

Modelos de Equilibrio del Ciclo Económico

Javier Andrés, José E. Boscá, Rafael Doménech y Javier Ferri
Universidad de Valencia

Tema 3

1. Crecimiento y ciclos.
2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR).
 - 2.1 El reto.
 - 2.2 Supuestos.
 - 2.3 Ecuaciones.
 - 2.4 Solución dinámica.
 - 2.5 Propiedades.
 - 2.6 Implicaciones normativas y de política.
3. Conclusiones.

1. Crecimiento y ciclos

- Los modelos de crecimiento son capaces de dar una descripción razonable de muchas de las características de la evolución de largo plazo de las economías de mercado: tendencias y grandes ratios (los hechos estilizados).
- Hasta ahora nos hemos centrado en dos tipos de dinámica: **el crecimiento de estado estacionario y la dinámica transicional** (la convergencia).
- Sin embargo, muchos de los momentos estadísticos del output y de otras variables macroeconómicas son de una naturaleza distinta: las **fluctuaciones cíclicas**.
- Los **ciclos económicos** son:
 - Expansiones y contracciones que ocurren al mismo tiempo en distintos sectores económicos (**difusión**).
 - Periódicas, pero con **duración variable**.
 - Similares, pero diferentes en **intensidad y amplitud**.

1. Crecimiento y ciclos

- Los modelos de crecimiento explican el componente tendencial, pero no las fluctuaciones cíclicas.
- Al estudiar las fluctuaciones cíclicas intentamos:
 - **Explicar la evidencia empírica** respecto a los movimientos de corto y medio plazo de las variables macroeconómicas más relevantes.
 - Describir los posibles **canales** por los que las políticas macroeconómicas podrían afectar a esos movimientos.
- Cualquier modelo del ciclo económico debería ser capaz de dar respuesta a las **dos cuestiones relevantes** siguientes:
 - ¿Qué tipo de shocks son capaces de provocar una reacción en las variables de la intensidad necesaria como para sacarlas de su senda de crecimiento sostenido? → El origen de las fluctuaciones cíclicas.
 - ¿Cómo se propagan los efectos de dichos shocks en el tiempo y entre las variables? → El mecanismo de transmisión de los shocks.

1. Crecimiento y ciclos

- El PIB real GDP es la medida más amplia de medición de la actividad económica.
- El ciclo económico presenta cuatro fases: **expansión, cumbre, contracción y depresión**.

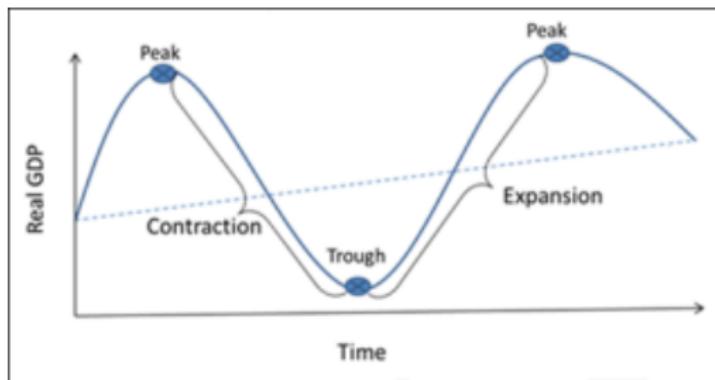
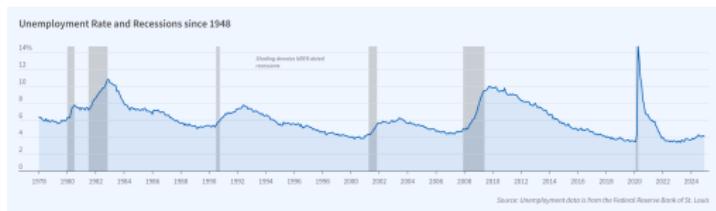


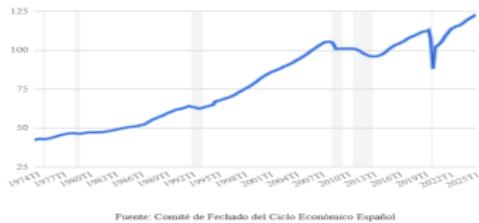
Figure: Representación estilizada del Ciclo económico (fuente: Congressional Research Service, USA)

- Conforme se mueve la economía a lo largo del ciclo económico, otros indicadores económicos se mueven conjuntamente con el PIB.

1. Crecimiento y ciclos



Fechado del ciclo económico en USA.
Fuente: NBER



Fechado del ciclo económico en
España. Fuente: AEE.

1. Crecimiento y ciclos

- Para centrarnos en las fluctuaciones cíclicas es necesario eliminar la tendencia de las series macroeconómicas → hay que utilizar algún procedimiento de **eliminación de la tendencia**.
- Sea x_t la serie original y x_t^T su componente tendencial. Definamos $\hat{x}_t \equiv \ln x_t - \ln x_t^T \simeq \frac{x_t - x_t^T}{x_t^T}$ como la desviación relativa respecto de la tendencia (el componente cíclico).
- Hay distintos procedimientos para estimar x_t^T .
 - Ajustar por MCO algún tipo de función temporal determinística: lineal, polinomial, etc.
 - Utilizar un método de alisado. El más popular es el filtro de Hodrick–Prescott (**HP**).
 - Utilizar modelos estructurales.
- Véanse algunos ejemplos en las dos próximas transparencias.

