1. Sean un vector $\vec{a}$ y una rotación $\mathbf{R}_{\hat{u},\phi}(\vec{a})$. Sea también $\vec{a}' = \mathbf{R}_{\hat{u},\phi}\vec{a}$ el vector transformado *activamente* por la rotación.

   (a) Obtener la relación vectorial entre $\vec{a}'$ y $\vec{a}$, $\hat{u}$ y ϕ.

   (b) A partir de la relación obtenida, escribir la parametrización eje-ángulo de la matriz de rotación en función de los parámetros u_1, u_2, u_3 y ϕ.

   (c) Usando la relación $\mathbf{A}_{\hat{u}}\vec{a} = \hat{u} \times \vec{a}$, comprobar que $\mathbf{A}_{\hat{u}}$ es la matriz antisimétrica

   $$\mathbf{A}_{\hat{u}} = \begin{pmatrix} 0 & -u_3 & u_2 \\ u_3 & 0 & -u_1 \\ -u_2 & u_1 & 0 \end{pmatrix} . \tag{1}$$

   (d) Obtener la siguiente parametrización de la matriz de rotación (*fórmula de rotación de Rodrigues*):

   $$\mathbf{R}_{\hat{u},\phi} = \mathbf{I} + \mathbf{A}_{\hat{u}} \sin\phi + \mathbf{A}_{\hat{u}}^2 (1 - \cos\phi) \ , \tag{2}$$

   donde $\mathbf{I}$ es la matriz identidad. Demostrar también que $\mathrm{Tr}\mathbf{R}_{\hat{u},\phi} = 1 + 2\cos\phi$.

   (e) Obtener la siguiente forma exponencial de la matriz de rotación:

   $$\mathbf{R}_{\hat{u},\phi} = \exp(\phi \mathbf{A}_{\hat{u}}) \ . \tag{3}$$

Fecha de entrega: 8 de octubre del 2018