

Instrumentos de análisis de redes en economía urbana: caracterización de redes de ciudades mediante el análisis de cuatro estructuras urbanas simuladas

Rafael Boix¹

Abstract: La comprensión de los conceptos que conforman el paradigma de las redes de ciudades requiere la capacidad de sistematizar y estructurar las economías urbanas y sus interrelaciones en un contexto de complejidad. La teoría de sistemas desarrolla desde hace décadas los conceptos y el instrumental para desenvolverse en un contexto de estas características. La física, la ingeniería, la geografía, la informática, la biología, la medicina o la sociología han conseguido trasladar con éxito la teoría de sistemas a sus análisis. La economía urbana requiere pensar la ciudad como un espacio relacional entre los diferentes subsistemas que forman las ciudades, tanto a nivel intra-ciudad como inter-ciudad. En determinados momentos, el pensar las ciudades como sistemas será de gran ayuda para su comprensión.

El objetivo de este trabajo es proporcionar algunos instrumentos de análisis matemático adecuados para la caracterización de las redes de ciudades, y su aplicación sobre cuatro estructuras urbanas simuladas: un sistema monocéntrico puro, un sistema jerárquico en árbol, un sistema policéntrico, y un sistema totalmente reticular. De los resultados de los diferentes indicadores se deduce que la organización del sistema urbano puede ser un elemento determinante en los procesos de transmisión de conocimiento, y que por tanto, la articulación de la estructura urbana es susceptible de influir en el proceso de crecimiento económico de las ciudades.

1. Introducción

Desde que Marshall (1890) describiera el proceso de concentración bcalizada de empresas especializadas como generador de economías externas, la economía ha avanzado significativamente en la conceptualización de los procesos generadores de rendimientos crecientes y economías externas. La teoría del crecimiento considera como factores determinantes del crecimiento el

¹ Departament d'Economia Aplicada, Universitat Autònoma de Barcelona. Edifici B, 08193 Bellaterra (Barcelona). Spain. **Tfn.** 93 581 15 28 **Fax.** 93 581 22 92. **E-mail:** rbboix@selene.uab.es

capital empresarial, el trabajo, el progreso técnico y el *stock* de capital humano. La economía urbana ha conseguido identificar las economías de aglomeración inmóviles (tamaño de planta, localización y urbanización) como factores generadores de crecimiento en las ciudades. Desde finales de los años 70's se ha abordado sistemáticamente el problema de la identificación y medición de las economías inmóviles como una de las fuentes generadoras del crecimiento urbano².

A estos elementos, espacialmente inmóviles, se contraponen la existencia de economías de aglomeración móviles³ (Robinson 1931) y el principio de la organización basado en los costes de transacción, presente en Marshall (1890), y trasladado a los sistemas urbanos recientemente por Scott (1988).

Estos dos principios cobran especial relevancia en los últimos años con la literatura alrededor de la empresa red y de las redes de ciudades. El elemento diferencial que se añade es que el proceso generador de crecimiento no depende sólo de la aglomeración de factores productivos inmóviles, sino también de la organización de las unidades productivas y de las relaciones entre ellas, en el mismo o en diferentes puntos del espacio.

En la literatura tradicional, la estructura del sistema de ciudades responde a patrones weberianos y christallerianos, donde la ciudad central ejerce una jerarquía dominante sobre el resto de ciudades de su entorno. La eclosión del paradigma de las redes de ciudades pone de manifiesto que las estructuras de los sistemas urbanos incorporan también patrones policéntricos y reticulares no jerárquicos, y que la organización del sistema de ciudades y las especializaciones de sus nodos son susceptibles de generar ventajas que inciden sobre el crecimiento económico⁴.

² Las economías de aglomeración inmóviles son las que se derivan de la concentración de la población y la actividad en un punto del espacio. Los trabajos al respecto son numerosos, destacando en EEUU los centrados alrededor de autores como Carlino, Henderson y Glaeser. En España destacan los trabajos del FEDEA y los de Callejón y Costa.

³ Las economías de aglomeración móviles no necesitan de la concentración en un único punto del espacio, sino que pueden generarse entre unidades espacialmente separadas.

⁴ Dematteis (1990 y 1991), Emanuel y Dematteis (1990), Camagni y Salone (1993), Camagni (1994), Batten (1995), y Capello (2000).

En sus primeros estadios, el trabajo empírico sobre redes de ciudades se ha centrado en identificar las redes y distinguir el tipo de relaciones entre los nodos (redes verticales y horizontales, redes de complementariedad y sinergia)⁵. Una vez identificada la red de ciudades y su tipología, debemos distinguir las posibles ventajas e inconvenientes derivados de sus características nodales, la organización de la red, y el uso que se hace de ella. El trabajo de Capello (2000) es pionero en la medida de las posibles economías externas derivadas de la formación de redes de ciudades. Sin embargo, también pone de manifiesto que la investigación está en sus primeras fases, y que se carece de instrumental específico que describa con detalle las características de la red, y pueda incorporarse en las estimaciones econométricas.

2. Las redes de ciudades y la teoría de redes

2.1. El concepto sistémico de red

No existe una definición única de lo que es una red de ciudades⁶, aunque la más básica es la que se deriva de la teoría de sistemas. En la teoría de grafos y redes, una red está formada por un conjunto de objetos (nodos) unidos en una estructura conectiva de vínculos o relaciones (*links*). De forma abstracta, una red es un tipo de sistema (Casti 1995, página 5).

$$\text{RED} = \text{objetos (nodos)} + \text{conexiones (vínculos)} = \text{SISTEMA}$$

En el caso de una red de ciudades, tenemos un conjunto de objetos, que son las ciudades, vinculados a través de un conjunto de conexiones.

$$\begin{aligned} \text{RED DE CIUDADES} &= \text{objetos (ciudades)} + \\ &+ \text{conexiones (relaciones)} = \text{SISTEMA DE CIUDADES} \end{aligned}$$

⁵ Véase Emanuel y Dematteis (1990), Camagni, Diappi y Stabilini (1994) y Boix (2002).

⁶ Una recopilación de los diferentes conceptos se encuentra en Boix (2002).

A partir del concepto sistémico de red, podemos determinar las tipologías y características de la estructura urbana. El tradicional enfoque jerárquico de los modelos de lugar central se revelará así como un subconjunto particular de una realidad mucho más rica y compleja, donde encontramos también estructuras policéntricas y redes heterárquicas⁷.

El definir la red de ciudades como un sistema nos permite incorporar los conceptos y el instrumental de la teoría de sistemas para caracterizarla. El marco conceptual básico de teoría de grafos (Casti 1995), se amplía con instrumental diseñado para el análisis de las redes sociales. Esto nos permite incorporar un cuerpo instrumental destinado al análisis de las relaciones entre individuos, y diseñado específicamente para las ciencias sociales. Algunos indicadores son fácilmente trasladables a la economía urbana, y nos permiten caracterizar matemáticamente las relaciones entre ciudades. También podemos simular los cambios tras añadir o extraer relaciones entre los agentes del sistema (difusión, contagio y supervivencia).

Con estos instrumentos dejamos de trabajar exclusivamente con los atributos de las ciudades para considerar las relaciones entre ellas (flujos) como una parte central del análisis.

2.2. Conceptos básicos de la teoría de grafos y redes

Un **grafo** abstracto S está formado por un conjunto de vértices o nodos (V), unidos por un conjunto de vínculos o arcos (E), que conectan pares de elementos de V , a los que se llama finales (*ends*). Expresado de manera más formal, el conjunto E es un subconjunto del producto cartesiano $V \times V$, de manera que si existe un arco que va desde el vértice i al vértice j , el par $(i,j) \in E$ ⁸.

