativos. Proponemos en este artículo un modelo basado en agentes que permite estudiar, mediante simulación, los efectos agregados que emergen de la interacción de los inversores de un mercado financiero. Nuestro objetivo es analizar con este modelo la influencia en la dinámica de un mercado del uso generalizado de modelos basados en técnicas VaR de gestión de riesgo. Los resultados de la simulación corroboran la tesis que señala el uso homogéneo de estos modelos como uno de los factores que pueden inducir episodios de inestabilidad financiera.

Palabras clave: Crisis financieras, VaR, Gestión de riesgo, Modelos basados en agentes, Simulación

Códigos JEL: C69, D49, E37

1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años ha habido un gran número de crisis que han azotado los mercados financieros. El propio Fondo Monetario Internacional (FMI, 1998) ha cifrado el número de crisis financieras en el período 1980-1995 en 158 crisis de divisas y 54 crisis bancarias en 53 países desarrollados y en vías de desarrollo. Estas crisis han provocado efectos negativos en las economías de los países afectados: el informe del FMI (1998) estima que las crisis de divisas han producido una disminución acumulada media del 4.3% del PIB, mientras que las crisis bancarias han provocado una pérdida media del 11.6% del PIB. Cuando las crisis bancarias y de divisas tuvieron lugar casi conjuntamente, con un año o menos de separación (fenómeno que en la literatura especializada recibe el nombre de ‘crisis gemelas’), las pérdidas fueron aún más sustanciosas, de un 14.4% de media. Estos episodios de gran inestabilidad causan estragos en la economía de los países afectados, que sería deseable evitar o minimizar en la medida de lo posible. Para ello es vital entender cuáles son los procesos que rigen la dinámica de los mercados financieros y que pueden llevar a una crisis.

Sin embargo, hasta el momento en la literatura microeconómica tan sólo encontramos teorías cualitativas que, como veremos, ofrecen explicaciones diversas que se centran en aspectos muy particulares y parciales de una crisis financiera, o bien modelos analíticos muy estilizados basados en la teoría de juegos (Lai, 2002). Con este artículo queremos aportar un nuevo enfoque al estudio de las crisis financieras – basado en la simulación de la microestructura de mercado – que nos permita analizar cuantitativamente la dinámica del mercado.

Centramos nuestra investigación en un factor que algunos autores han señalado como posible causa de inestabilidad en los mercados financieros: el uso extendido de metodologías homogéneas de gestión de riesgo. Por ejemplo la crisis de Rusia/LTCM, uno de los episodios de crisis más bien documentados de los últimos años (Davis, 1999; Perold, 1999), se cita como un caso paradigmático de fallo de los sistemas modernos de gestión de riesgo (FMI, 1998). En un informe de los sucesos de 1998, el BIS (1999) relata las deficiencias de las metodologías actuales de control de riesgo, que los mismos participantes del mercado identificaron como uno de los factores más importantes que desencadenaron una de las peores crisis de los últimos años. La metodología de gestión de riesgo más extendida es el VaR (*Value-at-Risk*), que mide el riesgo de una cartera asumiendo una cierta distribución de probabilidad para las variaciones de su valor. Pero esta metodología presenta diversas deficiencias (FMI, 1998; BIS, 1999):

- Se supone que el mercado siempre será suficientemente líquido como para poder deshacer las posiciones sin crear desórdenes ni grandes variaciones de precio.

- Son modelos contruidos a partir de datos históricos (rentabilidades, correlaciones entre rentabilidades, etc.). Ahora bien, en tiempos de crisis los precios y rentabilidades se desvían enormemente de su tendencia histórica, de forma que los resultados del modelo de riesgo dejan de ser aplicables a la situación presente.
- La regulación basada en esta técnica, como el tratado de Basilea II, tiene un alto componente procíclico que, como se recoge en el primer artículo de esta publicación de Ceballos y Cantarero, lleva a asociarla con el agravamiento de las crisis financieras sufridas en los últimos años o con la propia fragilidad del sistema financiero.

De acuerdo con las conclusiones del BIS, el uso extendido de herramientas de gestión de riesgo basadas en el VaR podrían haber contribuido a la propagación de la inestabilidad. Los participantes del mercado describen en este informe cómo un incremento inicial en los niveles de VaR forzó a muchos inversores a reducir simultáneamente sus posiciones, lo que drenó la liquidez de los mercados y disparó la volatilidad: al bajar el precio de algunos activos, aquellos inversores con un límite de VaR más bajo se vieron obligados a vender parte de su cartera, incluidos activos no directamente afectados por la caída, para evitar rebasar su nivel máximo de riesgo. Sin embargo, estas ventas aceleraron la caída de los precios e incrementaron la volatilidad, de manera que otros inversores con límites superiores de VaR se vieron obligados también a vender. Este proceso se realimentó a sí mismo, provocando caídas en los precios y drenando rápidamente la liquidez del mercado debido a que muchos agentes tenían carteras parecidas y se deshacían de los mismos activos.

Las herramientas de gestión de riesgo pueden jugar por tanto un papel importante en la dinámica de los mercados financieros, diferente del papel estabilizador para el cual son concebidas (Persaud, 2000), y se trata de un tema de gran actualidad – podemos citar por ejemplo el Acuerdo de Basilea II, que promueve la adopción de técnicas VaR de gestión de riesgo por parte de las instituciones financieras. Diversos analistas sostienen además que la situación actual no es muy distinta de la que precedió el colapso del LTCM, si se atiende al comportamiento de los inversores (Economist, 2004). Sin embargo, el efecto de los sistemas de riesgo no puede estudiarse de forma aislada, sino que está íntimamente relacionado con la estructura de mercado, ya que sus consecuencias dependen de la praxis financiera de los agentes del mercado y de sus mutuas interacciones. Por eso proponemos un modelo basado en agentes que se centra en el comportamiento individual de los inversores y permite ver mediante simulación el efecto agregado que se deriva de la interacción de los agentes.

En la sección segunda revisaremos brevemente la literatura sobre crisis financieras, donde se han propuesto diferentes teorías de tipo cualitativo sobre las causas que pueden llevar a una crisis. Sin embargo, se trata de enfoques muy limitados y hace falta explorar nuevas metodologías para el análisis y comprensión de los procesos que rigen la dinámica de una

crisis financiera. En la tercera sección presentamos nuestro enfoque particular, un modelo basado en agentes que utilizamos para estudiar el caso concreto del efecto de los sistemas VaR de gestión de riesgo en la estabilidad de un mercado financiero. Exponemos en la sección cuarta los resultados de la simulación y concluimos en la quinta y última sección.

2. TEORÍAS SOBRE CRISIS FINANCIERAS

Presentamos a continuación de forma muy breve las principales teorías que se han desarrollado hasta el momento sobre crisis financieras. Como veremos, se trata de teorías que tan sólo ofrecen explicaciones de tipo cualitativo sobre aspectos parciales que pueden originar o agravar una crisis financiera, y que resultan poco operativas a la hora de regular los mercados para hacerlos más estables frente a los episodios de inestabilidad. Sin embargo, antes de presentar estas teorías creemos necesario definir qué entendemos por inestabilidad y crisis financieras, puesto que son términos cruciales que aparecen a lo largo del artículo.