1. Crecimiento y ciclos

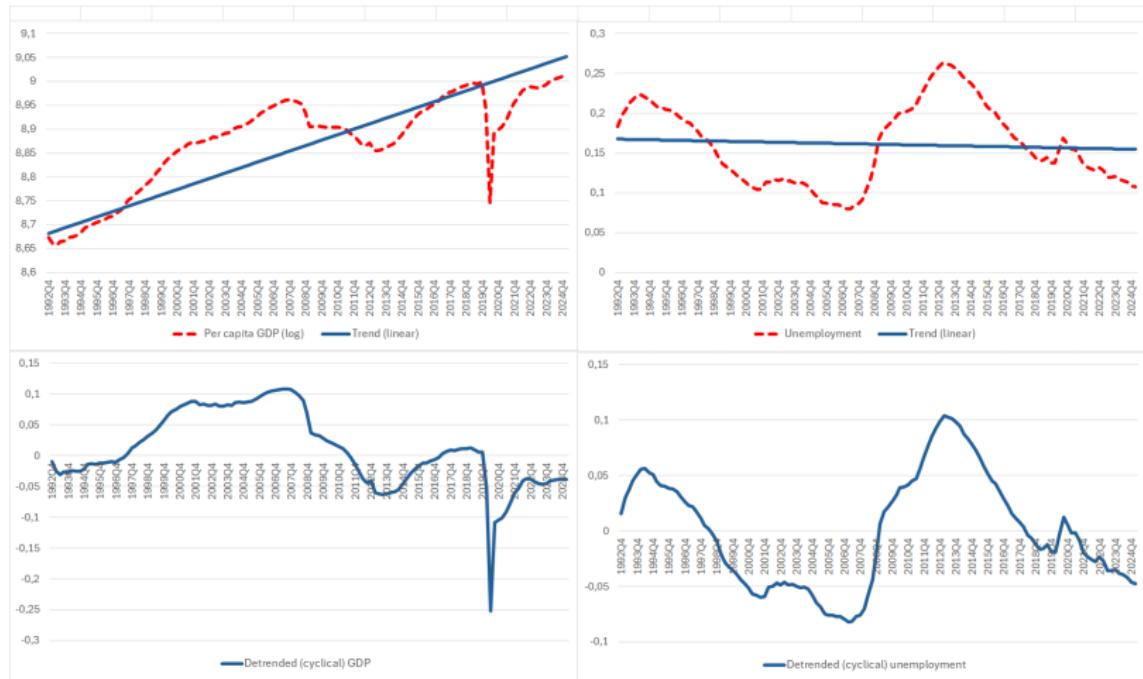


Figure: PIB per cápita y desempleo en España (tendencia lineal estimada por MCO)

1. Crecimiento y ciclos

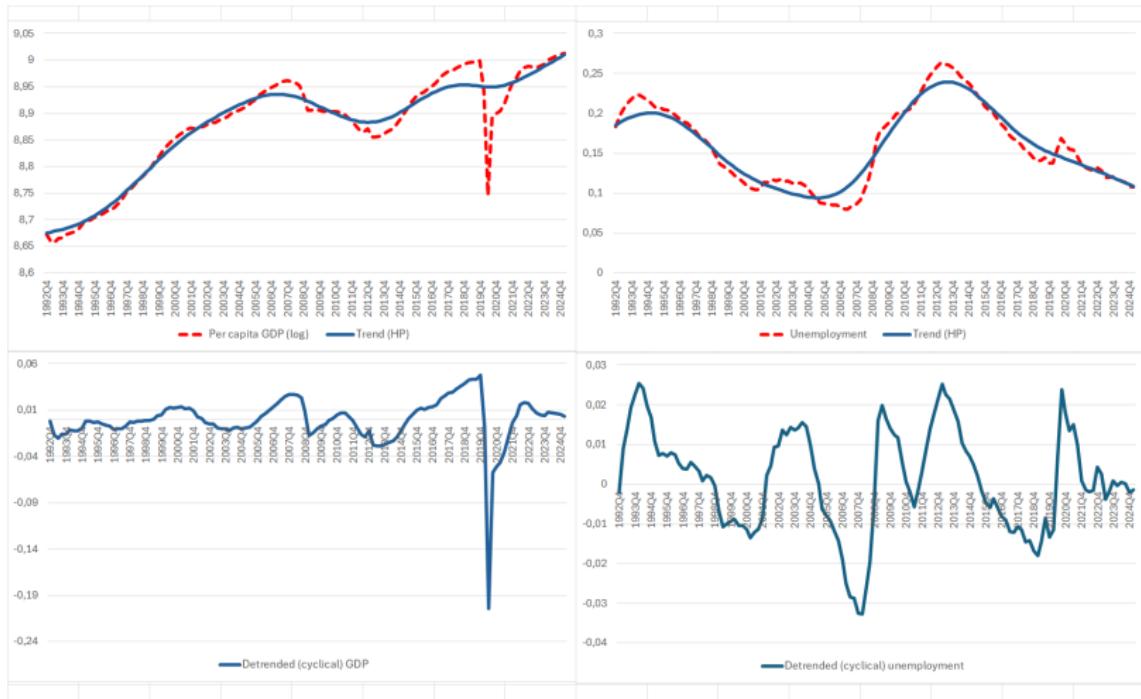
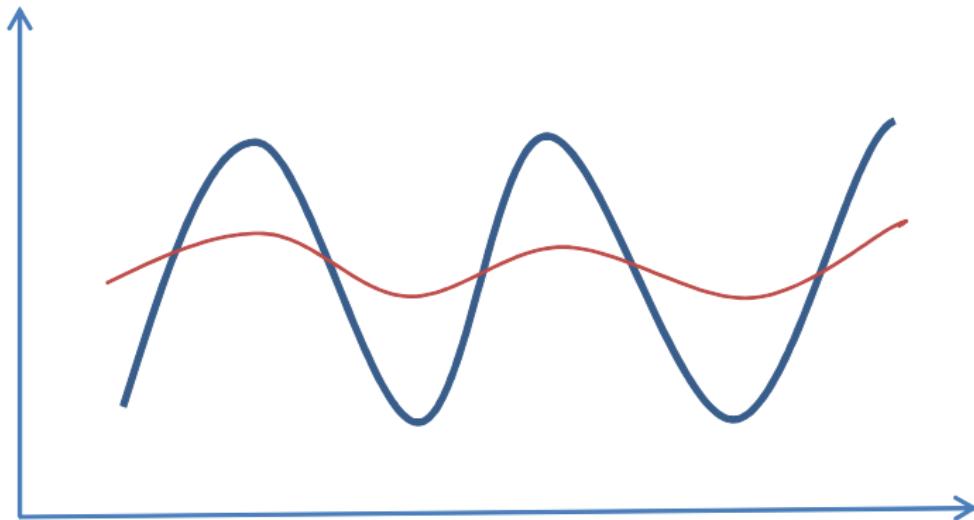


Figure: PIB per cápita y desempleo en España (tendencia ajustada con el filtro HP con $\lambda = 1600$)

1. Crecimiento y ciclos

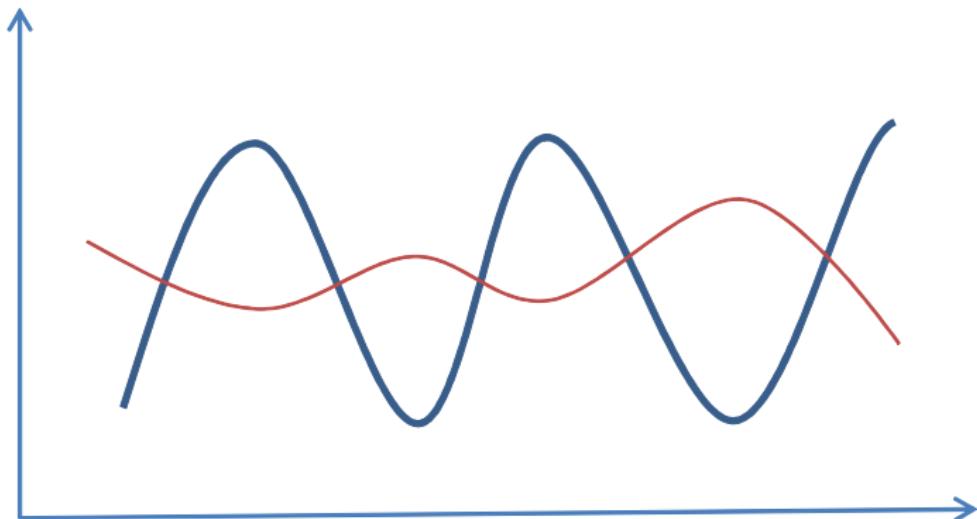
- Por tanto, el estudio del ciclo económico se centra en el **comportamiento de las variables sin tendencia** \Rightarrow el componente cíclico, \hat{x}_t .
- Dicho estudio se realiza atendiendo a los valores de los segundos momentos de las series (varianzas o desviaciones estándar, covarianzas o correlaciones cruzadas y autocorrelaciones).
- Las **desviaciones estándar** reflejan la volatilidad de las series, las correlaciones cruzadas proporcionan información del grado de comovimiento de las series macroeconómicas y los coeficientes de **autocorrelación** informan del grado de persistencia a lo largo del ciclo de las series.
- La diferencia con el análisis del crecimiento es evidente: en ese caso nos preocupamos de los primeros momentos de las series (medias, grandes ratios).
- Véanse algunos ejemplos en las próximas transparencias.