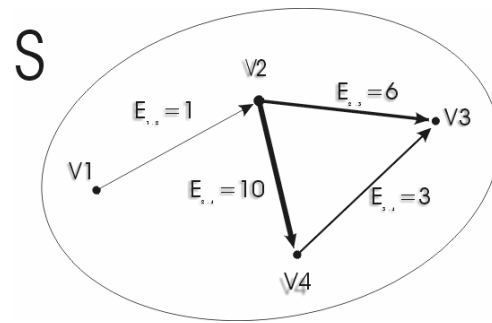
Cuando todos los arcos de un grafo tienen una dirección (principio y final), se dice que el grafo es un **grafo dirigido** o **dígrafo**. En un dígrafo, el conjunto (i,j)

⁷ El concepto de heterarquía es opuesto al de jerarquía. Una red heterárquica es un tipo de estructura en la que predominan las relaciones no jerárquicas.

$\in E$, pero $(j,i) \notin E$. En caso contrario, observamos un **grafo no dirigido**. Lo que caracteriza al grafo dirigido es que todos los vínculos (links) tienen una dirección, que viene marcada por las flechas.

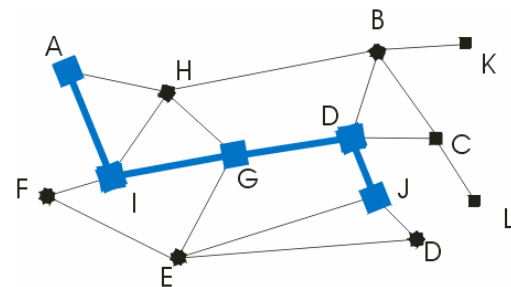
Los flujos entre las distintas ciudades del sistema urbano tienen origen y destino. Muchas veces existe flujo en ambos sentidos, es decir, existe flujo de i a j , y también de j a i . Estos flujos llevan asociada una dirección y una intensidad, representada por un número. Decimos que un dígrafo es **ponderado** cuando cada arco entre dos nodos lleva asociado un número real, que representa la intensidad de las relaciones entre los dos nodos.

Figura 1. Grafo dirigido ponderado



Un **path** (camino o ruta) es una estructura definida como una secuencia de vínculos (*links*) contiguos. Por ejemplo, en la Figura 3, los vínculos (A,I), (I,G), (G,D), (D,J) forman un *path* o ruta entre los nodos A y J. La **longitud** del *path* se mide por el número de líneas que lo forman, y la **distancia** entre dos puntos de un grafo es la longitud del *path* más corto entre ellos. Cuando la distancia entre dos puntos es diferente de cero, significa que existe una relación directa o indirecta entre dos nodos, y que un nodo es **alcanzable** desde el otro.

Figura 3. Links y Paths



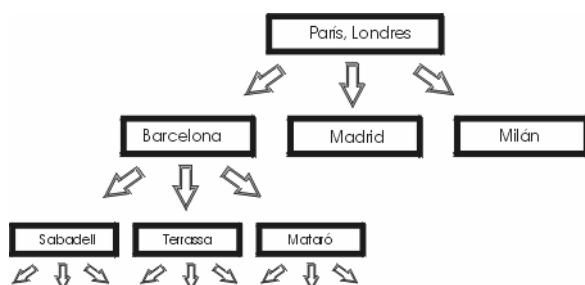
Fuente: Basado en Johnson (1995a, página 39)

Un **árbol** es un grafo no dirigido, simple y conexo que no contiene ningún ciclo. Los modelos de lugar central (por ejemplo el de Christaller), al obviar las relaciones entre nodos del mismo rango y asumir un grafo en forma de árbol,

⁸ Casti (1995, página 5).

también ignoran los elementos multiplicadores derivados de las relaciones horizontales.

Figura 4. Árbol



Estrechamente relacionado con la noción de árbol, el concepto de **jerarquía** se utiliza para definir las **relaciones asimétricas** entre los nodos de la red. Una característica que se suele cumplir en las jerarquías es la **propiedad**

asociativa, es decir, si la ciudad A domina a la ciudad B, y la ciudad B domina a la ciudad C, entonces A domina también a C. Cuando se cumple esta propiedad, las estructuras suelen presentar forma de **árbol**. El árbol está muy relacionado con la idea partición, y con la división en conjuntos mutuamente exclusivos.

3. Matrices asociadas a un grafo

Los grafos y los diagramas de relaciones son elementos útiles cuando en número de elementos es reducido, pero poco operativos cuando la cantidad de nodos y relaciones en la red son muy elevados, como se observa en la Figura 5.

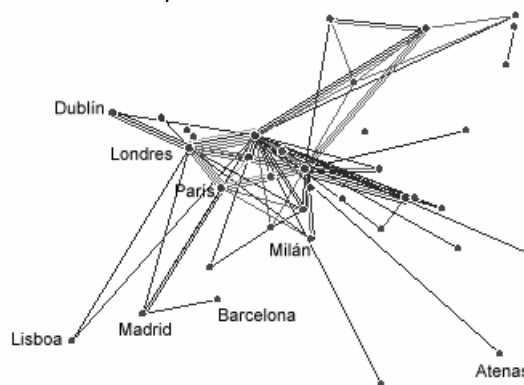
Figura 5. Redes con un gran número de nodos y vínculos

a) Redes de movilidad laboral en la región metropolitana de Barcelona



Fuente: elaboración propia a partir de IDESCAT

b) Red de cable de banda ancha entre las ciudades europeas



Fuente: Elaborado a partir de Caida-Mapnet

En estos casos, la teoría de sistemas proporciona el instrumental matemático adecuado para el trabajo con redes complejas. El instrumental se basa en el cálculo matricial y en la elaboración de indicadores que revelan las características de la red y las ciudades que la componen⁹.

Las matrices básicas asociadas a una red son la matriz de adyacencia, la matriz de accesibilidad y la matriz de distancia geodésica.

La **matriz de adyacencia** nos dice cuando existe una conexión directa entre dos nodos de la red en un grafo. Es una matriz cuadrada y binaria, donde un valor 0 indica la ausencia de relaciones entre dos nodos, y un valor 1 indica que dos nodos están directamente relacionados. Usualmente se considera que los elementos de la diagonal principal son cero ($Z_{ii}=0$).

Sean i y j vértices arbitrarios del grafo S , donde $i, j=1,2,...,n$, entonces los elementos de la matriz de adyacencia A del grafo vienen dados por:

$$A_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{si } (i, j) \in E \\ 0 & \text{si } (i, j) \notin E \end{cases} \quad [1]$$

Las conexiones indirectas entre un conjunto de n nodos pueden encontrarse elevando la matriz de adyacencia (A) a sucesivas potencias, multiplicando la matriz por ella misma T veces. Los elementos resultantes en A^T indican el número de pasos a través de los cuales se puede conectar el nodo i al nodo j .

La **matriz de accesibilidad** R indica si un nodo de la red está conectado con otro, sea de forma directa o indirecta, o lo que es lo mismo, si se puede conectar el nodo i al nodo j en T o menos pasos.

⁹ El instrumental matemático que mostramos conforma una selección de indicadores de teoría de redes que se han considerado aplicables a las redes de ciudades. Los indicadores básicos se han tomado de aplicaciones de la teoría de redes en ingeniería de sistemas, sociología, y comunicación: Freeman (1979 y 1980), Freeman et al. (1989 y 1991), Knone y Kuklinski (1982), Scott (1991), Valente (1995), Casti (1995) y Johnson (1995a y b).

Sean i y j vértices arbitrarios del grafo S , donde $i, j=1,2,...,n$, entonces los elementos de la matriz de accesibilidad R del grafo vienen dados por:

$$R_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{si existe alguna ruta (path) entre } i \text{ y } j \\ 0 & \text{si no existe ninguna ruta (path) entre } i \text{ y } j \end{cases} \quad [2]$$

Si los elementos de la matriz de accesibilidad son todos unos, el grafo es un grafo fuertemente conectado¹⁰.

La matriz de accesibilidad también puede ser ponderada (no binaria), cuando muestra el número total de conexiones entre pares de actores, en T o menos pasos (número total de *paths* por los cuales dos actores pueden conectarse).