No existe una definición unánime de la expresión inestabilidad financiera, concepto clave en nuestra investigación. Nosotros adoptaremos la definición propuesta por Davis: denominamos inestabilidad financiera a “toda perturbación de los mercados financieros que provoca cambios inesperados en los precios, conlleva peligro de quiebra para las instituciones financieras, pudiendo llegar incluso a interrumpir el mecanismo de pagos y la capacidad del sistema financiero de gestionar el crédito” (Davis, 1995: 117).

El concepto de inestabilidad va inextricablemente ligado al de crisis financiera, puesto que una situación de inestabilidad entraña un gran riesgo de sufrir una crisis financiera. Entenderemos por crisis financiera todo evento que desencadena una pérdida de valor económico o de confianza en una parte sustancial del sistema financiero que es lo bastante grave como para tener efectos significativamente adversos en la economía real (G10, 2001).

En el desarrollo de una crisis se acostumbra a distinguir dos fases: su originación y su propagación (Lai, 2002). Una crisis se puede originar por una perturbación (*shock*) negativo que afecte a una institución o mercado (hablamos entonces de *shock* idiosincrático, como sería el caso de la quiebra de un banco) o bien, en el otro extremo, puede incluso afectar a todas las instituciones financieras al mismo tiempo (*shock* sistémico, como sería el caso de un crac del mercado bursátil o el drenaje de la liquidez de un mercado). Entre ambos extremos, tenemos todo un espectro posible de *shocks* que pueden originar una crisis. Ahora bien, para poder hablar realmente de crisis, hace falta que en una segunda fase, este *shock* inicial se propague a través del sistema financiero, de unas instituciones a otras a través de un

mecanismo de contagio, bien a causa de vínculos directos de crédito entre las instituciones, bien por efecto de la información, como podría ser una pérdida de confianza en la solvencia de una institución a causa de quiebras en otras instituciones (De Bandt y Hartmann, 2000). Como hemos mencionado en la definición de crisis financiera, en última instancia el impacto en el sistema financiero se traslada también al sistema económico real (Lai, 2002).

Existen distintas teorías acerca de las causas y la naturaleza de la inestabilidad financiera. Se trata de diferentes enfoques que nos pueden ayudar a entender mejor el origen de las crisis financieras, aunque las explicaciones que ofrecen en la mayoría de los casos son solamente parciales. A continuación revisamos brevemente algunas de estas teorías, siguiendo el trabajo de Davis (1995, 2001).

Teoría de la deuda y la fragilidad financiera

Este enfoque percibe las crisis financieras como una parte necesaria del ciclo de negocio. De forma cíclica se dan en el mercado periodos de sobreendeudamiento. El ciclo puede comenzar con un acontecimiento exógeno que proporcione a los inversores oportunidades de hacer beneficios. A través de un proceso que se retroalimenta a sí mismo, se produce un incremento de la inversión, que se financia mediante deuda (préstamos bancarios, mayoritariamente), lo que incrementa los precios y los depósitos. Se genera así una burbuja financiera que explota cuando a causa de algún *shock* negativo, algunos agentes no pueden hacer frente a sus deudas. Se desencadena así una crisis financiera, con *bank runs* provocados por miedo a que las instituciones se declaren insolventes, eliminando el sobreendeudamiento y llegando a un punto a partir del cual es posible que se repita el ciclo.

Teoría monetarista

Este enfoque identifica las causas de las crisis financieras con las quiebras de bancos que impactan la economía a través de una reducción del suministro de dinero. La quiebra de una institución importante puede provocar *bank runs* en otras instituciones, lo que les puede llevar a declararse insolventes si no consiguen hacer frente a la demanda de liquidez. Este tipo de proceso puede deberse a un error de política por parte de las instituciones monetarias, o puede tener causas macroeconómicas como la inflación. Por su parte, una crisis, de acuerdo con este enfoque, puede alterar la actividad económica causando deflación a causa de la contracción del suministro de dinero.

Teoría de la incertidumbre

Este enfoque considera la incertidumbre (entendida en el sentido de Knight)¹ como un rasgo clave de la inestabilidad financiera. No se puede calcular su riesgo de forma estadística porque los acontecimientos raros como una crisis financiera no se pueden someter a análisis probabilísticos. Sus efectos, por tanto, no se pueden estimar ni cubrir. El acontecimiento de una crisis financiera conlleva efectos adversos para los agentes, lo que hace que pierdan confianza en el buen funcionamiento de los mercados y se replanteen su proceso de decisión, haciendo que los mercados reaccionen de forma desproporcionada a los *shocks* negativos.

Teoría de la miopía del desastre

Este enfoque atribuye la inestabilidad financiera a aquellos mecanismos psicológicos, competitivos, o basados en incentivos, que hacen que las instituciones financieras y los reguladores subestimen el riesgo de que el mercado se inestabilice. Esto les puede llevar a aceptar riesgos concentrados a bajos ratios de capital (es decir, con un alto grado de apalancamiento), lo que puede llevar a un importante racionamiento de crédito cuando tiene lugar un *shock* negativo.

Teoría de la información asimétrica

En un contrato de deuda, generalmente la información es asimétrica, es decir, los prestatarios saben más acerca de su riesgo de crédito que los prestamistas. Este rasgo genera fallos en el mercado, como son el riesgo moral² o la selección adversa³, que pueden ayudar a explicar la naturaleza de la inestabilidad financiera.

Teorías de *bank runs*

Davis (1995) también propone la teoría de *bank runs*, como teoría complementaria a las anteriores. Este enfoque considera que los *bank runs* son el principal factor identificativo de una crisis financiera. Los bancos transforman vencimientos, es decir, proporcionan depósitos líquidos mientras invierten en activos a largo plazo de poca liquidez como son los proyectos industriales. Este desajuste entre los vencimientos de sus activos y pasivos hace a los bancos vulnerables ante un *bank run*: si un número suficiente de inversores decide retirar sus

¹ Se habla de incertidumbre cuando no se puede asociar una distribución de probabilidad a los sucesos futuros, frente a una situación de riesgo, que se da cuando sí es posible asignar tal distribución de probabilidad.

² Situación en que los prestatarios – debido a la información asimétrica – tienen incentivos para implicarse en actividades que los favorezcan a ellos – proyectos de retorno medio superior y mayor riesgo – pero que dañen al prestamista porque aumentan el riesgo de crédito (Davis, 1995), o bien cierta negligencia o poca prudencia en la gestión de los recursos prestados.

