1. Un cuerpo aislado de masa m y velocidad horizontal v explota en dos fragmentos de masas $2m/3$ y $m/3$.

   (a) Determine la velocidad del centro de masas.

   (b) Determine la velocidad del fragmento más ligero si el fragmento más pesado sale con velocidad perpendicular u_1 al movimiento inicial.

   Solución: b) $u_2 = 3\sqrt{v^2 + 4u_1^2/9}$.

2. Una partícula de $m_1 = 5$ kg moviéndose a una velocidad de $v_1 = 2$ m/s, choca contra otra partícula de $m_2 = 8$ kg inicialmente en reposo. Si el choque es elástico, y la primera partícula se ha desviado 50° de la dirección original, calcule la velocidad de cada partícula después del choque, así como el ángulo de dispersión de la segunda partícula.

   Solución: $v_{1f} = 1.57$ m/s, $v_{2f} = 0.97$ m/s, $\alpha_2 = -50.7°$.

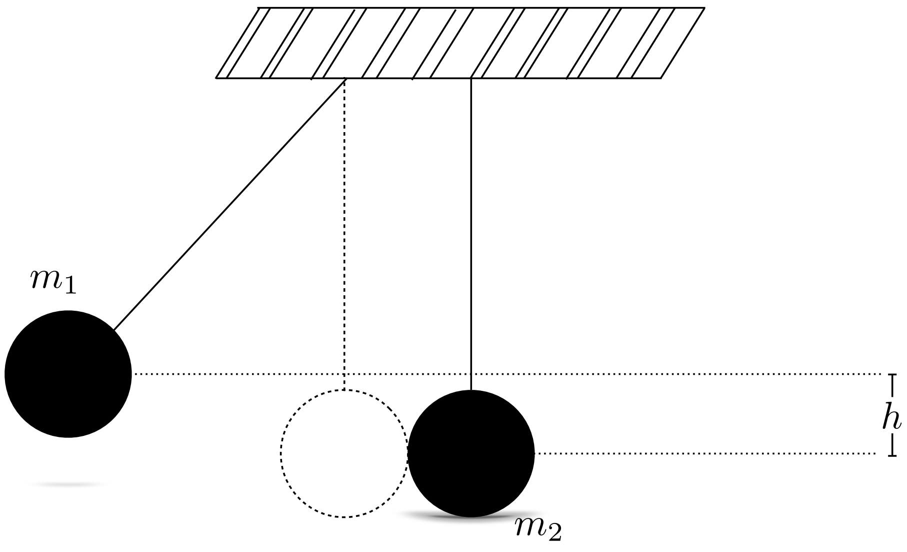
3. Considere el sistema de la figura. Halle la altura que alcanza cada bola después de la colisión si ésta es:

   (a) Elástica.

   (b) Inelástica con coeficiente de restitución e.

   (c) Completamente inelástica.

   Solución: a) $h_1 = \left(\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}\right)^2 h$, $h_2 = \left(\frac{2m_1}{m_1+m_2}\right)^2 h$; b) $h_1 = \left(\frac{m_1-em_2}{m_1+m_2}\right)^2 h$, $h_2 = \left(\frac{(1+e)m_1}{m_1+m_2}\right)^2 h$; c) $h_3 = \left(\frac{m_1}{m_1+m_2}\right)^2 h$.



4. Considere un pozo de pared esférica en cuyo fondo, a profundidad h, está situada una masa m_2. Desde uno de los bordes del pozo, se deja caer una masa m_1 que se desliza sin rozamiento y choca frontalmente con m_2.

   (a) Determine la velocidad que alcanza m_1 justo antes de la colisión y la que alcanzan ambas justo después de la colisión, si ésta es completamente inelástica.

   (b) Determine la altura que alcanzan ambas masas después de la colisión, si ésta es completamente inelástica.

   (c) Si la colisión fuera elástica, ¿qué masa debe tener m_1 en relación con m_2 para que ésta última salga disparada del pozo hasta una altura $2h$?