En este caso:

$$R^T = A + A^2 + ... + A^T \quad [3]$$

Otro elemento importante dentro de la conectividad es la **optimalidad**, es decir, conocer cual es la ruta (*path*) más corta entre dos vértices del grafo. La ruta más corta es la que atraviesa el mínimo número de arcos para desplazarse entre los dos vértices. Esto puede concretarse en una **matriz de distancia geodésica G** . El elemento g_{ij} de esta matriz es simplemente la longitud del *path* o ruta más corta entre los vértices i y j , donde $i,j=1,2,...,n$:

$$G^T = A + A^{2'} + ... + A^T \quad [4]$$

donde $A^{T'}$ son los A^T elementos diferentes de cero que, en conjunto, son iguales a T , excepto porque son diferentes de cero en la matriz A elevada a alguna potencia menor que T . De nuevo, los elementos de la diagonal principal son siempre cero. El *path* más largo en una red debe ser igual a T cuando A^{T+1} contiene elementos distintos de cero en potencias menores de la matriz, y la principal característica de G^T es que excluye las conexiones redundantes.

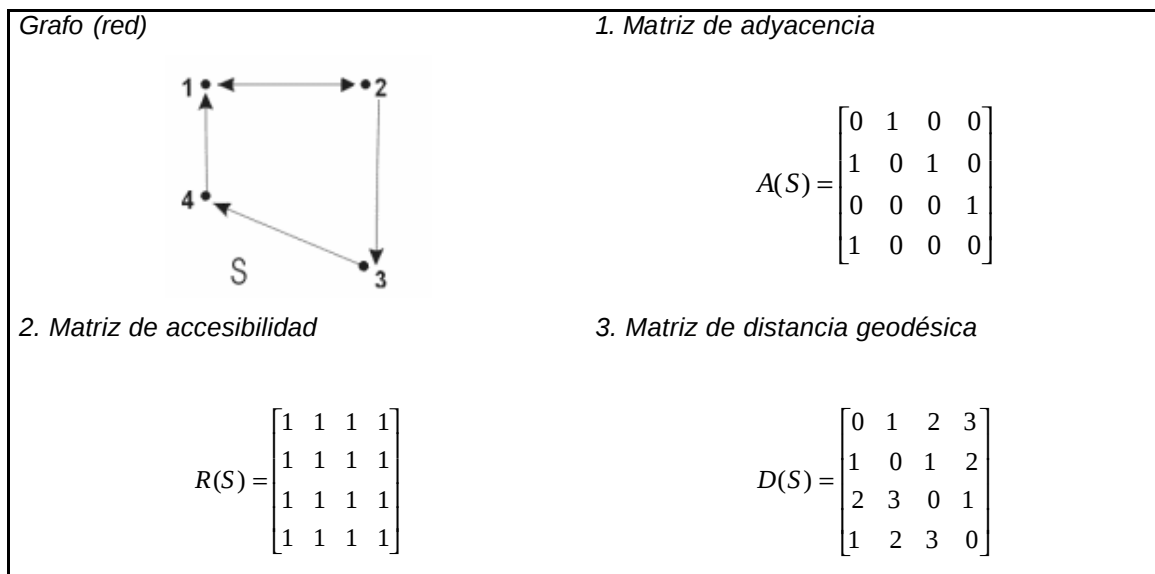
¹⁰ *Path theorem*, Casti (1995, página 7)

En el caso de que necesitemos comparar sistemas distintos (distinto número de nodos, distinto número de vínculos), la matriz de distancias puede normalizarse:

$$p_{ijk} = (d_{ijk} - 1) / d_{\max} \quad [5]$$

donde $d_{\max}$ es el *path* más largo observado en la red.

Figura 6. Ejemplo de matrices de conectividad



Fuente: Elaboración propia a partir de Casti (1995, pp. 8 y 9)

4. Estadísticos para nodos y redes unidimensionales

Una de las características de la teoría de redes es que permite la multiplexidad, es decir, la posibilidad de trabajar con varias redes a la vez, cuando tienen elementos comunes. Sin embargo, es más sencilla la exposición de los indicadores sobre el marco de redes unidimensionales. Los índices que se presentan son una selección de los que han mostrado las mejores propiedades y comportamiento para caracterizar sistemas urbanos.

4.1. Estadísticos descriptivos

Los estadísticos descriptivos proporcionan la información más elemental sobre la red, como el número de nodos, el número de relaciones, la densidad de la red o la transitividad.

a) El **número de nodos** es la suma de todos los nodos de la red sobre la que se trabaja. Proporciona información sobre el número de ciudades de la red. Cuanto mayor es el número de ciudades, es de prever que la red pueda llegar a ser más compleja.

$$N = \sum \text{nodos} \quad [6]$$

b) El número de relaciones (*links*) informa del número de ciudades que están conectadas de forma directa. A la suma del número de *links* también se le llama **tamaño de la red**.

$$S_k = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N z_{ij} \quad \forall i \neq j \quad [7]$$

, donde z es un flujo entre dos nodos, los sufijos indican el origen (i) y el destino (j).

c) La media ofrece una primera medida de la **densidad de la red**, como número de relaciones efectivas (tamaño de la red) dividido por el número de relaciones posibles excluyendo las autorrelaciones (excluyendo las N observaciones de la diagonal principal). La densidad se define entre 0 y 1, donde 0 es un grafo totalmente desconectado (grafo nulo) y 1 es un grafo totalmente conectado.

$$D_k = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N z_{ij}}{(N^2 - N)} \quad \forall i \neq j \quad [8]$$

, donde z es un flujo entre dos nodos, los sufijos indican el origen (i) y el destino (j), y N es el número de nodos.

d) La **transitividad** hace referencia a que si A se relaciona con B, y B se relaciona con C, entonces A se relaciona con C. Las tríadas son conjuntos de tres nodos y las relaciones efectivas entre ellos, por tanto, la transitividad mide el porcentaje de tríadas donde los elementos están directa o indirectamente

conectados sobre el total de tríadas conectadas posibles. De forma operativa, la densidad de tríadas es el número de tríadas que son transitivas (en las cuales $A \rightarrow B \rightarrow C$, y por tanto $A \rightarrow C$), dividido por el número total de *paths* de longitud 2 (número de tríadas potencialmente transitivas).

$$T = \frac{\sum_i tr_i}{\sum_i tr_*} \quad [9]$$

donde tr_i son las tríadas efectivas y tr_* las potenciales.

4.2. Cohesión

La cohesión hace referencia al número y fortaleza de los lazos entre las ciudades de la red.

a) La **distancia geodésica** es la suma del número de pasos del camino mínimo para conectar dos nodos. Se calcula elevando la matriz de adyacencia a potencias sucesivas (1, 2,...,T, donde T es el número de ciudades). Cuando la conexión entre dos ciudades se hace efectiva, se contabiliza el valor de la primera potencia en la que han conectado en la matriz de geodésicos (camino mínimo), y continuamos el proceso hasta las n potencias.

b) El **diámetro de una red** es el valor del geodésico más largo del sistema conectado. En términos operativos, el diámetro es el mayor valor que encontramos en la matriz de geodésicos.

$$D_g = \text{Max}(g_i) \quad [10]$$

, donde g_i son los valores de los geodésicos.

c) El **flujo máximo** (*maximum flow*) intenta medir la fortaleza o debilidad de la conexión entre dos ciudades sobre la base de que la fortaleza entre dos nodos no es mayor que la del *link* más débil en la cadena de conexiones entre los dos nodos, donde la debilidad se mide en falta de alternativas en la conexión. Es

decir, se mide la cantidad de caminos por los cuales se pueden conectar dos ciudades, más que la longitud de estos caminos¹¹. De forma operativa, el indicador se calcula sumando de cuantas maneras diferentes se pueden conectar dos ciudades.

$$MF_{i,j} = R_{i,j}^T \quad [11]$$

donde R^T es la *Reachability Matrix* $R^T = A + A^2 + \dots + A^T$

4.3. Índices de centralidad, influencia y poder en redes unidimensionales

Uno de los elementos característicos de las redes es que las relaciones de poder entre los miembros de la red pueden o no ser simétricas, y que algunos nodos pueden adoptar una posición más relevante que otros (jerarquías). Los siguientes índices pretenden revelar algunas de estas características tanto para nodos individuales como para el conjunto de la red.