³ Se da una situación de selección adversa cuando un prestamista necesita escoger prestatarios de alta calidad antes de conceder un crédito para minimizar el riesgo de impago. Sin embargo, debido a la información asimétrica del contrato de deuda, puede ser imposible distinguir entre los prestatarios con mayor y menor riesgo de crédito (Davis, 1995) y el cobro de una prima por el riesgo de impago puede desincentivar a los prestatarios de alta calidad y quedarse como clientes únicamente los de menor calidad crediticia.

depósitos de un banco al mismo tiempo – a causa de cualquier evento que haga cambiar su percepción del riesgo asumido por el banco – y si el banco no dispone de suficiente capital líquido para hacer frente a las demandas, se verá obligado a vender sus activos ilíquidos de forma anticipada y precipitada, con el consiguiente riesgo de incurrir en pérdidas patrimoniales por la obligación de vender en momentos no óptimos a precios inferiores a los deseables. Dadas estas circunstancias, es posible que el banco llegue a quebrar. Esta teoría se puede aplicar no sólo a bancos u otras instituciones financieras de funcionamiento similar, sino también a los mercados de títulos, donde se puede dar un fallo de liquidez si muchos inversores intentan deshacer sus posiciones a la vez.

Teorías de comportamiento gregario

Según este enfoque, el comportamiento gregario entre los inversores institucionales es una causa potencial de la volatilidad en los mercados de activos, que puede afectar a los bancos y otras instituciones apalancadas. Este comportamiento no tiene por qué ser irracional, puesto que en determinadas situaciones de falta de información o la existencia de señales contradictorias o confusas para la toma de decisiones puede justificar la imitación.

Teoría industrial

Un cambio en las condiciones de entrada en los mercados financieros puede proporcionar un conjunto complementario de factores subyacentes y un mecanismo de transmisión a los elementos identificados por las anteriores teorías.

Como se puede ver, estos enfoques no se excluyen mutuamente, sino que la mayoría se complementan, puesto que en una crisis pueden intervenir factores muy diversos. Por ejemplo, en la crisis de Rusia/LTCM, que ya hemos mencionado en la introducción, se puede argumentar que confluyeron factores distintos que apuntan a diferentes teorías (Davis, 1999, 2001). Por ejemplo, la crisis vino precedida de un incremento de la deuda por parte de prestatarios de baja calidad y fondos de cobertura, y se produjo un aumento en los precios de los bonos de menor calidad (teoría de la deuda y la fragilidad financiera). Diversas innovaciones financieras (fondos de cobertura, gestión de riesgo aplicando técnicas basadas en el VaR) contribuyeron a un aumento de la incertidumbre (teoría de la incertidumbre). Los bancos estaban interesados en explotar el nuevo segmento de mercado que constituían los fondos de cobertura mediante la concesión de créditos (teoría industrial). Hubo muestras de comportamiento gregario por parte de bancos, fondos de inversión y otras instituciones, que buscaron replicar al LTCM para mejorar sus resultados (teoría de comportamiento gregario). Los inversores subestimaron el riesgo de mercado, de crédito y de liquidez durante el prelude de la crisis (teoría de la miopía del desastre). Su miopía podría haberse visto exacerbada por una confianza excesiva en los modelos de VaR, que les podía llevar a creer que tenían un

control sobre el riesgo de sus carteras. La caída del LTCM hacia su casi-colapso tuvo todos los ingredientes de un *bank run*, que en caso de no haber sido rescatado podría haberse extendido a otras instituciones financieras (teoría de *bank runs*).

Vemos pues que las teorías sobre inestabilidad financiera proporcionadas en la literatura, aunque ayudan a entender mejor las causas de la inestabilidad y las crisis, no proporcionan una comprensión completa de estos procesos. Aportan tan sólo rasgos parciales que si bien es posible que se den en un gran número de casos de inestabilidad, no son tampoco generalizables para todo acontecimiento de inestabilidad. Proponemos aquí un nuevo enfoque, basado en la microestructura del mercado, que toma como pieza fundamental el comportamiento individual de los agentes y estudia su efecto agregado. Creemos que esta nueva perspectiva puede proporcionar una comprensión más completa y robusta de cómo y por qué se genera la inestabilidad financiera, explicando el papel de la operativa del mercado como factor importante en la generación y extensión de una crisis.

3. MODELO

El enfoque microeconómico propuesto para el análisis de una crisis financiera responde en sus inicios al objetivo particular de corroborar la tesis de que el uso extendido de técnicas VaR tiene efectos negativos en la dinámica del precio y la estabilidad de los mercados financieros. Para ello, desarrollamos un modelo multi-agente de un mercado estilizado, donde los inversores negocian con un único activo, y su estrategia incorpora un modelo de gestión de riesgo basado en la técnica VaR.

Nuestro modelo parte del marco básico desarrollado por Strulovici y Leung (2003), que extenderemos para incorporar un mecanismo estocástico de previsión del precio, evitar posibles ventas al descubierto o préstamos de efectivo e imponer límites VaR de riesgo a las posiciones de los agentes. Concretamente, consideramos un mercado donde N inversores heterogéneos y posiblemente con racionalidad limitada negocian un único activo S con riesgo que paga un dividendo no especificado en algún momento futuro τ . Los inversores también disponen de efectivo sin interés, cuya cantidad en el mercado es ilimitada. Las operaciones tienen lugar en intervalos de tiempo discretos $T = (t_0 = 0, t_1, \dots, t_n = \tau)$ con $t_j - t_{j-1} = 1$, en los cuales el inversor i -ésimo decide qué parte de su riqueza $w_{i,t}$ le conviene invertir en el activo S y qué parte conserva en efectivo

$$w_{i,t} = c_{i,t} + q_{i,t} p_t, \quad (1)$$

donde p_t es el precio del activo S a tiempo t , $c_{i,t}$ es la cantidad de efectivo del inversor i -ésimo y $q_{i,t}$ es su posición en el activo S . Los inversores hacen previsiones \bar{p}_i con precisión $\sigma_i \geq 0$ del precio $p_{t=\tau}$ del activo con riesgo después de que se haya anunciado el pago del dividendo⁴. Para simplificar los cálculos, asumimos que el pago del dividendo se lleva a cabo en la misma fecha en que se anuncia. La única restricción es la posición agregada en el activo S , que es constante e igual a

$$Q = \sum_{i=1}^N q_{i,0}, \quad (2)$$

donde $q_{i,0}$ es la posición del inversor i -ésimo en el activo con riesgo a tiempo $t = 0$. Al mismo tiempo, y sin perder generalidad, suponemos también que la cantidad inicial de efectivo $c_{i,0}$ es igual a cero para todos los inversores.