1. Crecimiento y ciclos



Volatilidades diferentes, comovimiento positivo (variables procíclicas)

1. Crecimiento y ciclos



Volatilidades diferentes, comovimiento negativo (variables contracíclicas)

1. Crecimiento y ciclos

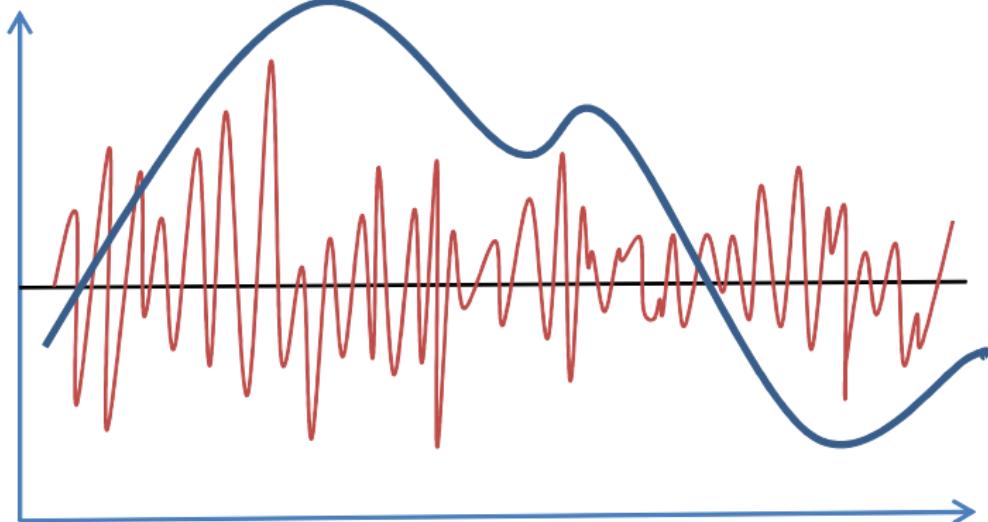


Figure: Persistencias distintas

1. Crecimiento y ciclos

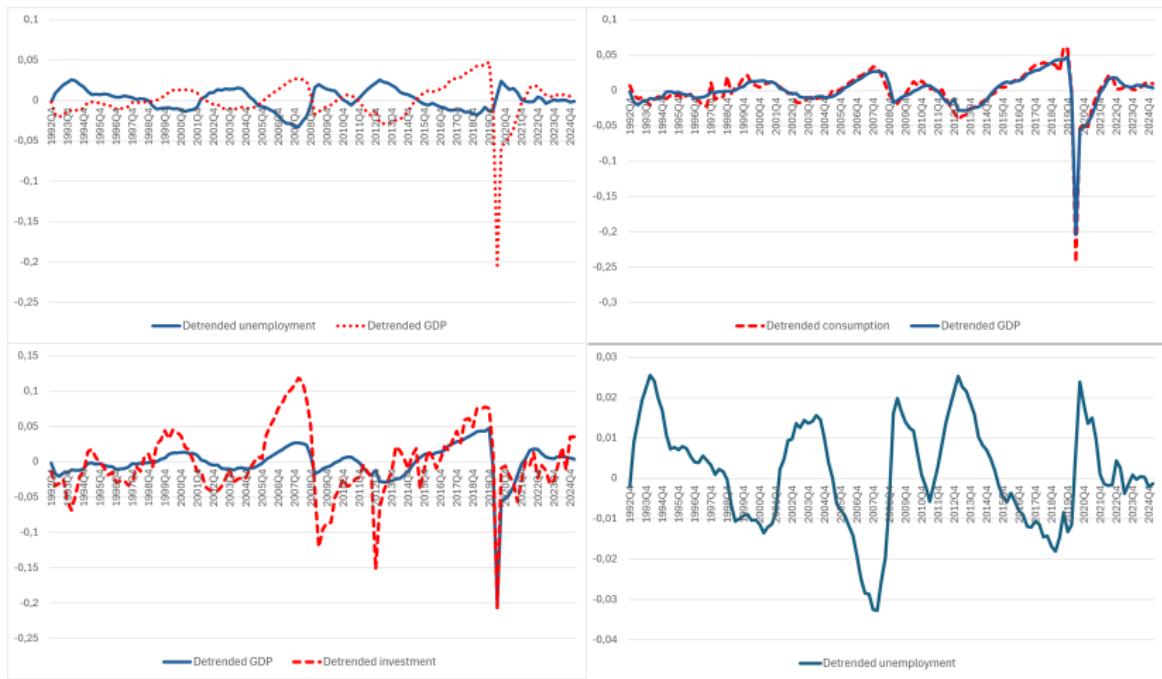


Figure: El ciclo en España: componente cíclico del PIB, desempleo, consumo e inversión. Filtro HP ($\lambda = 1600$).

1. Crecimiento y ciclos

- Cuanto **mayor es la volatilidad** de una serie x_t , mayor es su desviación estándar σ_x .
- Cuando dos series se mueven conjuntamente en las frecuencias cíclicas, su correlación cruzada es positiva ($\sigma_{x,y} > 0$) → series **procíclicas**.
- Cuando dos series se mueven separadamente en las frecuencias cíclicas, su correlación cruzada es negativa ($\sigma_{x,y} < 0$) → series **contracíclicas**.
- Cuando una serie se mueve y la otra permanece básicamente constante, su correlación cruzada es nula ($\sigma_{x,y} = 0$) → series **acíclicas**.
- Cuanto mayor es la persistencia de una serie, mayor es el coeficiente de autocorrelación (de orden 1) ρ_x . Dos casos extremos interesantes:
 - Un paseo aleatorio $\rho_x = 1$ (eventualmente la serie no vuelve a su media tras el shock. Un shock transitorio produce efectos permanentes).
 - Un ruido blanco $\rho_x = 0$ (el shock transitorio es incapaz de generar persistencia, no es posible identificar fluctuaciones cíclicas debidas al shock).