4.3.1. Centralidad

a) Cuando dos nodos se conectan a través de una relación directa se les llama *adyacentes*. El conjunto de nodos adyacentes a un punto (nodos con los que tiene una relación directa) se conocen como *vecindario* (*neighborhood*). El **grado** de un grafo es el número de vínculos que inciden o se relacionan directamente con el nodo, o sea, el número de nodos que forman su vecindario. En un grafo o en una red donde los vínculos son dirigidos (y en general en cualquier red asimétrica), podemos diferenciar entre grado de entrada y grado de salida de cada nodo¹².

El **grado de entrada** (*in-degree*) de un nodo es el número de vínculos que se dirigen directamente hacia el nodo (numero de flechas que apuntan al nodo). Se define como la suma por fila de la matriz de adyacencia.

¹¹ Este indicador es fácilmente relacionable con la probabilidad de supervivencia ante fallos en la transmisión de la información.

¹² Cuando la red es totalmente simétrica, el valor del grado de entrada y el de salida coinciden.

$$I_j = \sum_{i=1}^N z_{ij} \quad [12]$$

El **grado de salida** (*out-degree*) es el número de vínculos que tienen origen directo en el nodo (número de flechas que salen del nodo).

$$O_i = \sum_{j=1}^N z_{ij} \quad [13]$$

En ambos casos, z_{ij} se refiere al elemento i,j de la matriz de referencia para el calculo del estadístico.

El **grado** es una de las medidas más elementales de centralidad y poder de un nodo, en la medida que cuantas más relaciones envía o recibe, más poder acumula, en términos relativos, sobre los otros nodos. De la misma manera, cuantas más relaciones tiene con los otros nodos, más alternativas tiene para escoger en sus relaciones, de manera que dispone también de mayor *autonomía*.

b) Uno de los problemas que tiene el uso directo del indicador de grado es que sólo recoge las relaciones directas a partir de la matriz de adyacencia. Otro indicador, el de **farness-closeness centrality** tiene en cuenta la distancia geodésica de cada ciudad con el resto para mostrar la distancia global de una ciudad con el resto. Las medidas de cercanía (*closeness*) y lejanía (*farness*) son opuestas. La *lejanía* de un nodo es la suma de las longitudes de los geodésicos a cada uno de los otros nodos. La *cercanía* de un nodo es la recíproca de la lejanía. Ambas medidas se pueden normalizar dividiendo respectivamente por la máxima o mínima lejanía.

Ambas medidas de centralidad pueden referirse a un nodo individual:

$$\text{Farness : } C(v_i) = \sum_{i=1} g_{ij} \text{ , donde } g_i \text{ son los valores de los geodésicos} \quad [14]$$

o al conjunto de la red:

$$\text{Farness : } C(v) = \frac{\sum (C(v_{i_{\max}}) - C(v_i))}{C(v_{i_{\max}})} \quad [15]$$

c) Los indicadores de cercanía-lejanía pueden presentar sesgos cuando un nodo que no es muy central está bien relacionado con un grupo de nodos centrales. En este caso, el indicador tenderá a capturar esta relación aunque el nodo no sea realmente muy central. La medida mediante **autovectores** (Bonacich centrality) resuelve este problema, ya que no presta tanta atención a los patrones de comportamiento locales como a los patrones de comportamiento globales. El procedimiento se basa en el uso del análisis factorial para identificar las dimensiones de las distancias entre los nodos. La posición de cada nodo respecto a cada dimensión es un autovalor, y el conjunto de los autovalores forma un autovector. La primera dimensión suele reflejar patrones de comportamiento más globales, mientras que las sucesivas dimensiones muestran patrones de comportamiento más locales. La distancia entre los actores se mide como la mayor distancia geodésica entre ellos.

A efectos de cálculo, el objetivo es calcular el autovector formado por los autovalores positivos más grandes, lo que proporcionará la medida de la centralidad. De esta manera, a partir de una matriz de adyacencia A , la centralidad de cada nodo se determina por la centralidad de los nodos a los cuales está conectado (c_{ij}).

$$C_i = a \sum A_{ij} c_{ij} \quad , \text{ donde } a \text{ es un parámetro} \quad [16]$$

d) La **intermediación** (*betweenness centrality*) intenta revelar si una ciudad tiene una posición favorable en la red, debido a que interviene muchas veces en los geodésicos que unen parejas de nodos, es decir, es un intermediador nato. En la medida que muchas ciudades dependan de otra para relacionarse con otras, más poder acumula esta ciudad. De la misma manera, si dos ciudades están conectadas por más de un geodésico, menos poder tienen las ciudades intermediarias.

La intermediación se calcula como el número de geodésicos que pasan por un nodo. La medida puede normalizarse dividiendo por la intermediación máxima.

$$Betweenness = \sum (g_{\max} - g(n_i)) \quad [17]$$

, donde g son los geodésicos y $n_1, \dots, n_n$ los n nodos del sistema.

4.3.2. Influencia

La **influencia** mide la capacidad de una ciudad de afectar a otras. La influencia se mide, genéricamente, mediante el número de caminos posibles para unir pares de nodos, aunque existen diferentes formas de calcularla.

Los métodos de *Hubbell* y *Katz* se basan en contar el número total de conexiones entre nodos, ponderándola por la longitud (número de *paths*), de manera que a mayor longitud, más débil es la conexión. Por este motivo, se incluye un factor de atenuación entre cero y uno, que nos permite escoger la pérdida de influencia que existe entre dos ciudades al pasar por terceras ciudades. Por ejemplo, si el factor de atenuación es de 0,5 y la distancia entre dos ciudades es de tres pasos (A --> B --> C --> D), la influencia final será de 0,25, porque: 1 --> 0,5 --> 0,25. La diferencia entre el método de Hubbell y el de Katz es que el primero incluye una matriz identidad en la cual la conexión de cada nodo con él mismo es la más fuerte, mientras que Katz elimina las autorrelaciones. De esta manera, habrá un paso más en Hubbell que en Katz.

Una vez calculada la matriz con la influencia de cada nodo sobre los otros, podemos sumar por columna o por fila, obteniendo bien la influencia global de cada nodo (sumatorio por columna), o lo que cada nodo es influido por los demás (sumatorio por fila).

$$H_{Hubbell} = (I + \sum (bA))^{-1}, \text{ donde } A \text{ es la matriz de adyacencia y } b \text{ el factor de atenuación (que nosotros fijamos arbitrariamente)} \quad [18]$$

$$H_{Katz} = ((I + \sum (bA)) - I)^{-1}, \text{ donde } A \text{ es la matriz de adyacencia y } b \text{ el factor de atenuación (que nosotros fijamos arbitrariamente)} \quad [19]$$

Las medidas de influencia de Hubbell y Katz no tienen en cuenta la dirección de los flujos, por lo que tienen más sentido cuando se aplican a datos simétricos. Una tercera medida, la influencia de *Taylor*, puede ser más adecuada cuando los flujos son direccionales. Al igual que las dos anteriores, esta medida aplica un factor de ponderación sobre cada paso, pero en ese caso, se extraen los marginales de cada columna y cada fila para cada nodo, se restan, y posteriormente se normalizan. Valores positivos significan que el nodo envía más que recibe.

4.3.3. Poder

La **medida del poder** es distinta de las medidas de influencia, centralidad e intermediación. El indicador de poder (en este caso utilizamos el índice de poder de Bonacich) se basa en que la centralidad de una ciudad es función del número de conexiones que tiene esta ciudad, y no del número de conexiones de las ciudades de su vecindario (*neighborhood*). Este indicador cuestiona la idea de que los nodos centrales sean los más poderosos. Un nodo que esté situado cerca de un conjunto de nodos centrales, puede resultar bastante central por efecto de sus vecinos, pero esto no significa que sea poderoso. La explicación se debe a que, en primer lugar, el nodo se relaciona estrechamente con una serie de nodos con un elevado nivel de centralidad y autonomía y, en segundo lugar, otros nodos dependen fundamentalmente de él. Pensemos, por ejemplo, en Badalona, un nodo bien conectado y de unas dimensiones considerables, pero que posiblemente no sea un nodo muy poderoso porque en su entorno se relaciona con Barcelona, Santa Coloma, Sant Adrià, L'Hospitalet de Llobregat, etc. En cambio, Vilafranca del Penedès es un nodo mucho más pequeño, pero acumula mucho más poder porque, más aislado de otros nodos poderosos, centraliza las relaciones a su alrededor.