Los inversores determinan su posición óptima en S a tiempo t maximizando su utilidad esperada $U_{i,t}$ de riqueza al final del periodo, $\tilde{w}_{i,\tau}$ ⁵, con respecto a la orden emitida, $\theta_{i,t}$. Como es frecuente en la literatura (ver, por ejemplo, Grossman y Stiglitz (1980) o LeBaron et al. (1999)), suponemos que la función de utilidad de los inversores es exponencial de tipo CARA⁶, es decir, con aversión al riesgo constante y absoluta, con una medida de Pratt-Arrow de γ_i , tal que $U_{i,t}(\tilde{w}_{i,\tau}) = -\exp(-\gamma_i \tilde{w}_{i,\tau})$. Los agentes emplean una estrategia autofinanciada para cuadrar sus posiciones en efectivo y en activo con riesgo. La riqueza $\tilde{w}_{i,\tau}$ al final del periodo se puede expresar de la forma

$$\tilde{w}_{i,t} = w_{i,t} + (q_{i,t} + \theta_{i,t})(\tilde{p}_\tau - p_t), \quad (3)$$

donde \tilde{p}_τ es el precio a tiempo τ , justo después de que el dividendo haya sido anunciado. Los inversores creen que \tilde{p}_τ se distribuye de acuerdo con una normal, con media \bar{p}_i y desviación estándar σ_i . Una limitación de esta formulación es que no llega nueva información en el intervalo de tiempo $[0, \tau]$ que pueda llevar a los inversores a actualizar sus creencias respecto a lo correcto de sus previsiones \bar{p}_i para el precio al final del periodo. En lugar de asumir que la previsión de precio es constante, extendemos el modelo para incluir la llegada, en intervalos de tiempo aleatorios, de información vinculada a las creencias de los inversores respecto a la cuantía del dividendo futuro, lo que hará que revisen sus previsiones de precio. Suponemos que los instantes de tiempo $\zeta = (\zeta_0, \dots, \zeta_n)$ en que llega información

⁴ Asumimos que la incertidumbre del inversor con respecto a la precisión de su previsión se puede describir mediante una distribución normal.

⁵ Utilizamos la tilde para indicar que se trata de una variable aleatoria

⁶ *Constant Absolute Risk Aversion*

son idéntica e independientemente distribuidos de acuerdo con una función de densidad exponencial $f(\kappa) = \kappa \exp(-\kappa\zeta)$, donde κ mide la frecuencia de llegada de información. Las previsiones $\tilde{p}_{i,t}^{(\tau)}$ para el precio al final del periodo \tilde{p}_τ se actualizan de acuerdo con la siguiente expresión

$$\tilde{p}_{i,t}^{(\tau)} = \tilde{p}_{i,t-1}^{(\tau)} + \tilde{a}_t \Delta_t \tilde{\zeta}, \quad (4)$$

donde el factor \tilde{a}_t de impacto de la información aleatoria se toma de una distribución uniforme $U(s_l, s_r)$ con $s_l = -s_r$. Además, $\Delta_t \tilde{\zeta} = \tilde{\zeta}_t - \tilde{\zeta}_{t-1}$, donde $\tilde{\zeta}_t$ es un proceso contador con incrementos independientes.

Otra limitación del modelo estándar de Strulovici y Leung es que no impone ningún límite en lo que un inversor individual puede comprar o vender en el mercado. La única restricción es que la posición agregada de activo con riesgo debe ser igual a Q en cualquier momento de tiempo (ver ecuación (2)). Por tanto, los agentes pueden tener grandes posiciones en S , siempre y cuando al sumar las posiciones de todos los inversores, el resultado sea Q . Esta situación es claramente poco realista, por lo que introducimos restricciones adicionales. En particular, querríamos evitar que los inversores tomaran prestado para adquirir grandes posiciones de compra en el activo S . Por eso, imponemos que se cumpla la condición $c_{i,t}^* = c_{i,t} - \theta_{i,t} p_t \geq 0$, donde el asterisco se refiere al valor de la variable justo después de tener lugar la operación. Además, prohibimos las ventas al descubierto, imponiendo la condición $q_{i,t}^* = q_{i,t} + \theta_{i,t} \geq 0$.

En el modelo estándar, la cantidad $\theta_{i,t}$ de activo S que un inversor quiere comprar o vender en un intervalo dado se determina maximizando su utilidad al final del periodo, $U_{i,t}(\tilde{w}_{i,\tau})$, independientemente del riesgo de mercado de su posición agregada. A continuación explicamos cómo introducimos el factor particular del riesgo de mercado en el modelo, y analizamos el impacto que esto tiene en la dinámica de precios.

En el modelo estándar, la fuente de riesgo surge de la incertidumbre en la previsión de precio, no de su volatilidad. El mecanismo que emplearemos para incorporar el riesgo de mercado en el modelo extendido se basa en la utilización de límites VaR, que se hacen efectivos cuando las órdenes calculadas por los inversores mediante la maximización de su utilidad esperada resultan en una posición que excede la exposición de riesgo máxima admitida. Con tal propósito, el riesgo de mercado a tiempo t de la cartera de cada inversor se calcula usando la formulación estándar de VaR descrita a continuación.

La metodología VaR se usa de forma generalizada para medir el riesgo de mercado de una cartera de inversión mediante la distribución de pérdidas y ganancias de los activos que la

constituyen. De acuerdo con la formulación VaR estándar, la pérdida máxima que se puede esperar con un cierto nivel de confianza η viene dada por

$$L_\eta = V_t \chi(\eta) \sigma_t \sqrt{\Delta t_h}, \quad (5)$$

donde se supone que para una cartera dada y un determinado horizonte de tiempo $\Delta t_h = t_h - t$, la pérdida o ganancia ΔV_t se distribuye bajo una normal de media cero y varianza normalizada $(\sigma_t)^2$. Dado un horizonte de tiempo $\Delta t_h = 1$, si el límite de riesgo para el inversor i -ésimo es igual a L_i , entonces

$$\chi(\eta) \hat{\sigma}_{t,[n]} w_{i,t}^S \leq L_i, \quad (6)$$

donde $w_{i,t}^S = (q_{i,t} + \theta_{i,t}) p_t$ es aquella parte de la riqueza del inversor i -ésimo que se invierte en el activo S después de la negociación y $\hat{\sigma}_{t,[n]}$ es el estimador media móvil con ventana n de la volatilidad a tiempo t :

$$\hat{\sigma}_{t,[n]} \stackrel{def}{=} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i \in [s,t]} (p_i - \bar{p}_{[n]})^2}, \quad (7)$$

donde $\bar{p}_{[n]}$ es el precio medio en la ventana de tiempo $[t, s]$ y $n = t - s + 1$. La orden emitida por el inversor i -ésimo está por tanto limitada por la cota superior

$$\theta_{i,t}^{(VaR)} = \frac{L_i}{\chi(\eta) \hat{\sigma}_{t,[n]} p_t} - q_{i,t}. \quad (8)$$

El riesgo de mercado se puede incorporar ahora como una restricción en la formulación del problema de utilidad esperada:

Resolver

$$\max_{\theta_{i,t}} \mathbf{E}^i [U_{i,t}(\tilde{w}_{i,\tau})] = \max_{\theta_{i,t}} \left(-\exp(-\gamma_i [w_{i,t} + (q_{i,t} + \theta_{i,t}) \cdot (p_{i,t-1}^{(\tau)} + a_t J_t - p_t)] + 0.5 \gamma_i^2 \sigma_i^2 (q_{i,t} + \theta_{i,t})^2) \right) \quad (9)$$

sujeto a

$$c_{i,t} - \theta_{i,t}^{(C_1, C_2)} p_t \geq 0, \quad (C1)$$

$$q_{i,t} + \theta_{i,t}^{(C_1, C_2)} \geq 0, \quad (C2)$$

$$\theta_{i,t}^{(opt)} = \min \left\{ \theta_{i,t}^{(C_1, C_2)}, \theta_{i,t}^{(VaR)} \right\}, \quad (C_{\min})$$

donde $\theta_{i,t}^{(C_1, C_2)}$ es la solución del problema de maximización de utilidad sujeto únicamente a las restricciones C1 y C2. A partir de la ecuación (8) obtenemos que $\theta_{i,t}^{(VaR)} \geq -q_{i,t}$, ya que $L_i \geq 0$, y por tanto la condición (C2) siempre se satisface para $\theta_{i,t}^{(VaR)}$. Por tanto, si $\theta_{i,t}^{(opt)} = \theta_{i,t}^{(VaR)}$, entonces (C2) se cumple de manera automática. Además, puesto que (C_{min}) implica que $\theta_{i,t}^{(VaR)} < \theta_{i,t}^{(C_1, C_2)}$, también se satisface la condición (C1). Por tanto, la orden óptima determinada por la condición (C_{min}) también cumple las condiciones (C1) y (C2). Para encontrar la solución al problema de maximización anterior basta por tanto calcular la solución $\theta_{i,t}^{(C_1, C_2)}$ que satisface el problema sin la condición (C_{min}), y entonces hallar $\theta_{i,t}^{(opt)}$ que cumple además (C_{min}). Obtenemos:

$$\begin{aligned}
 \theta_{i,t}^{(opt)} &= -q_{i,t} & \text{para } p_{i,t-1}^{(\tau)} + a_t J_t - p_t &\leq 0 \\
 \theta_{i,t}^{(opt)} &= \frac{p_{i,t-1}^{(\tau)} + a_t J_t - p_t}{\gamma_i \sigma_i^2} - q_{i,t} & \text{para } \begin{cases} 0 < p_{i,t-1}^{(\tau)} + a_t J_t - p_t < \gamma_i \sigma_i^2 \frac{\omega_{i,t}}{p_t} \\ \frac{q(\eta) \hat{\sigma}_{t,[n]}}{\gamma_i \sigma_i^2} p_t (p_{i,t-1}^{(\tau)} + a_t J_t - p_t) \leq L_i \end{cases} \\
 \theta_{i,t}^{(opt)} &= \frac{L_i}{q(\eta) \hat{\sigma}_{t,[n]} p_t} - q_{i,t} & \text{para } \begin{cases} 0 < p_{i,t-1}^{(\tau)} + a_t J_t - p_t < \gamma_i \sigma_i^2 \frac{\omega_{i,t}}{p_t} \\ \frac{q(\eta) \hat{\sigma}_{t,[n]}}{\gamma_i \sigma_i^2} p_t (p_{i,t-1}^{(\tau)} + a_t J_t - p_t) > L_i \end{cases} \\
 \theta_{i,t}^{(opt)} &= \frac{\omega_{i,t}}{p_t} - q_{i,t} & \text{para } \begin{cases} p_{i,t-1}^{(\tau)} + a_t J_t - p_t \geq \gamma_i \sigma_i^2 \frac{\omega_{i,t}}{p_t} \\ q(\eta) \hat{\sigma}_{t,[n]} \omega_{i,t} \leq L_i \end{cases} \\
 \theta_{i,t}^{(opt)} &= \frac{L_i}{q(\eta) \hat{\sigma}_{t,[n]} p_t} - q_{i,t} & \text{para } \begin{cases} p_{i,t-1}^{(\tau)} + a_t J_t - p_t \geq \gamma_i \sigma_i^2 \frac{\omega_{i,t}}{p_t} \\ q(\eta) \hat{\sigma}_{t,[n]} \omega_{i,t} > L_i \end{cases}
 \end{aligned}$$

Una vez los inversores han calculado su orden óptima $\theta_{i,t}^{(opt)}$ y después de ajustarla para cumplir con la condición de oferta constante (ecuación (2)), los precios se actualizan de acuerdo con la simple función de formación de precio dada por

$$p_{t+1} - p_t = \lambda^{-1} \Theta_t, \quad (10)$$

donde λ es un factor de liquidez constante y Θ_t es el exceso de orden en el mercado a tiempo t ,

$$\Theta_t = \sum \theta_{i,t}, \quad (11)$$

que es positivo cuando las órdenes de compra superan las de venta, en cuyo caso hay un exceso de demanda en el mercado, y negativo cuando las órdenes de venta superan las de compra.

A diferencia de un mercado walrasiano, donde no se permiten operaciones en desequilibrio y donde por tanto el exceso de orden es nulo por construcción, en nuestro modelo empleamos un mecanismo de formación de precio basado en el exceso de orden Θ_t , que refleja las siguientes heurísticas

- El precio debería subir en caso de haber una demanda fuerte en el mercado
- A la inversa, el precio debería bajar si hubiera un exceso de oferta
- Los mercados más líquidos deberían verse menos afectados por un exceso de orden dado que los mercados menos líquidos

La dinámica de precio (ecuación (10)) determina el precio actualizado del activo con riesgo, una vez se conocen las órdenes óptimas a emitir, calculadas por todos los inversores mediante la maximización de su utilidad (resolviendo el problema (9)) y hallando a continuación el exceso de orden (ecuación (11)). Una manera práctica y computacionalmente eficiente de resolver este problema es empleando simulación. Veremos en el apartado siguiente los resultados que se obtienen al simular una población de agentes que toman decisiones de inversión restringidas por el uso de límites VaR de riesgo, de acuerdo con el modelo que acabamos de presentar.

4. RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN

A diferencia del caso del modelo estándar, que es más simple, y a pesar de que el problema de maximización cuando se incluyen límites de VaR se puede resolver analíticamente (ver la sección anterior), es más eficiente analizar la ecuación de la dinámica del precio mediante simulación a causa de su fuerte no-linealidad.

Nos interesa ver cómo se comporta la volatilidad de la serie de precios para distintos límites VaR de riesgo. En cada ejecución de la simulación con T pasos de tiempo, tomamos la norma l_2 de la volatilidad como medida de la volatilidad global del precio para esa ejecución en particular

$$\|\hat{\sigma}_{[n]}\|_{l_2} = \sqrt{\sum_{t=1}^T \hat{\sigma}_{t,[n]}^2}. \quad (12)$$

A continuación estudiamos el efecto que diferentes niveles de VaR (dados por el factor $\lambda^{(r)}$) tienen en la dinámica del precio en general y en la volatilidad en particular.