En EE.UU. (y en la mayoría de economías desarrolladas) las series macroeconómicas, una vez **eliminada sus tendencias**, presentan las siguientes características:

- **Volatilidad:**

- Consumo y gasto público son menos volátiles que el output.
- Inversión y consumo de bienes duraderos son más volátiles que el output.
- La volatilidad de las horas trabajadas, en términos relativos a la del output, ha aumentado a lo largo del tiempo.
- La volatilidad de los salarios reales es menor que la del output, aunque la volatilidad del ratio entre ambos ha aumentado a lo largo del tiempo.
- El capital es mucho menos volátil que el output.
- El empleo es tan volátil como el output, aunque las horas por trabajador son mucho menos volátiles que el output.
- Por tanto, la mayor parte de la variación cíclica del total de horas trabajadas la provocan las variaciones del empleo.
- La productividad del trabajo es menos volátil que el output.

(...continuación)

- **Comovimientos:**

- La mayoría de las variables macroeconómicas son procíclicas.
- Salarios, gasto público y capital son acíclicas o ligeramente procíclicas.
- La correlación del output gap y la inflación puede ser positiva o negativa, dependiendo del origen de las fluctuaciones (shocks).
- La correlación positiva de la productividad del trabajo y el output ha disminuido a lo largo del tiempo.

- **Persistencia:**

- La mayoría de las variables macroeconómicas presentan una elevada persistencia.
- Véanse algunos datos en la siguiente transparencia.

Cuadro 1
Hechos empíricos (USA).

Momentos	Periodos		
	64-08	64-82	83-08
$\rho(y)$	0.91	0.91	0.91
$\sigma(y)$	1.55	1.93	1.19
$\sigma(c)/\sigma(y)$	0.52	0.52	0.51
$\sigma(i)/\sigma(y)$	2.56	2.42	2.83
$\sigma(\text{tothor}_t)/\sigma(y)$	1.12	1.04	1.26
$\sigma(w_t)/\sigma(y)$	0.61	0.42	0.88
$\text{corr}(\frac{y_t}{l_{1t}n_t}, y_t)$	0.43	0.67	-0.03

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.1 El reto

- ¿Puede explicar un modelo sin imperfecciones en los mercados (competencia imperfecta, rigideces nominales, fricciones crediticias...) los movimientos cíclicos que se producen en las economías desarrolladas?
- Ésta es una cuestión muy importante desde una perspectiva de política económica:
 - En modelos sin fricciones la política económica es difícil de justificar por razones de bienestar (normativas).
 - Por tanto, las fluctuaciones en dichos modelos son el resultado de la respuesta óptima por parte de los agentes económicos a shocks exógenos. La intervención del gobierno utilizando la política monetaria o fiscal sólo puede empeorar las cosas.

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.2 Supuestos

- La teoría de los MCR se basa en dos principios:
 - El dinero tiene muy poca importancia en las fluctuaciones cíclicas.
 - Los ciclos económicos los provocan agentes racionales respondiendo óptimamente a shocks reales (no nominales), fundamentalmente a fluctuaciones de la productividad.
- Por tanto, los MCR:
 - Explican las fluctuaciones económicas originadas por shocks reales en un contexto de vaciado de los mercados.
 - Están solidamente microfundamentados.
 - Se basan en el supuesto de expectativas racionales: hogares y empresas no comenten errores sistemáticos al predecir el futuro.
 - Enfatizan la explicación del mecanismo de propagación de los shocks al resto de la economía.

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.2 Supuestos

- Los fundamentos de la metodología de los modelos MCR son los siguientes:
 - Modelos de equilibrio general dinámico (con expectativas racionales) en un entorno sin fricciones.
 - Procesos de generación de los ciclos basados en shocks a la productividad (tecnológicos).
 - Intentan reproducir los momentos estadísticos de las variables:
 - Estimación del modelo.
 - Calibración del modelo.

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.2 Supuestos

- Agentes y mercados

- Economía cerrada.
- El gobierno únicamente emite deuda pública y realiza transferencias lump-sum.
- Vaciado de los mercados de productos y de factores. Todos los mercados son competitivos.
- La tecnología es el factor generador del crecimiento y las fluctuaciones a corto plazo. El progreso técnico exógeno tiene un componente tendencial A_t^T (modelo de crecimiento), pero **shocks transitorios** pueden afectarlo.

- Por tanto,

$$A_t = A_t^T \exp\{\theta_t\} = A_0^T \exp\{gt + \theta_t\}$$

- Tomando logs

$$\ln A_t = \ln A_0^T + gt + \theta_t = \ln A^T + \theta_t$$

- Por lo que, suponiendo ausencia de crecimiento a largo plazo ($g = 0$)

$$\ln A_t - \ln A^T = \theta_t$$

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.3 Ecuaciones: economías domésticas

- Considere un **consumidor representativo** que se enfrenta al siguiente problema de optimización con horizonte temporal infinito:

$$\max_{(c_t, n_t, k_t, b_t)} E_t \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i [\gamma_c \ln c_{t+i} + \gamma_n \ln (1 - n_{t+i})]$$

- Sujeto a la siguiente **restricción presupuestaria en términos nominales**

$$\begin{aligned} W_t N_t + R_{t-1}^K P_{t-1} k_{t-1} + (1 + R_{t-1}) B_{t-1} + T_t \\ = B_t + P_t c_t + [P_t k_t - (1 - \delta) P_{t-1} k_{t-1}] \end{aligned}$$

donde R_{t-1}^K y R_{t-1} representan la rentabilidad nominal del capital y el tipo de interés nominal de los bonos.

- En términos reales

$$w_t n_t + \frac{(1 + R_{t-1}^K - \delta) k_{t-1}}{1 + \pi_{t-1}} + \frac{(1 + R_{t-1})}{1 + \pi_{t-1}} b_{t-1} + \tau_t = b_t + c_t + k_t \quad (1)$$

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.3 Ecuaciones: economías domésticas

- β es el factor subjetivo de descuento temporal entre dos períodos.
- c_t , n_t , y b_t representan, respectivamente, el consumo real, las horas trabajadas y la deuda pública, w_t es el salario real, k_t el stock de capital productivo.
- π_t es la tasa de inflación neta durante el periodo t $\left(\frac{P_{t+1}}{P_t} - 1\right)$, $\frac{1+R_{t-1}}{1+\pi_{t-1}}$ y $\frac{1+R_{t-1}^k - \delta}{1+\pi_{t-1}}$ son, respectivamente, el tipo de interés **real** bruto $(1 + r_{t-1})$ y la rentabilidad real del capital $(1 + r_{t-1}^k - \delta)$ en el periodo t .
- $\tau_t = \frac{T_t}{P_t}$ representa una transferencia del gobierno (que se financia emitiendo deuda pública, $b_t = \frac{(1+R_{t-1})}{1+\pi_{t-1}} b_{t-1} + \tau_t$). Si es negativa representa un impuesto "lump-sum".
- La ecuación (1) se puede escribir como:

$$\underbrace{w_t n_t + \left(1 + r_{t-1}^K - \delta\right) k_{t-1} + (1 + r_{t-1}) b_{t-1} + \tau_t}_{\text{Ingresos}} - \underbrace{c_t}_{\text{Gasto}} = \underbrace{k_t + b_t}_{\text{Ahorros}}$$

(2)

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.3 Ecuaciones: economías domésticas

- El anterior problema se puede resolver **utilizando el Lagrangiano**.
- El problema consiste en elegir $\{c_{t+i}, n_{t+i}, k_{t+i}, b_{t+i}\}, \forall i$ para maximizar:

$$L = \max_{(c_t, n_t, k_t, b_t)} E_t \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i [\gamma_c \ln c_{t+i} + \gamma_n \ln (1 - n_{t+i})] - \\ \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i \lambda_{t+i} \left[k_t + b_t - w_t n_t - (1 + r_{t-1}^K - \delta) k_{t-1} \right. \\ \quad \left. - (1 + r_{t-1}) b_{t-1} - \tau_t + c_t \right] \end{array} \right\}$$

donde λ_t es el multiplicador de Lagrange asociado a la restricción dinámica (2).