El índice de **poder de Bonacich** se calcula a partir de la matriz de adyacencia (A), donde la centralidad de un nodo i es

$$c_i = \sum A_{ij}(a + bc_j), \text{ donde } a \text{ y } b \text{ son parámetros} \quad [20]$$

La centralidad de cada ciudad se determina, por tanto, por la centralidad de las ciudades con las que se conecta.

5. Resultados de la aplicación a cuatro estructuras urbanas simuladas

5.1. Representación gráfica y matricial de las redes de ciudades

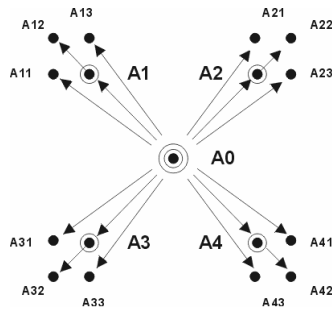
A partir de las matrices de adyacencia, accesibilidad y distancia geodésica pueden calcularse los estadísticos de teoría de redes. Estos estadísticos permiten sintetizar numéricamente las características de las redes complejas. Para la simulación, se han utilizado cuatro redes con unas estructuras muy usuales en la economía urbana¹³: un sistema monocéntrico, un sistema jerárquico en forma de árbol, un sistema policéntrico y un sistema reticular totalmente equipotencial. Los dos primeros se componen de 17 nodos, y en los dos restantes se ha eliminado el nodo A0, que se suponía que era el más central. Los flujos son dirigidos (se diferencia entre origen y destino del flujo), y la flecha marca la dirección del flujo, como por ejemplo, en la difusión de innovaciones o conocimiento. Los flujos de la simulación tienen también la particularidad de que no son ponderados (se indica la dirección del flujo, aunque no su intensidad)¹⁴.

¹³ Para el cálculo de las matrices y parte de los indicadores se ha utilizado SPSS 10 y UCINET 5 (Borgatti, Everett and Freeman, <http://www.analytictech.com/>). Este último programa está especializado en el cálculo de redes. Otros programas que permiten el trabajo con redes son Mathematica (<http://www.wri.com/>), Sociometrica Lynkalizer (<http://www.md-logic.com/id142.htm>), Groups & Graphs, Structure (Ronald Burt, <http://gsbwww.uchicago.edu/fac/ronald.burt/teaching/>), Pajek (<http://vlado.fmf.uni-lj.si/pub/networks/pajek/default.htm>) y KrackPlot (<http://www.contrib.andrew.cmu.edu/~krack/>).

¹⁴ Hemos preferido hacer esta primera simulación con flujos no dirigidos pesando que a menudo la calidad de los datos no permitirá otorgar fiabilidad a las ponderaciones. En estos casos, los datos de baja calidad pueden convertirse en datos relacionales binarios, perdiendo información, aunque incrementando el rigor de los resultados. En posteriores trabajos intentaremos establecer las diferencias al trabajar con flujos ponderados.

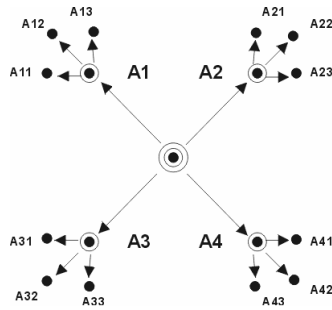
Figura 7. Grafos y matrices de adyacencia de las redes

1. Red monocéntrica



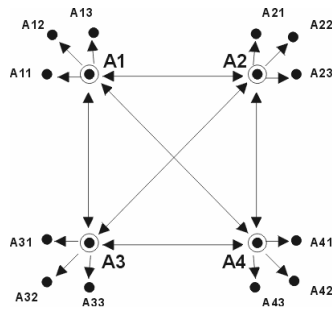
	A0	A1	A2	A3	A4	A11	A12	A13	A21	A22	A23	A31	A32	A33	A41	A42	A43
A0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
A1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

2. Red jerárquica en árbol



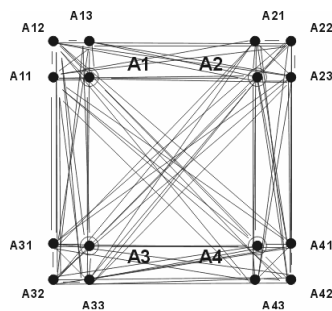
	A0	A1	A2	A3	A4	A11	A12	A13	A21	A22	A23	A31	A32	A33	A41	A42	A43
A0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
A3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
A4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
A11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

3. Red policéntrica



	A1	A2	A3	A4	A11	A12	A13	A21	A22	A23	A31	A32	A33	A41	A42	A43
A1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A2	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
A3	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
A4	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1
A11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A43	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

4. Red horizontal totalmente conectada



	A1	A2	A3	A4	A11	A12	A13	A21	A22	A23	A31	A32	A33	A41	A42	A43
A1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
A2	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
A3	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
A4	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
A11	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
A12	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
A13	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
A21	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
A22	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1
A23	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1
A31	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1
A32	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
A33	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1
A41	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1
A42	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
A43	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0

5.2. Estadísticos descriptivos

Los resultados de la simulación se recogen en la Tabla 1. En lo referente a los estadísticos descriptivos de la red, el **número de nodos** (ciudades) es de 17 en las dos primeras redes (red centralizada y red en árbol), y de 16 en las otras dos (red policéntrica y reticular, en las que se ha eliminado la ciudad central). El **tamaño de la red** es de 16 relaciones en las dos primeras redes (monocéntrica y en árbol), de 24 en la policéntrica, y de 240 en la reticular. Esto significa que el menor número de conexiones se da en las estructuras centralizadas y en las estructuras en forma de árbol. Una red policéntrica tiende a incrementar el número de relaciones entre las ciudades, el cual tiende a ser máximo en una red horizontal totalmente conectada.

La **densidad** es muy baja para las dos primeras redes ($16/272 = 5.9\%$), mientras que es de un 10% en el sistema policéntrico, y del 100% en el sistema horizontal plenamente conectado. En general, la densidad de la red será baja en sistemas pobremente conectados o con pocas relaciones laterales¹⁵, como sistemas monocéntricos o fuertemente jerarquizados, mientras que tenderá a ser mayor en sistemas policéntricos y en sistemas fuertemente reticulares.

El cálculo de la **transitividad** muestra como en los sistemas monocéntrico y en árbol, donde el nivel de jerarquía es alto y no existen interrelaciones cruzadas, no existen tríadas conectadas. Éstas comienzan a aparecer, aunque marginalmente, en el sistema policéntrico. Finalmente, en el sistema totalmente reticular todos los elementos están conectados de forma transitiva en tríadas.

5.3. Cohesión

La **distancia geodésica** muestra como en la red monocéntrica, el valor del geodésico es de $g=1$ para todas las ciudades conectadas. En la red jerárquica en árbol, las distancias más largas son de valor $g=2$, de lo que se deduce que el valor de los geodésicos dependerá del número de niveles jerárquicos. En

¹⁵ Entre ciudades del mismo rango.

una red policéntrica, los valores son también de 1 ó 2 entre las ciudades conectables. En una red totalmente conectada, todas las ciudades están directamente relacionadas, por lo que el valor de los geodésicos será siempre de uno. Podemos observar como a medida que disminuye el grado de centralización de la red, incrementa la cantidad de diadas conectadas.

Por su parte, del cálculo del **diámetro** podemos comprobar como este tiende a ser mayor en sistemas jerárquicos y policéntricos que en sistemas monocéntricos y totalmente reticulares (con conexión directa entre todas las ciudades). A pesar de todo, el diámetro variará más en función de la distribución específica de cada red que del grado global de jerarquía, si bien cuanto más conectada esté una red, mayor es la probabilidad de que el diámetro sea bajo.