   Solución: a) $v_{1i} = \sqrt{2gh}$, $v_f = \frac{m_1}{m_1+m_2}\sqrt{2gh}$; b) $h_f = \frac{m_1^2}{(m_1+m_2)^2}h$; c) $m_1 = m_2/\left(\sqrt{2}-1\right)$.

5. Se deja caer una pelota sobre una mesa desde una altura h. Suponiendo que el coeficiente de restitución e es el mismo en cada rebote, calcule el tiempo que tardará la pelota en detenerse.

   Solución: $t = \left(\frac{1+e}{1-e}\right)\sqrt{\frac{2h}{g}}$.

6. Considere la dispersión de una masa puntual por una esfera dura de radio a.

   (a) Calcule el parámetro de impacto.

   (b) Calcule la sección eficaz diferencial de dispersión.

   (c) Calcule la sección eficaz total de dispersión.

   Solución: a) $b = a\cos(\theta/2)$; b) $\sigma(\theta) = a^2/4$; c) $\sigma_T = \pi a^2$.

7. **Sección eficaz diferencial de Rutherford**. Considere el potencial de Coulomb

$$U(r) = \frac{k}{r} ,$$

   con $k < 0$. Encuentre,

   (a) La ecuación de la órbita[*1]. Si el movimiento fuese hiperbólico, encuentre el ángulo asintótico Θ_∞ [*2].

   (b) El parámetro de impacto.

   (c) La sección eficaz diferencial.

   Solución: a) $\cos\Theta_\infty = \left(1 + \frac{2E\ell^2}{\mu k^2}\right)^{-1/2}$; b) $b = \frac{k}{2E}\cot(\theta/2)$; c) $\sigma(\theta) = \frac{k^2}{(4E)^2}\frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$.

[*1] Es la misma que se obtuvo para el potencial de Kepler.

[*2] No confunda la coordenada angular Θ de la órbita (llamada θ en el tema anterior) con el ángulo de dispersión θ. La notación usada en este boletín es idéntica a la del Marion, y por lo tanto en el libro se hizo la misma redefinición.

8. Considere la dispersión de una partícula por el potencial

$$U(r) = \frac{k}{r^2} \ .$$

Encuentre,

(a) La ecuación de la órbita en función de la velocidad inicial u_0 de la partícula.

(b) El parámetro de impacto.

(c) La sección eficaz diferencial.

Solución: a) $\Theta = \frac{b\pi}{2\sqrt{b^2+\left(2k/mu_0^2\right)}}$; b) $b(\theta) = \sqrt{\frac{2k}{mu_0^2}}\frac{\pi-\theta}{\sqrt{\theta(2\pi-\theta)}}$; c) $\sigma(\theta) = \frac{2k}{mu_0^2}\frac{\pi^2(\pi-\theta)}{\theta^2(2\pi-\theta)^2\sin\theta}$.

9. Una partícula choca elásticamente con un blanco en reposo. Demuestre que se verifica que

$$\frac{T_1}{T_0} = \frac{1+2x\cos\theta + x^2}{(1+x)^2} \ ,$$

donde T_0 y T_1 son las energías cinéticas inicial y final, respectivamente, de la partícula incidente en el sistema LAB, θ es el ángulo de dispersión en el sistema CM y $x = m_1/m_2$.

10. Demuestre que se verifica que el máximo valor del ángulo ψ de dispersión elástica de una partícula respecto a su velocidad en el sistema LAB viene dado por

$$\tan\psi = \left(x^2-1\right)^{-\frac{1}{2}} \ .$$

Se sabe que el valor máximo de ψ medido en colisiones de partículas α sobre un blanco de hidrógeno es de $\sim 16^\circ$. Estime la masa de la partícula α en relación a la del hidrógeno.

Solución: $x = 3.62$.

11. Demuestre la relación entre los ángulos de dispersión en los sistemas CM y LAB

$$x\sin\psi = \sin(\theta - \psi) \ ,$$

donde $x = m_1/m_2$.

Demuestre también, la relación entre las secciones eficaces diferenciales medidas en los sistemas CM y LAB

$$\sigma(\theta) = \sigma(\psi)\frac{1+x\cos\theta}{(1+2x\cos\theta+x^2)^{\frac{3}{2}}} \ .$$