Consideramos una población heterogénea compuesta por $N = 10$ inversores, A_1, \dots, A_{10} , que se distinguen en su nivel de aversión al riesgo, dado por el factor $\varphi_i = (\gamma_i \sigma_i^2)^{-1}$, y en la frecuencia κ_i (asignada de forma aleatoria) con la que reciben información para actualizar su previsión del precio. Suponemos que la previsión inicial de precio es la misma para cada agente, y vale $p_{i,0}^{(r)} = 5$. Suponemos también que el activo con riesgo es perfectamente divisible, con lo cual $Q = 1$, y que al empezar la simulación se distribuye uniformemente entre todos los agentes ($q_{i,0} = 0.1$), que cuentan además con una dotación inicial de efectivo $c_{i,0} = 10$.

Los valores de los parámetros se eligen dentro de intervalos para los cuales el comportamiento de las variables es cualitativamente realista. El factor de riesgo para el agente A_i se escoge de una distribución uniforme $\varphi_i \sim U(0.05, 0.08)$ y – al igual que ocurre con la intensidad de información a y la frecuencia κ_i – es la misma en todas las ejecuciones de la simulación $r = 1, \dots, R$. La intensidad de información $a_{t,i}$ se toma a cada momento de tiempo t de la distribución uniforme $U(-a/2, a/2)$, donde $a = 3$, y es la misma para cada inversor. Tal como hemos dicho, los agentes se distinguen en la frecuencia de llegada de información, que para cada inversor i se distribuye de la forma $\kappa_i \sim U(0.06, 0.1)$. En la r -ésima ejecución de la simulación, el límite de riesgo VaR $L_i^{(r)}$, o pérdida máxima permitida por el inversor i toma como valor $\lambda^{(r)}(1 + 2/3\xi_i)$, donde $\lambda^{(r)} = 2.76 + 0.12(r-1) \cdot 10^{-1}$ y $\xi_i \sim U(0,1)$ es el mismo vector en cada ejecución de la simulación.

La siguiente tabla muestra los valores generados aleatoriamente para los factores de riesgo φ_i y las frecuencias de llegada de información κ_i .

Inversor	φ_i	κ_i	$L_i^{(8)}$
1	0.0656	0.0724	0.5499
2	0.0654	0.0998	0.5739
3	0.0677	0.0613	0.4745
4	0.0783	0.0660	0.4970
5	0.0733	0.0854	0.3758
6	0.0587	0.0669	0.5618
7	0.0644	0.0868	0.5670
8	0.0635	0.0870	0.5944
9	0.0689	0.0819	0.3787
10	0.0601	0.0966	0.4409

Presentamos primero algunos resultados para la octava ejecución de la simulación como un ejemplo que nos ayudará a explicar las principales características de la dinámica de precios en una población donde los inversores tienen distintos límites de riesgo (incluidos también en la tabla anterior).

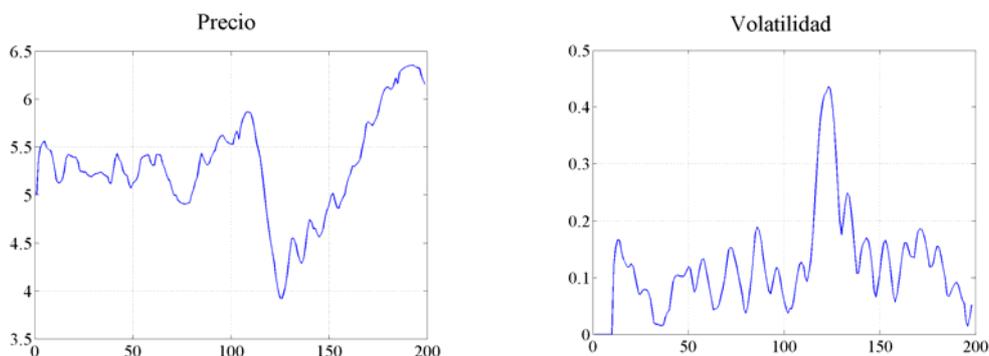


Figura 1: Serie de precios y volatilidades para $r = 8$

La dinámica de precios para la octava ejecución se muestra en la figura 1. La variación de precio es relativamente pequeña hasta poco después de $t = 100$, pero entonces sufre de repente una caída de casi dos puntos. Al mismo tiempo, la volatilidad sube y alcanza un nivel máximo que casi cuadruplica el nivel medio de volatilidad hasta ese momento.

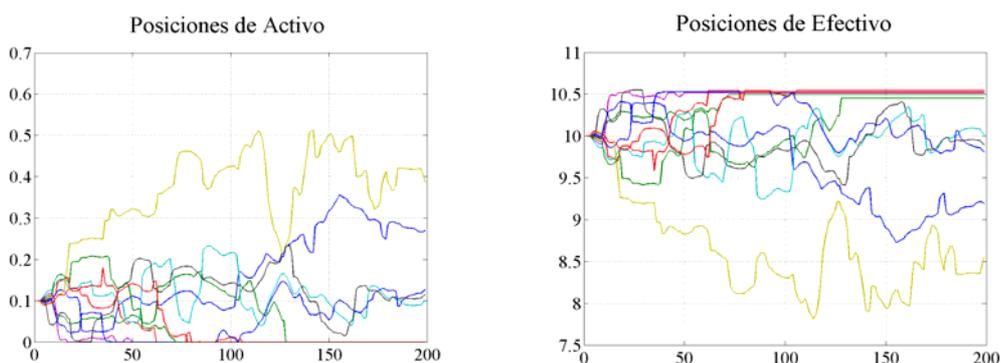


Figura 2: Posiciones de activo y efectivo para $r = 8$

Estudiando las posiciones de los inversores (figura 2), vemos que es un inversor en particular quien reduce drásticamente su posición en ese momento de tiempo. La acumulación por parte de este inversor de una posición relativamente mayor que la de los otros inversores lo hace más vulnerable a una venta forzosa de activo cuando la volatilidad incrementa. Cuando los límites de VaR devienen muy pequeños (figura 3, derecha) o incluso negativos como es el

caso de un inversor particular en el momento de la caída del precio, diversos inversores se ven forzados a reducir sus posiciones y emitir órdenes de venta. Esto tiene un efecto inmediato en el exceso de orden Θ_t , que en este