El valor del **flujo máximo** tiende a ser mayor cuanto más interconectado está un sistema. Esto se debe a que a mayor interconexión, mayor densidad de relaciones, y por tanto existen más formas diferentes de conectar dos ciudades. Podemos observarlo al comparar la red monocéntrica y la red en forma de árbol con las redes policéntrica y la horizontal totalmente conectada.

5.4. Centralidad, influencia y poder

5.4.1. Centralidad

Utilizando el **grado** como primera medida elemental de centralidad, observamos que en la red monocéntrica, el nodo central (A0) acumula el 100% de las entradas o de las salidas, y por este motivo el grado de centralización global de la red será del 100%. En la red jerárquica en forma de árbol, la ciudad A0 continúa siendo la más central, con un 25% de las salidas, seguido por los subcentros, con un 18,75%, y con un grado global de centralización del 20,31%, que es un valor relativamente bajo, si tenemos en cuenta que la red en forma de árbol es una de las estructuras más centralizadas.

En la red policéntrica, los cuatro subcentros principales muestran un grado de salida mayor del 40%, y un grado de entrada del 20%. Estos valores son más altos que los que muestran las ciudades de menor rango, y se debe a que entre los cuatro subcentros principales existen relaciones horizontales. El grado de centralización de la red es del 32%, y sorprende que sea mayor que el de la red en forma de árbol, aparentemente más jerárquica. Esto nos sugiere que este indicador de centralidad, aunque tiene la virtud de ser muy sencillo, tal vez no es el más adecuado para medir el grado de jerarquía de un sistema.

Finalmente, en la red totalmente conectada, todas las ciudades tienen el 100% de entradas y salidas ($I=100\%$; $O=100\%$), y el grado de centralización global de la red es del 0%. El resultado es lógico si tenemos en cuenta que todas las ciudades están directamente conectadas entre sí por flujos bidireccionales.

Utilizando ahora el indicador de **cercanía-lejanía** (*closeness-farness*), los resultados de la simulación sugieren que la centralidad se ordena de mayor a menor desde la red monocéntrica a la red totalmente conectada. Los sistemas monocéntrico y en forma de árbol jerárquico muestran elevados niveles de centralización, donde destaca la centralidad del nodo A0 y de los subcentros principales. El sistema policéntrico también muestra elevados grados de centralización, mientras que en el sistema totalmente reticular la centralización es del 0%, y las distancias de cercanía y lejanía son las mismas para todas las ciudades.

La medida de la **centralidad con autovectores** se revela especialmente útil cuando queremos reflejar las relaciones de intercambio de información, más que encontrar simplemente los emisores y receptores de información. En la red monocéntrica, la ciudad central acumula la mayor centralidad, y el índice de centralización de la red es del 100%. En la red jerárquica de tres niveles, la ciudad central acumula el 75% de la centralidad, y la centralización global de la red es menor que en un sistema totalmente monocéntrico. En una red policéntrica, los subcentros tienden a mostrar mayor centralidad que el resto de ciudades, mientras que en un sistema totalmente reticular todas las ciudades muestran el mismo autovalor, y el grado de centralización de la red es cero. En

conjunto, la medida de los autovalores es una de las medidas que mejor refleja el grado de centralización de los sistemas urbanos, posiblemente porque presta poca atención a los comportamientos locales y se centra en el comportamiento global de las relaciones entre ciudades.

El cálculo de la **intermediación** (*betweenness*) revela que en la red monocéntrica, no existe ninguna ciudad con poder de intermediación, porque todos los flujos posibles son de un paso y alrededor de la ciudad central (A0). En la red jerárquica en forma de árbol, existen ciudades con poder de intermediación, entre los rangos más altos y más bajos del sistema. En la red policéntrica, los subcentros actúan de intermediadores, y en la red totalmente conectada no existe ninguna ciudad con poder de intermediación, porque todas las ciudades están directamente conectadas.

5.4.2. *Influencia*

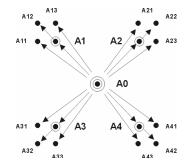
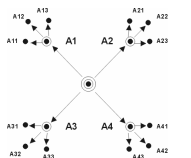
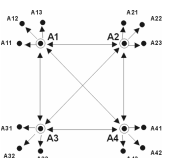
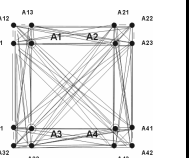
Los resultados de los indicadores de **influencia de Hubbell y Katz** no difieren sustancialmente entre ellos, y se han probado con un factor de atenuación de 0,25. Los datos de la simulación muestran que en la red monocéntrica y en la red en forma de árbol, la ciudad central (A0) es la más influyente, y que las ciudades de menor rango son las más influidas. Por el contrario, en el sistema totalmente conectado, todas las ciudades tienen la misma capacidad de influencia. Los resultados de la **influencia de Taylor**, más apropiada para trabajar con matrices de flujos dirigidos, confirman los de las dos medidas anteriores. La interpretación final debe hacerse teniendo en cuenta el tipo de flujos con los que se opera y la ponderación escogida.

5.4.3. *Poder*

Utilizando esta vez el **indicador de poder** (con un factor de ponderación de 0,5), los resultados son muy similares a los obtenidos con los indicadores de centralidad. En la red monocéntrica, la ciudad A0 es la que muestra mayor poder. En la red en forma de árbol, la ciudad central (A0) es también la más poderosa, seguida de los subcentros. En la red policéntrica son también los

subcentros los que muestran mayor poder, mientras que en la red totalmente conectada todas las ciudades tienen el mismo poder.

Tabla 1. Resumen de resultados¹⁶

				
	RED MONOCÉNTR.	RED EN ÁRBOL	RED POLICÉNTRICA	RED HORIZONTAL
ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS				
-Nº de ciudades	17	17	16	16
-Nº de relaciones (tamaño de red)	16	16	24	240
-Densidad de la red	5.9%	5,9%	10%	100%
-Proporción de tríadas transitivas	0%	0%	0,7%	100%
COHESIÓN				
-Distancia geodésica	1	1,2	1,2	1
Flujo máximo	Ciudad central = 0 Resto ciudades = 1	Ciudad central = 0 Resto ciudades = 1	Subcentros=3 Resto de ciudades=1	Todas las ciudades = 15
CENTRALIDAD				
Outdegree (normalizado)	Ciudad central=100 Resto de ciudades=0 Centralización de la red=100%	Ciudad central =25 Subcentros =18 Resto de ciudades=0 Centralización de la red=20.31%	Subcentros=40 Resto de ciudades=0 Centralización de la red=32%	Todas las ciudades= 100 Centralización de la red=0%
Indegree (normalizado)	Ciudad central (A0)=0 Resto ciudades=6.25 Centralización de la red=0.39%	Ciudad central (A0)=0 Resto ciudades=6.25 Centralización de la red=0.39%	Subcentros =20 Resto de ciuda.=6.67 Centralización de la red=10.66%	Todas las ciudades=100 Centralización de la red=0%
out-Closeness	Ciudad central =100 Resto ciudades=5.88 Centralización de la red=194.51	Ciudad central=57.14 Subcentros=7.14 Resto ciudades=5.88 Centralización de la red=105.29	Subcentros=62.5 Resto de ciuda.=6.25 Centralización de la red=93.21	Todas las ciudades=15 Centralización de la red=0
in-Closeness	Ciudad central=5.88 Resto ciudades=6.25 Centralización de la red=0.05	Ciudad central=5.8 Subcentros=6.25 Resto ciudades=6.63 Centralización de la red=0.30	Subcentros=7.69 Resto de ciuda.=8.19 Centralización de la red=0.28	Todas las ciudades=100 Centralización de la red=0

¹⁶ La cantidad de información que se obtiene en el cálculo de cada índice es extensa y detallada, aunque por requerimientos de espacio sólo ofrecemos un resumen de los resultados principales. Los flujos origen-destino van desde el nodo de mayor rango al de menor rango (excepto entre los subcentros de la red policéntrica, y en la red totalmente conectada), sin embargo, si la direccionalidad de los flujos se invierte, los cambios en la interpretación de los indicadores no son complicados: no existe variación de los resultados en los indicadores de nodo, tamaño, densidad, transitividad, centralidad por autovectores, intermediación y poder. En la distancia geodésica y flujo máximo los resultados son idénticos si se transpone la matriz de resultados. En los indicadores de grado se intercambian los resultados entre el grado de entrada y el de salida. En los indicadores de influencia se intercambian los resultados entre filas y columnas. La *closeness* y *farness* se intercambian entre ellas.