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.3 Ecuaciones: economías domésticas

- Del problema Lagrangiano de optimización obtenemos las siguientes **condiciones de primer orden** (donde todas las variables fechadas en $t + 1$ o posteriormente entran en forma de expectativa):

$$\lambda_t = \frac{\gamma_c}{c_t} \quad (3)$$

$$\frac{\gamma_n}{\gamma_c} \frac{c_t}{1 - n_t} = w_t \quad (4)$$

$$-\lambda_t + \beta \left(1 + r_t^K - \delta\right) \lambda_{t+1} = 0 \quad (5)$$

$$-\lambda_t + \beta(1 + r_t) \lambda_{t+1} = 0 \quad (6)$$

procedemos de forma similar en $t + 1, t + 2, \dots$; explotando la estructura de horizonte temporal infinito para iterar estas condiciones hacia adelante.

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.3 Ecuaciones: economías domésticas

- La ecuación (3) nos dice que λ_t es igual a la utilidad marginal del consumo
 $\rightarrow \lambda_t = U_{c_t}$.
- La ecuación (4) es la **condición intra-temporal óptima entre consumo y ocio**
 $\rightarrow -\frac{U_{n_t}}{U_{c_t}} = w_t$.
- Cada periodo el hogar elige la combinación de consumo y ocio, de forma que la desutilidad de trabajar una hora más, iguala exactamente la utilidad obtenida con el consumo adicional que se puede conseguir por esta hora adicional de trabajo.

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.3 Ecuaciones: economías domésticas

- Las ecuaciones (5) y (6) representan la **condición intertemporal óptima para el consumo** (condición de Euler):

- $$U_{c_t} = \beta (1 + r_t^K - \delta) U_{c_{t+1}}$$
- $$U_{c_t} = \beta (1 + r_t) U_{c_{t+1}}$$

- Conjuntamente implican la siguiente condición de **arbitraje entre las rentabilidades de los dos activos**: la tasa de rentabilidad del capital (neta de depreciación) debe ser igual al tipo de interés real ex-ante.

$$r_t = r_t^K - \delta \tag{7}$$

- Cuando dicha condición se cumple como igualdad, los ahorradores estarán indiferentes entre invertir un euro adicional en bonos públicos o en capital productivo.
- Por ésta razón habitualmente se modeliza la demanda de inversión o de capital como función del tipo de interés, ya que, en ausencia de fricciones, en equilibrio éste coincide con la rentabilidad del capital.

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.3 Ecuaciones: economías domésticas

- Para comprender la **condición intertemporal para el consumo** nótese que:
 - $\beta < 1$. Cuanto más impaciente es el individuo, menor es el valor de β (si $\beta = 0$ el futuro no importa).
 - Un individuo muy impaciente consumirá más hoy y menos en el futuro.
 - Cuanto mayor (menor) sea el valor de $r_t^K (\delta)$, más provechoso es ahorrar para consumir en el futuro.
 - Un mayor (menor) $r_t^K (\delta)$ incentivará posponer las decisiones de consumo presente (aumentando el ahorro) para aumentar el consumo futuro.

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.3 Ecuaciones: economías domésticas

- Para comprender la condición marginal intratemporal entre consumo y ocio, nótese que la podemos reescribir como:

$$U_{n_t} = -w_t U_{c_t}$$

- El consumidor representativo decide periodo a periodo la asignación óptima entre consumo y ocio de forma que:
 - La desutilidad marginal de trabajar una hora adicional se compensa exactamente por el incremento en utilidad que se deriva del consumo adicional que se alcanza.

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.3 Ecuaciones: economías domésticas

- Adelantando la expresión anterior un periodo y dividiendo las expresiones de los dos períodos obtenemos

$$\frac{U_{n_{t+1}}}{U_{n_t}} = \frac{w_{t+1}}{w_t} \frac{U_{c_{t+1}}}{U_{c_t}}$$

- Que representa la oferta de trabajo intertemporal en función de los salarios (efecto sustitución) y el consumo (efecto riqueza). Dado que $\frac{U_{c_{t+1}}}{U_{c_t}} = \beta(1 + r_t)$, entonces:

$$\frac{U_{n_{t+1}}}{U_{n_t}} = \frac{w_{t+1}}{w_t} \frac{1}{\beta(1 + r_t)}$$

$$\frac{1 - n_t}{1 - n_{t+1}} = \frac{w_{t+1}}{w_t} \frac{1}{\beta(1 + r_t)} \quad (8)$$

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.3 Ecuaciones: economías domésticas

- De la expresión(8) podemos deducir las siguientes **implicaciones**:
 - El individuo representativo sólo tiene incentivos a reasignar horas de trabajo entre periodos cuando hay un cambio en el salario relativo $\frac{w_{t+1}}{w_t}$, o cuando hay cambios en el tipo de interés real (canal de sustitución intertemporal).
 - Un shock positivo que deje inalterado el tipo de interés real e incremente w_t y w_{t+1} en la misma proporción deja $\frac{w_{t+1}}{w_t}$ inalterado y no cambia la senda óptima de oferta de trabajo a lo largo del tiempo.
 - Un incremento transitorio en w_t (los salarios aumentan en t pero no en $t+1$) cambia la asignación de horas de trabajo ofertadas del futuro al presente.
 - Un incremento esperado en w_{t+1} (con w_t inalterado) cambia la asignación de horas de trabajo ofertadas del presente al futuro.

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.3 Ecuaciones: empresas

- Las empresas producen utilizando una función de producción Cobb-Douglas:

$$y_t = \left[A_0^T \exp \{ \theta_t \} \right] k_{t-1}^\alpha n_t^{1-\alpha} \quad (9)$$

- Las empresas maximizan beneficios:

$$\max_{k_t, n_t} \Pi_t = \left[A_0^T \exp \{ \theta_t \} \right] k_{t-1}^\alpha n_t^{1-\alpha} - w_t n_t - r_{t-1}^K k_{t-1}$$

- Del problema anterior se obtienen las demandas de trabajo y capital:

$$w_t = (1 - \alpha) \frac{y_t}{n_t} \quad (10)$$

$$r_t^K = \alpha \frac{y_{t+1}}{k_t} \quad (11)$$

- En el óptimo el salario (la rentabilidad del capital) debe igualarse a la productividad marginal del trabajo (capital).