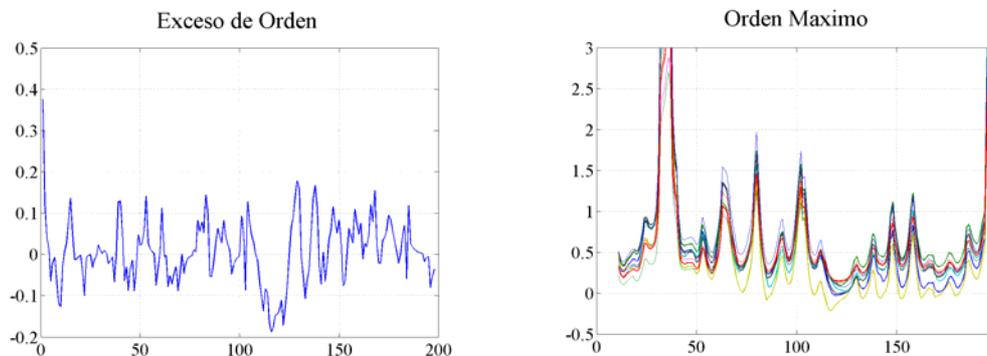
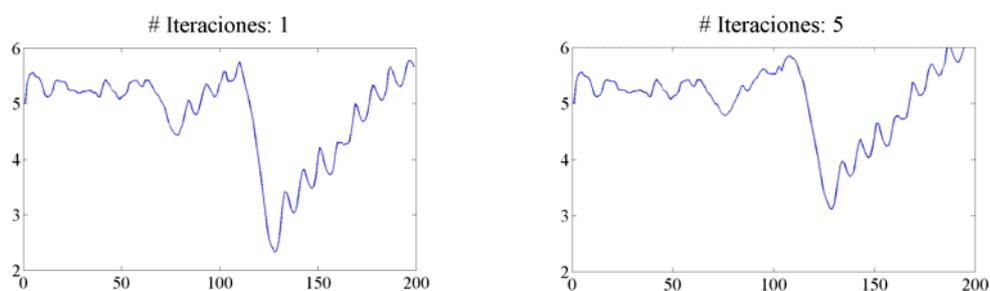


Figura 3: Exceso de orden Θ_t y máxima orden permitida para $r = 8$

periodo de tiempo toma valores negativos ya que el nivel de oferta supera el de demanda (figura 3). En consecuencia, mientras las posiciones largas no se han reducido lo suficiente, el exceso de orden sigue siendo negativo y los precios siguen bajando.

Queremos comparar la dinámica del precio para diferentes valores del límite de riesgo VaR. Para ello, calculamos seis escenarios diferentes, $r = \{1, 5, 10, 15, 20, 25\}$, donde mantenemos el mismo valor de φ_i , κ_i y ξ_i . Las seis simulaciones se corresponden a los valores de $\lambda^{(r)} = \{0.276, 0.324, 0.396, 0.456, 0.516, 0.576\}$, que indican que los límites de VaR serán mayores en media cuanto mayor sea r . Para valores de r superiores a 20, se observa que los límites de VaR sólo tienen un pequeño efecto en la dinámica del precio (ver figura 4) y que no hay ajustes significativos del precio durante la simulación. Sin embargo, cuando los límites de VaR se reducen, la volatilidad del precio incrementa de forma notable. Para $r = 10$ se puede apreciar una caída del precio después del paso de tiempo $t = 100$, que se acentúa aún más cuando el valor de r – y por tanto de los límites de VaR – se reduce.



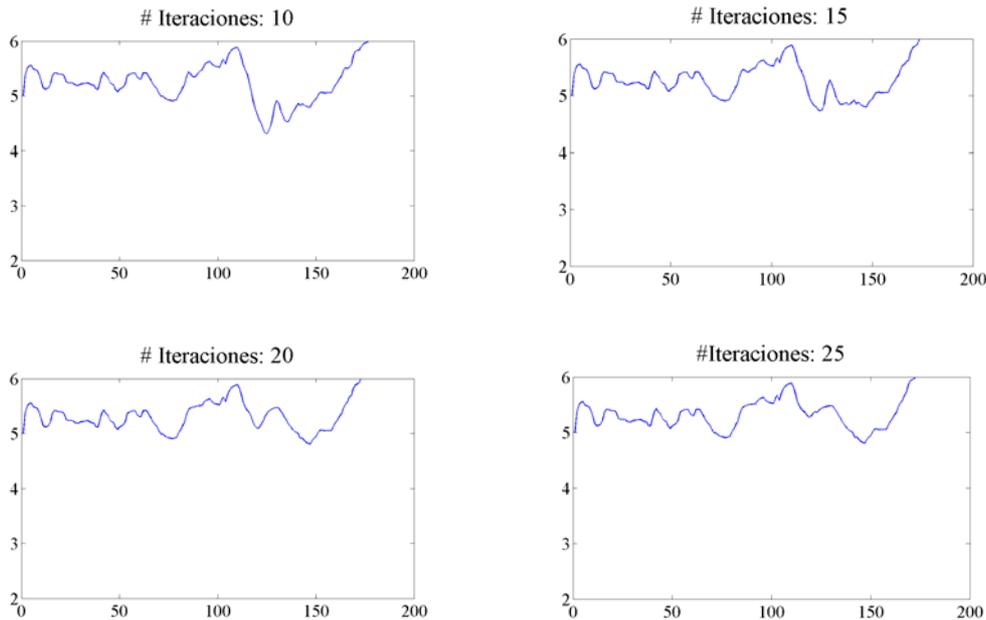


Figura 4: Dinámica del precio para diferentes niveles de VaR

Además de la magnitud del ajuste de precio, se puede apreciar también una mayor oscilación del precio después del ajuste. Este comportamiento se debe a la mayor sensibilidad que tienen los órdenes de los inversores respecto a límites bajos de VaR. Un pequeño incremento de la volatilidad en estas circunstancias hace que la posición de los inversores supere su límite permitido, forzándolos entonces a reducir su cartera emitiendo órdenes de venta, y hundiendo el precio. Después de unas cuantas iteraciones, una vez han reducido suficientemente sus posiciones y su nivel de riesgo queda por debajo del límite VaR fijado, los inversores pueden empezar a emitir órdenes de compra mayores, que harán subir el precio e incrementarán la volatilidad. Después de unas cuantas iteraciones más, las posiciones de los agentes habrán aumentado, probablemente por encima del límite de VaR nuevamente, y será necesario volver a vender para no sobrepasar el nivel máximo de VaR. Y así sucesivamente.

El comportamiento de la volatilidad del precio se resume en la figura 5, donde se observa en el gráfico de la izquierda un descenso marcado de la volatilidad global, medida con la norma l_2 (ecuación (12)) cuando r – y con ello los límites de VaR empleados por los agentes – aumentan. El gráfico de la derecha corrobora este resultado: para las distintas ejecuciones de la simulación, las cotas más altas de volatilidad (marcadas en tonos rojizos) se alcanzan para valores bajos de r , es decir, cuando los límites de VaR son menores.