Autovalores (primer autovalor)	Ciudad central=0.70 Resto ciudades=0.17	Ciudad central=0.53 Subcentros=0.35 Resto de ciuda.=0.13	Subcentros (A1, A2, A3, A4)=0.45 Resto ciudades=0.12	Todas las ciudades=0.25
	Centralización de la red=100%	Centralización de la red=65.23%	Centralización de la red=51%	Centralización de la red=0%
Intermediación	Ciudad central=0 Resto de ciudades=0 Media=0	Ciudad central=0 Subcentros=3 Resto de ciudades=0 Media=0.7	Subcentros=9 Resto de ciudades=0 Media=2.25	Todas las ciudades=0 Media=0
INFLUENCIA				
Influencia Hubbell				
• Por columna	Ciudad central=1 Resto de ciudades=1.25	Ciudad central=1 Subcentros=1.25 Resto ciudades=1.31	Subcentros=4 Resto de ciudades=7	Idéntica para todas las ciudades
• Por fila	Ciudad central=5 Resto de ciudades=1	Ciudad central=2.75 Subcentros=1.75 Resto de ciudades=1	Subcentros=2 Resto de ciudades=1	Idéntica para todas las ciudades
Influencia Katz				
• Por columna	Ciudad central=0 Resto de ciudades=0.25	Ciudad central=0 Subcentros=0.25 Resto ciudades=0.31	Subcentros=3 Resto de ciudades=6	Idéntica para todas las ciudades
• Por fila	Ciudad central=4 Resto de ciudades=0	Ciudad central=1.75 Subcentros=0.75 Resto de ciudades=0	Subcentros=1 Resto de ciudades=0	Idéntica para todas las ciudades
Influencia Taylor				
• Por columna	Ciudad central= -1 Resto ciudades=0 .06	Ciudad central=-3.68 Subcentros=-0.105 Resto ciudades=0.66	Subcentros=-0.125 Resto ciudades=0.04	Idéntica para todas las ciudades
• Por fila	Ciudad central= 1 Resto ciudades=0.06	Ciudad central=3.68 Subcentros=0.105 Resto ciudades=-0.66	Subcentros=0.125 Resto ciudades=0.04	Idéntica para todas las ciudades
PODER				
Índice de poder de Bonacich	Ciudad central=0 Resto de ciudades=1 Media=0.94	Ciudad central=0 Subcentros=1 Resto ciudades=1.5 Media=1.29	Subcentros=-6 Resto de ciudades=-2 Media=-3	Todas las ciudad=-2.3 Media=-2.3

6. Algunos ejemplos de la aplicación de indicadores de teoría de redes en economía urbana

Algunos de estos indicadores se han utilizado para investigaciones aplicadas, por ejemplo, en la base de indicadores económicos y territoriales “*Indicadors 2001*”¹⁷, se incluye un apartado donde se utilizan indicadores de policentrismo. En este apartado, se aplica el indicador de grado de entrada (*indegree*) sobre una matriz de primeros destinos por movilidad laboral, combinada con un filtro

¹⁷ Ajuntament de Barcelona, Diputació de Barcelona y Universitat Autònoma de Barcelona (2001).

por número e intensidad mínima de los flujos. Como resultado, se identifican 12 subcentros principales en la provincia de Barcelona.

En Boix (2001) se aplica el instrumental de teoría de redes a la estructura principal de la red de ciudades de Cataluña, consiguiendo identificar tamaño, densidad, transitividad y características de los flujos, además de influencia, centralidad y poder tanto de los nodos individuales como en el conjunto de la red.

Los indicadores de grado se utilizan también en Trullén y Boix (2001) como regresores en una ecuación en la que se explica el *stock* de conocimiento de los municipios de Cataluña en relación con la estructura urbana. Para ello, junto a indicadores de dimensión de empresa y de especialización/diversidad, se incluyen diversos índices que intentan capturar el *networking* (definido como conectividad de las ciudades). Aunque la calidad de los datos de flujos es baja, la aplicación de indicadores de grado posibilita construir los coeficientes de *networking*, que permiten incluir el comportamiento en red, y desagregarlo entre redes verticales y horizontales, esto permite contrastar una relación significativa del *stock* conocimiento alto con la existencia de redes, y en especial de redes horizontales.

7. Conclusiones

El análisis de redes en la economía urbana requiere la utilización de un instrumental teórico y analítico adecuado, tanto para la caracterización de las redes como la para la construcción de coeficientes que podamos utilizar posteriormente en aplicaciones econométricas. Parte de este instrumental lo proporciona la teoría de sistemas, redes y grafos. Una parte de los conceptos de teoría de sistemas son aplicables al análisis de las redes de ciudades, estructurando y simplificando la necesidad de pensar la ciudad en un espacio relacional, formado por otras ciudades y los vínculos entre ellas. Otra aportación de la teoría de sistemas al análisis de redes de ciudades es la utilización de instrumental de análisis matemático que permite trabajar con grandes cantidades de nodos (ciudades) y *links* (relaciones entre las ciudades).

La aplicación de los conceptos y el instrumental requieren su ensayo previo con sistemas cuya estructura nos sea bien conocida. De esta manera podemos observar su comportamiento y escoger cuales son los más adecuados. En el presente trabajo hemos presentado una selección de indicadores básicos, y los hemos aplicado a cuatro redes de ciudades simuladas, que intentan aproximar las tipologías de estructura urbana más comunes: monocéntrica, jerárquica en árbol, policéntrica y una retícula perfectamente conectada. La intuición del trabajo es que la morfología de la red puede influir mediante diversos procedimientos en el proceso de crecimiento económico de las ciudades de la red, generando ventajas diferenciales (economías externas) en función del tipo de estructura observada. La aplicación de estos indicadores básicos sobre conceptos como difusión, contagio o supervivencia, sugiere que en aquellas redes en las que los niveles de centralidad y jerarquía son menos acusados, y el nivel de interconexión es mayor, la información y el conocimiento, generadores de crecimiento económico, pueden difundirse con mayor rapidez (difusión y contagio), y minimizar la pérdidas en la transmisión (supervivencia).

Bibliografía

Ajuntament de Barcelona, Diputació de Barcelona y Universitat Autònoma de Barcelona (2001): Base de dades d'Indicadors econòmics i territorials 2001.

Batten, D. (1995): "Network Cities: Creative Urban Agglomerations for the 21th Century", Urban Studies, vol.32, nº2, pp.313-237.

Boix, R. (2001): "Aplicació de l'instrumental per caracteritzar les xarxes de ciutats mitjançant l'anàlisi d'una xarxa de ciutats real: Catalunya 1996", Departament d'Economia Aplicada UAB, mimeo (03/05/2001)

Boix, R. (2002): "Redes de ciudades en la región metropolitana de Barcelona", en J.Subirats, R.Gomá y Q.Brugué *Las dinámicas territoriales en la sociedad de las redes*. Barcelona, Diputació de Barcelona, col.lecció Territori i Govern, Visions. (En prensa).

Camagni, R. (1994) : "From city hierarchy to city network: reflections about an emerging paradigm", en Juan R. Cuadrado-Roura, Peter Nijkamp, Pere Salva (eds.) *Moving frontiers economic restructuring, regional development and emerging networks*, Avebury.

Camagni, R. y Carlo Salone (1993): "Network Urban Structures in Northern Italy: Elements for a Theoretical Framework", Urban Studies, Vol. 30, No. 6, pp. 1053-1064.

