1. El movimiento de una partícula cargada en un campo electromagnético puede ser obtenido a partir de la ecuación de Lorentz. Si el campo eléctrico es $\vec{E}$ y el campo magnético es $\vec{B}$, la fuerza sobre una partícula de masa m que lleva carga q y una velocidad $\vec{v}$ está dada por

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} \ . \tag{1}$$

   (a) Si no hay campo eléctrico y la partícula entra al campo magnético en la dirección perpendicular a las líneas del flujo magnético, muestre que la trayectoria es un círculo con radio

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{v}{\omega_c} \ , \tag{2}$$

   donde $\omega_c \equiv qB/m$ es la frecuencia ciclotrón.

   (b) Elija el eje z en la misma dirección que $\vec{B}$. Sea también el plano que contiene a $\vec{E}$ y $\vec{B}$ el plano yz. Muestre que la componente z del movimiento está dado por

$$z(t) = z_0 + \dot{z}_0 t + \frac{qE_z}{2m} t^2 \ , \tag{3}$$

   donde $z(0) \equiv z_0$ y $\dot{z}(0) \equiv \dot{z}_0$.

   (c) Obtenga las expresiones para $\dot{x}(t)$ y $\dot{y}(t)$. Muestre que la velocidad media de estas componentes es

$$\langle \dot{x} \rangle = \frac{E_y}{B} \ , \qquad \langle \dot{y} \rangle = 0 \ . \tag{4}$$

   (d) Integre las velocidades obtenidas en el apartado anterior y muestre (con las condiciones iniciales $x(0) = -A/\omega_c$, $\dot{x}(0) = E_y/B$, $y(0) = 0$, $\dot{y}(0) = A$) que

$$x(t) = -\frac{A}{\omega_c} \cos \omega_c t + \frac{E_y}{B} t \ , \qquad y(t) = \frac{A}{\omega_c} \sin \omega_c t \ . \tag{5}$$

   Estas son las ecuaciones paramétricas de una *trocoide*.

   (e) Grafique la proyección de la trayectoria sobre el plano xy para los casos (i) $A > |E_y/B|$, (ii) $A < |E_y/B|$, y (iii) $A = |E_y/B|$. (El último caso produce una cicloide).

Fecha de entrega: **12 de noviembre del 2018**