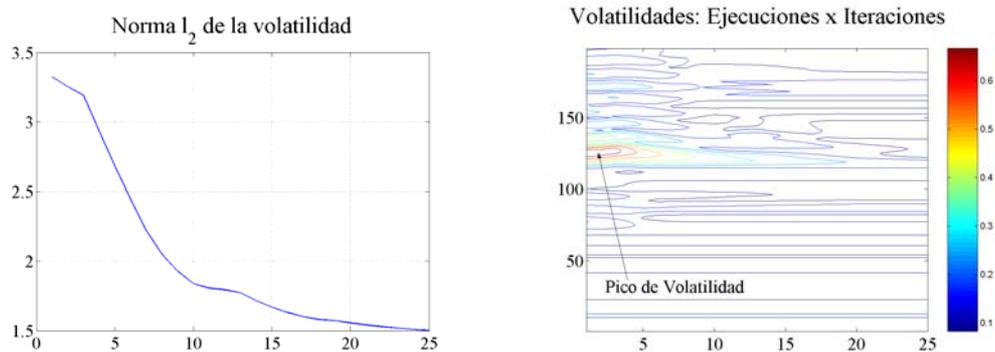


Figura 5: Comportamiento de la volatilidad en diferentes ejecuciones de la simulación

5. CONCLUSIONES

Las crisis financieras son un fenómeno de gran importancia y tal como demuestran diversos estudios de gran actualidad. Debido a los graves efectos que causan en la economía de los países afectados en particular, y en el sistema financiero en general, es vital entender cuáles son los procesos que rigen la dinámica de los mercados y que pueden llevar a una crisis financiera. Hemos revisado los conceptos de inestabilidad y crisis financiera para introducir a continuación las principales teorías sobre las causas de la inestabilidad que se han desarrollado hasta el momento. Como hemos visto, aunque pueden ayudar a comprender algunos de los factores que juegan un papel importante en el desarrollo de una crisis, se trata de teorías poco operativas, y que ni tan siquiera tienen validez para todos los episodios de inestabilidad financiera. Por ello, hemos propuesto un enfoque microeconómico de análisis del inicio de la inestabilidad financiera a partir de la operativa del mercado mediante un método de simulación basada en agentes, que permite estudiar los efectos globales que emergen de la interacción de los diferentes agentes de un mercado.

Partiendo del ejemplo ilustrativo de la crisis de Rusia/LTCM, el mismo nos ha servido para ilustrar uno de los factores que puede inestabilizar un mercado financiero: el uso extendido de sistemas de gestión de riesgo. Éste, junto con un comportamiento gregario por parte de los inversores, se han apuntado como factores cruciales en la amplificación y propagación de la inestabilidad financiera durante la crisis de liquidez de 1998. En este artículo hemos aportado nuevos resultados teóricos que ratifican dicha tesis mediante un modelo simple de un mercado donde un número de inversores emiten órdenes maximizando su utilidad de acuerdo con la información estocástica que reciben, pero ciñéndose a un límite VaR para las pérdidas máximas que están dispuestos a asumir. Hemos deducido la solución del problema de maximización, pero a causa de su fuerte no-linealidad – introducida por la medida de la volatilidad histórica empleada – no podemos encontrar una solución analítica para el valor

esperado y la varianza de los precios. Por ello, hemos simulado directamente la ecuación de la dinámica del precio en una población compuesta por agentes heterogéneos con diferentes límites de VaR, asignados aleatoria y uniformemente a partir de un nivel de riesgo $\lambda^{(r)}$. Variando $\lambda^{(r)}$ hemos estudiado el efecto del empleo de límites VaR en el comportamiento de los órdenes emitidos, el precio y la volatilidad.

Hemos visto que en escenarios donde los inversores utilizan límites bajos de riesgo, aumenta la inestabilidad en el mercado, lo que lleva a un ajuste marcado en el precio. El incremento subsiguiente en la volatilidad puede forzar a los inversores a reducir sus posiciones si sobrepasan el límite máximo VaR que están dispuestos a asumir. Hemos introducido la norma l_2 de la volatilidad como una medida de la volatilidad global en una determinada ejecución de la simulación, y hemos constatado que aquélla aumenta cuando los límites VaR disminuyen.

Finalmente, hemos demostrado que bajo estas circunstancias – y, en particular, para la configuración de parámetros que hemos escogido – nuestros resultados concuerdan con las observaciones hechas por los participantes en el mercado de que la adopción generalizada de técnicas de gestión de riesgo, junto con un comportamiento gregario, puede tener un efecto desestabilizador en los mercados financieros. Hemos constatado que el uso de técnicas como el VaR puede inducir caídas de precios e incrementos de la volatilidad en el mercado. Cuando se transpone esta situación a los mercados reales, se puede traducir en la quiebra de instituciones financieras que, en caso de propagarse a otros agentes, nos situaría frente a una crisis financiera.

Sin embargo, el modelo que hemos utilizado es probablemente demasiado simple y no se podría extender para tratar situaciones más complejas. Creemos que el modelo podría ganar en realismo si se reformulara dentro del marco de los sistemas multi-agentes, mediante los cuales se puede diseñar fácilmente una simulación que represente de forma más acorde el comportamiento observado de los inversores.

REFERENCIAS

BIS (1999). “A review of Financial Markets Events in Autumn 1998.” Bank for International Settlements, Basilea.

Davis, E.P. (1995). “Debt, Financial Fragility, and Systemic Risk.” Clarendon Press, Oxford.

Davis, E.P. (1999). "A Reappraisal of Market Liquidity Risk in the Light of the Russia/LTCM Global Securities-Market Crisis". Presentado en *Workshop on Empirical research on bank supervision and structure*, Comité de Basilea para la supervisión bancaria, 1-2 Junio 1999, Amsterdam.

Davis, E.P. (2001). "A Typology of Financial Instability." *Finanzmarktstabilitätsbericht* No. 2, Österreichische Nationalbank, pp. 92-110.

De Bandt, O. y Hartmann, P. (2000). "Systemic Risk: A Survey." Documento de trabajo ECB No. 35.

Economist (2004). "The Coming Storm." *The Economist*, Edición Impresa, 17 febrero 2004.

FMI (1998). "World Economic Outlook and International Capital Markets. Interim Assessment – December 1998." Fondo Monetario Internacional, Washington D.C.

G-10 (2001). "Report on Consolidation in the Financial Sector." Working Party on Financial Sector Consolidation, Enero 2001.

Grossman, S. J. y Stiglitz, J.E. (1980). "On the Impossibility of Informationally Efficient Markets." *American Economic Review*, vol. 70, No. 3, pp. 393-408.

Lai, A. (2002). "Modelling Financial Instability: A Survey of the Literature." Documento de trabajo Bank of Canada No. 2002-12.

LeBaron, B., Arthur, W.B. y Palmer, R. (1999). "Time series properties of an artificial stock market." *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 23, pp. 1487-1516.

Perold, A.F. (1999). "Long-Term Capital Management, L.P." Harvard Business School Publishing, Boston, MA.

Persaud, A. (2000). "Sending the herd off the cliff edge: The disturbing interaction between herding and market-sensitive risk management practices." *Erisk*, Diciembre 2000.

Strulovici, B. H. y Leung, S. (2003). "Price Formation Rules in an Artificial Stock Market with Heterogenous, Risk-Averse Investors." Documento de trabajo, Mayo 2003.