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.3 Ecuaciones: el shock tecnológico

- θ_t es el **shock tecnológico** que suponemos sigue un proceso AR(1):

$$\theta_t = \rho\theta_{t-1} + \varepsilon_t^s \quad (12)$$

donde ε_t^s es una variable estocástica ruido blanco (media cero, varianza constante e independiente en el tiempo). El parámetro $\rho \in [-1, 1]$ capta la persistencia del shock, cuanto mayor es, mayor es la persistencia. Cada periodo, la variable θ_t recibe la influencia de su propio pasado ($\rho\theta_{t-1}$) y de la nueva innovación ε_t^s . Los efectos del shock se propagan al resto de la economía dependiendo del mecanismo de transmisión que exista.

- Los efectos en el tiempo de un único shock tecnológico sobre las variables macroeconómicas se ilustran por medio de las llamadas funciones impulso-respuesta.
- Véanse las siguientes transparencias para una ilustración de la dinámica de los shocks.

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.3 Ecuaciones: el shock tecnológico

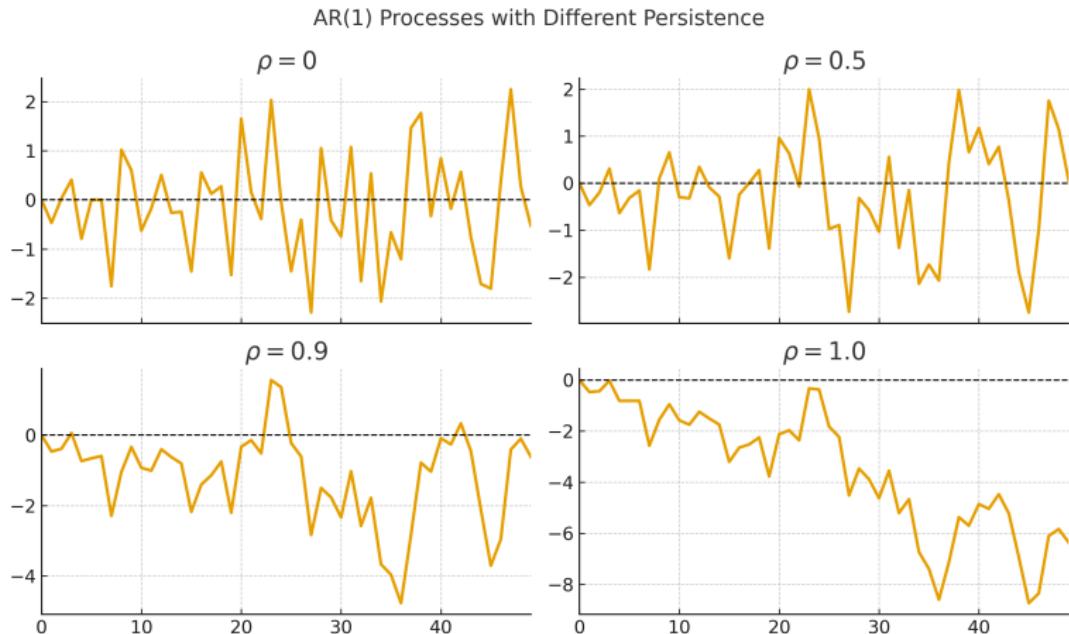
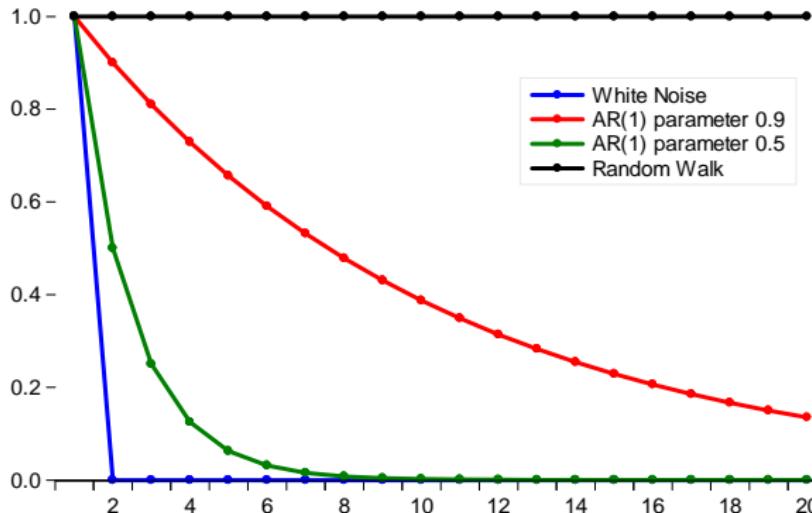


Figure: Representación del proceso $\theta_t = \rho\theta_{t-1} + \varepsilon_t^s$ para diferentes valores de ρ . Cada periodo, θ_t recibe la influencia de la innovación, ε_t^s

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.3 Ecuaciones: el shock tecnológico



Dinámica del shock tecnológico ante un shock unitario único en el periodo 1.

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.3 Ecuaciones: el equilibrio macroeconómico

- El output ofrecido debe ser igual al output demandado

$$y_t = c_t + \overbrace{k_t - (1 - \delta)k_{t-1}}^{inversión} \quad (13)$$

donde $k_t - (1 - \delta)k_{t-1}$ es la inversión agregada.

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.3 Ecuaciones: el modelo (no lineal) completo

- Dado el proceso exógeno del shock tecnológico (12) el equilibrio del modelo lo conforman las sendas temporales del output (y_t), consumo (c_t), empleo (n_t), capital (k_t), tasa de rentabilidad (r_t^K) y salarios (w_t), que satisfacen las siguientes **condiciones de equilibrio** (7 ecuaciones y 7 variables endógenas):

$$\frac{\gamma_n}{\gamma_c} \frac{c_t}{1 - n_t} = w_t \quad (14)$$

$$c_{t+1} = \beta \left(1 + r_t^{*K} - \delta \right) c_t \quad (15)$$

$$y_t = \left[A_0^T \exp \{ \theta_t \} \right] k_{t-1}^\alpha n_t^{1-\alpha} \quad (16)$$

$$w_t = (1 - \alpha) \frac{y_t}{n_t} \quad (17)$$

$$r_t^K = \alpha \frac{y_{t+1}}{k_t} \quad (18)$$

$$y_t = c_t + k_t - (1 - \delta)k_{t-1} \quad (19)$$

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.3 Ecuaciones: el modelo (lineal) completo