Capello, R. (2000): "The new city network paradigm: measuring urban network externalities", Urban Studies, vol.37, nº 11, pp.1925-1945.

- Casti, J.L. (1995): "The Theory of Networks", en D.F.Batten, J.L.Casti y R.Thord (eds.), *Networks in Action*. Springer Verlag, Berlin.
- Dematteis, G. (1990): "Modelli urbani a rete. Considerazioni preliminari", en Fausto Curti y Lidia Diappi (a cura di) *Gerarchie e reti di città: tendenze e politiche*, Franco Angeli, Milano.
- Dematteis, G. (1991): "Sistemi locali nucleari e sistemi a rete. Un contributo geográfico all'interpretazione delle dinamiche urbane", en C.S.Bertuglia y A. La Bella (a cura di) *I Sistemi Urbani*, Franco Angeli, Milano.
- Emanuel, C. y Dematteis, G. (1990): "Reti urbane minori e deconcentrazione metropolitana nella Padania centro-occidentale", en D.Martellato y F.Sforzi (eds) *Studi sui sistemi urbani* pp.233-261, Milano, Franco Angeli.
- Freeman, L. (1979): "Centrality in social networks: I. Conceptual classification", *Social Networks*, nº 4, p.35-41.
- Freeman, L. (1980): "The gatekeeper, pair-dependency, and structural centrality", *Quality and Quantity*, nº 14, p.585-592.
- Freeman, L., Rhite, D. y A.Romney (1989): *Research methods in social network analysis*. IVA: George Mason University Press.
- Freeman, L., Borgatti, S. y D.White (1991): "Centrality in valued graphs: a measure of betweenness based on network flow", *Social Networks*, nº 13, p.141-154.
- Johnson, J. (1995a): "Links, Arrows, and Networks: Fundamental metaphors in Human Thought", en D.F.Batten, J.L.Casti y R.Thord, *Networks in Action*. Springer Verlag, Berlin.
- Johnson, J. (1995b): "The Multidimensional Networks of Complex Systems", en D.F.Batten, J.L.Casti y R.Thord, *Networks in Action*. Springer Verlag, Berlin.
- Knone, D. y J.H. Kuklinsky (1982): *Network Analysis*. Sage.
- Marshall, A. (1920): *Principles of economics*. Macmillan. London (Primera edición 1890; la edición que se utiliza es la de 1920, reimpresa en 1972).
- Robinson, E.G. (1958): *The structure of competitive industry*. Cambridge Economic Handbooks. La primera edición es de 1931, aunque recogemos la revisión de 1958, en la reimpresión de 1970.
- Scott, A. (1988): *Metropolis: From the division of labor to urban form*. University of California Press, Berkeley.
- Scott, J. (1997): *Social Network Analysis*. Sage.
- Trullén, J. y R. Boix (2001): "Economía del conocimiento y redes de ciudades: ciudades creativas en la era del conocimiento", XXVII Reunión de Estudios Regionales, Madrid, 28-30 de noviembre de 2001.
- Valente, T. W. (1995): *Network models of the diffusion of innovations*. Hampton Press Inc., Cresskill (New Jersey).

Anexo. Tablas resumen de los instrumentos de análisis de redes

Matrices

Matriz	Descripción
- Matriz de adyacencia (A)	Matriz binaria que recoge la existencia de flujos directos entre pares de nodos.
- Reachability Matrix (R)	Matriz que recoge si existe algún camino que conecte dos nodos.
- Matriz de geodésicos (G)	Matriz que recoge el número mínimo de pasos con los que se puede conectar dos nodos. Es la matriz de caminos más eficientes.

Indicadores en redes unidimensionales

Medida	Indicador	Descripción	Nodo	Red	Formulación	Tipos de datos
Estadísticos descriptivos de la red	- N° de nodos:	n° de nodos de la red		x	$N = \sum_i n_i$ donde $n_1...n_n$ es cada uno de los nodos de la red.	Matriz de adyacencia. Flujos dirigidos o simétricos.
	- Dimensión de la red	n° de relaciones efectivas (links)		x	$Dim_k = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N z_{ij} \quad \forall i \neq j$	Matriz de adyacencia. Flujos dirigidos o simétricos.
	- Densidad de la red:	n° de relaciones efectivas dividido por el número de relaciones posibles		x	$D_k = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N z_{ij}}{(N^2 - N)} \quad \forall i \neq j$	Matriz de adyacencia. Flujos dirigidos o simétricos.
	- Transitividad	n° de tríadas conectadas dividido por el número de tríadas posibles (una tríada es cuando A → B y B → C, entonces A → C y se cumple la propiedad de transitividad).		x	$T = \frac{\sum_i tr_i}{\sum_i tr_*}$ donde tr_i son las tríadas efectivas y tr_* las potenciales.	Matriz de adyacencia. Flujos dirigidos.
Cohesión	- Diámetro	Valor del mayor geodésico		x	$D_g = \text{Max}(g_i)$, donde g_i son los valores de los geodésicos.	Matriz de geodésicos. Flujos dirigidos o simétricos, a partir de la cual se obtiene la de geodésicos.
	- Flujo máximo	n° total de caminos por los cuales se puede conectar dos nodos	x	(x)	$MF_{i,j} = R_{i,j}^T$ donde R^T es la Reachability Matrix $R^T = A + A^2 + ... + A^T$	Matriz de adyacencia. Flujos dirigidos o simétricos, a partir de la cual se obtiene la Reachability Matrix.
Centralidad	- Grado (degree)	.			$G_i = \sum_{j=1}^N z_{ij} = \sum_{j=1}^N z_{ji}$	Matriz de adyacencia. Flujos simétricos.
	- Indegree	n° de entradas al nodo	x	x	$I_j = \sum_{i=1}^N z_{ij}$	Matriz de adyacencia. Flujos dirigidos.

	- Outdegree nº de salidas del nodo. x x $O_i = \sum_{j=1}^N z_{ij}$ Matriz de adyacencia. Flujos dirigidos.
	- Farness-closeness centrality Distancia de un actor al resto a partir de las distancias geodésicas (Suma de las longitudes de los geodésicos a todos los otros nodos). x x Individual: $C(v_i) = \sum_{i=1} g_{ij}$ Red: $C(v) = \frac{\sum (C(vi_{\max}) - C(v_i))}{C(vi_{\max})}$ Matriz de geod.
	- Eigenvalor geodesic distances (Bonacich centrality) Cálculo del autovector formado por los autovalores positivos más grandes, a partir de ponderaciones factoriales. x x $C_i = a \sum A_{ij} c_{ij}$, donde a es un parámetro Matriz de geod.
Intermediación	- Betweenness centrality (intermediación) nº de geodésicos que pasan por un nodo x $B = \sum (g_{\max} - g(n_i))$ donde g son los geodésicos y $n_1, \dots, n_n$ los n nodos del sistema.
Influència	- Infl. de Hubbell Cuentan el número total de conexiones entre nodos ponderandolo por la longitud (nº de <i>paths</i>), de manera que a mayor longitud, más débil es la conexión. x $H_{Hubbell} = (I + \sum (bA))^{-1}$ donde A es la matriz de adyacencia y β el factor de atenuación (que nosotros fijamos arbitrariamente). Matriz de adyacencia. Flujos dirigidos o simétricos, aunque preferentemente simétricos. - Infl. de Katz x $H_K = ((I + \sum (bA)) - I)^{-1}$ donde A es la matriz de adyacencia y β el factor de atenuación (que nosotros fijamos arbitrariamente). Matriz de adyacencia. Flujos dirigidos o simétricos, aunque preferentemente simétricos. - Infl. de Taylor x La Influencia de Taylor se calcula partiendo de la matriz de influencia de Katz y normalizando la matriz por el valor de un vector columna que se extrae de los marginales de las filas. Matriz de adyacencia. Flujos dirigidos, porque los simétricos darían lugar a una matriz de ceros.
Poder	- Bonacich power index El poder del nodo es función de la centralidad de los nodos con los que se relaciona. x $c_i = \sum A_{ij} (a + bc_j)$, donde a y β son parámetros Matriz de adyacencia. Flujos simétricos.