Tras algunas manipulaciones simples, el **modelo linearizado entorno al estado estacionario** (las variables sin subíndice representan los valores de estado estacionario) queda como:

$$\hat{n}_t = \frac{1-n}{n} (\hat{w}_t - \hat{c}_t) \quad (20)$$

$$\hat{c}_t = \hat{c}_{t+1} - \frac{r^k}{1 + r^k - \delta} \hat{r}_t^{*k} \quad (21)$$

$$\hat{y}_t = \alpha \hat{k}_{t-1} + (1 - \alpha) \hat{n}_t + \hat{\theta}_t \quad (22)$$

$$\hat{n}_t = \hat{y}_t - \hat{w}_t \quad (23)$$

$$\hat{k}_t = \hat{y}_{t+1} - \hat{r}_t^k \quad (24)$$

$$y \hat{y}_t = c \hat{c}_t + k \left(\hat{k}_t - (1 - \delta) \hat{k}_{t-1} \right) \quad (25)$$

$$\hat{\theta}_t = \hat{\theta}_{t-1} + \varepsilon_t^s \quad (26)$$

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.4 Solución dinámica: solución a mano

- El modelo MCR **en su versión general no tiene una solución analítica**. Por eso, lo habitual es resolverlo numéricamente utilizando el ordenador (Por ejemplo utilizando Dynare en MATLAB).
- Para poder tener una solución que podamos obtener a mano es necesario hacer un **supuesto adicional** (muy poco realista), que lleva a un caso particular del modelo:
 - El capital se deprecia completamente cada periodo $\rightarrow \delta = 1$.
- Con este supuesto podemos ilustrar, de forma sencilla, cómo se generan los ciclos económicos.
- Después eliminaremos este supuesto, haciendo el modelo más realista, aunque el mecanismo generador del ciclo de la solución simplificada del modelo será igualmente válido en el modelo general.

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.4 Solución dinámica: solución a mano

- Bajo el supuesto de $\delta = 1$, la dinámica del output \hat{y}_t , capital \hat{k}_t , salarios \hat{w}_t consumo \hat{c}_t y empleo \hat{n}_t , vienen descritas por las siguientes ecuaciones

$$\hat{y}_t = \alpha \hat{y}_{t-1} + \hat{\theta}_t \quad (27)$$

$$\hat{k}_t = \alpha \hat{k}_{t-1} + \hat{\theta}_t$$

$$\hat{w}_t = \alpha \hat{w}_{t-1} + \hat{\theta}_t$$

$$\hat{c}_t = \alpha \hat{c}_{t-1} + \hat{\theta}_t$$

$$\hat{n}_t = 0$$

- Por tanto, la dinámica del output, capital, salarios y consumo es idéntica, mientras que la oferta de trabajo permanece constante.
- Este resultado no realista se deriva del supuesto de $\delta = 1$.
- En este momento, sin embargo, nuestro objetivo no es el realismo, sino entender el origen de las fluctuaciones económicas.
- (OJO: Respecto a la tasa de rentabilidad del capital, su dinámica es una combinación lineal de \hat{y}_t y \hat{k}_{t-1} ($\hat{r}_t^k = \hat{y}_t - \hat{k}_{t-1}$), aunque este detalle no es importante ahora).

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.4 Solución dinámica: solución a mano

- Si nuestro modelo pretende explicar los ciclos económicos, debe ser capaz de generar persistencia en las variables macroeconómicas: sólo en ese caso pueden aparecer las oscilaciones típicas de los ciclos económicos.

Experimento para estudiar la persistencia (funciones IR):

- Supongamos que la economía es golpeada por una única perturbación en el periodo t , sin que haya más perturbaciones después.
- A partir del surgimiento de esta innovación seguiremos sus efectos a lo largo del tiempo sobre las variables macroeconómicas.
- Si los efectos del shock perduran más allá de su impacto inicial, esto nos indicará que el modelo tiene mecanismos endógenos que generan persistencia en respuesta a los shocks \rightarrow ciclos económicos.
- Si no perduran, las variables macroeconómicas responderían únicamente en el momento de producirse el shock, pero sin tener efectos duraderos. En este caso, dado que en la realidad las economías se enfrentan continuamente a shocks aleatorios, esto querría decir que las variables macro simplemente reflejan esos shocks, generando continuas subidas y bajadas del PIB, el consumo, o los salarios, lo que contradice la evidencia.

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.4 Solución dinámica: solución a mano

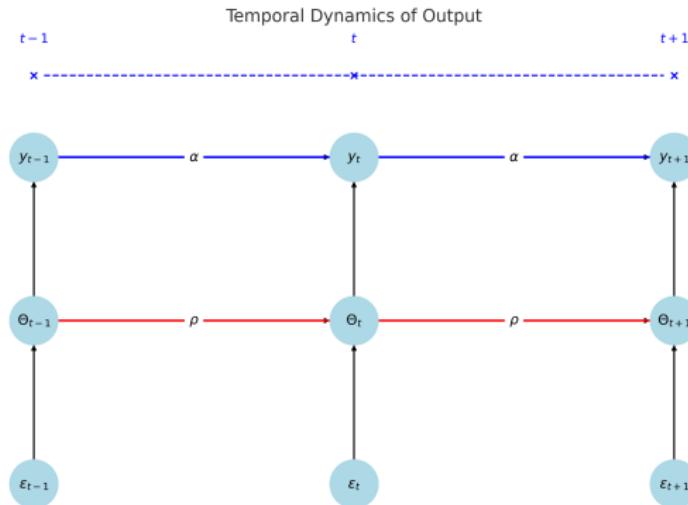


Figure: Representación de la dinámica de \hat{y}_t acorde a la ecuación $\hat{y}_t = \alpha\hat{y}_{t-1} + \theta_t$

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.4 Solución dinámica: solución a mano

- Nos centraremos en la dinámica del output, aunque recuérdese que en el modelo simplificado las dinámicas del capital, los salarios y el consumo son idénticas a la del output.
- El efecto en impacto de un shock tecnológico sobre el output viene dado por

$$\frac{d\hat{y}_t}{d\hat{\theta}_t} = 1$$

- La dinámica posterior dependerá de los parámetros α y ρ :
 - $\alpha < 1$, dado que α representa la participation de las rentas del capital en la renta total.
 - ρ , la persistencia del shock tecnológico.

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.4 Solución dinámica: solución a mano

La solución dinámica del output es,

$$\hat{y}_t = \alpha \hat{y}_{t-1} + \hat{\theta}_t \quad (28)$$

o

$$\hat{y}_t = \alpha \hat{y}_{t-1} + \rho \hat{\theta}_{t-1} + \varepsilon_t^s \quad (29)$$

Desfasando (28) un periodo,

$$\hat{y}_{t-1} = \alpha \hat{y}_{t-2} + \hat{\theta}_{t-1}$$

o

$$\hat{\theta}_{t-1} = \hat{y}_{t-1} - \alpha \hat{y}_{t-2}$$

y sustituyendo en (29) obtenemos:

$$\hat{y}_t = (\alpha + \rho) \hat{y}_{t-1} - \rho \alpha \hat{y}_{t-2} + \varepsilon_t^s \quad (30)$$

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.4 Solución dinámica: solución a mano. Caso 1

- Consideremos el caso especial en que $\rho = 0$ en (12), de forma que el shock tecnológico es ruido blanco:

$$\hat{\theta}_t = \varepsilon_t^s$$

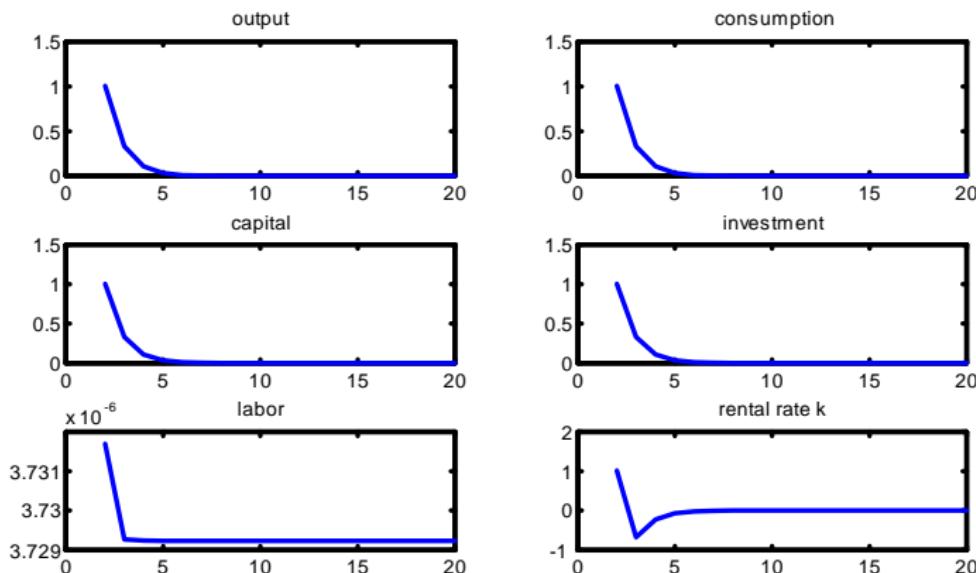
- En este caso, a partir de (30) las variables macroeconómicas siguen un proceso AR(1) del tipo:

$$\hat{y}_t = \alpha \hat{y}_{t-1} + \varepsilon_t^s \quad (31)$$

- Tras un shock (p.ej. $\varepsilon_t^s > 0$), \hat{y}_t se incrementa en la misma medida.
- Además, el efecto del shock se extenderá más allá del primer periodo, aunque decreciendo a una tasa α .
- Por tanto, aunque el shock no tenga persistencia, su efecto sobre las variables macroeconómicas será persistente. La persistencia en este caso vendrá determinada enteramente por α .

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.4 Solución dinámica: solución a mano. Caso1. Funciones Impulso-Respuesta



Funciones IR a un shock tecnológico del 1% ($\delta = 1$; $\rho = 0$)

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.4 Solución dinámica: solución a mano. Caso 1

- ¿Cómo se genera la persistencia en las variables macroeconómicas, incluso en ausencia de persistencia del shock?
- O dicho de otra forma, *¿cuál es el mecanismo económico que explica las fluctuaciones cíclicas?*
 - Imagine que la economía está en su estado estacionario en $t - 1$.
 - Entonces un shock tecnológico positivo del 1% en t incrementa la renta agregada en t un 1%.
 - Parte de la renta adicional se utiliza para aumentar el ahorro (e invertir) en t .
 - El ahorro adicional en t incrementa el capital utilizado en la producción en $t + 1$.
 - Más capital implica un mayor nivel de output en $t + 1$, que es superior al del estado estacionario en $t - 1$ (incluso aunque no se utilice el capital hasta $t + 1$).
 - La renta adicional en $t + 1$ se usa para aumentar el ahorro en $t + 1$, etc...
 - Este proceso continua en el tiempo, aunque va desapareciendo paulatinamente hasta retornar al estado estacionario inicial.

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.4 Solución dinámica: solución a mano. Caso 2

- Considérese el caso general cuando $0 < \rho < 1$ en (??), de forma que el shock tecnológico sigue un proceso AR(1).

$$\hat{\theta}_t = \rho \hat{\theta}_{t-1} + \varepsilon_t^s$$

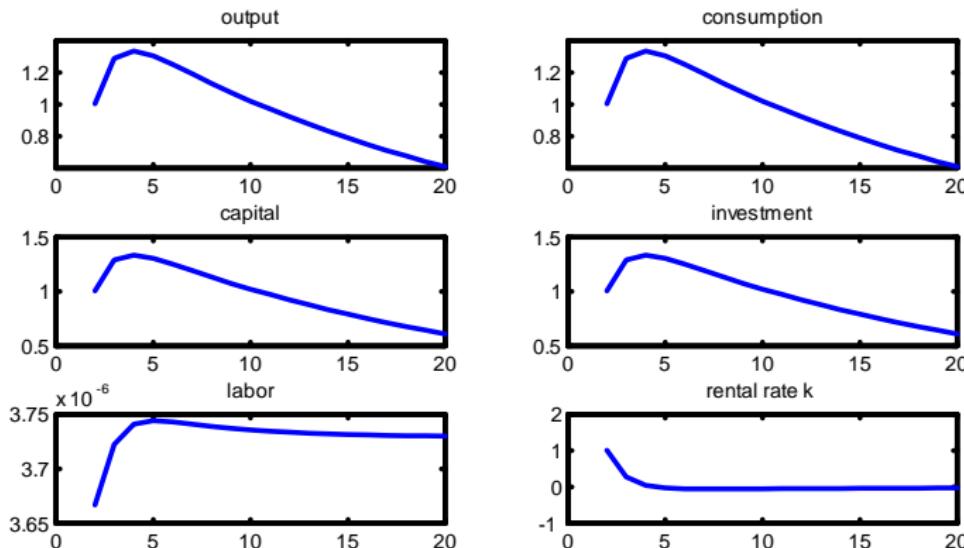
- En este caso, a partir de (30) las variables macroeconómicas seguirán un proceso AR(2) del tipo:

$$\hat{y}_t = (\alpha + \rho) \hat{y}_{t-1} - \rho \alpha \hat{y}_{t-2} + \varepsilon_t^s \quad (32)$$

- Al contrario que un proceso AR(1), un proceso AR(2) puede generar oscilaciones en la dinámica de las variables macroeconómicas.
- En cualquier caso, la forma de dichas oscilaciones dependerá de los valores particulares de los parámetros ρ y α .

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.4 Solución dinámica: solución a mano. Caso 2. Funciones Impulso-Respuesta



Funciones IR a un shock tecnológico del 1% ($\delta = 1$; $\rho = 0.95$)

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.4 Solución dinámica: solución a mano. Caso 3

- Considérese el caso particular cuando $\rho = 1$ en (??), de forma que el shock tecnológico sigue un paseo aleatorio.

$$\hat{\theta}_t = \hat{\theta}_{t-1} + \varepsilon_t^s$$

- En este caso, considerando $\rho = 1$ en (32):

$$\hat{y}_t = (\alpha + 1) \hat{y}_{t-1} - \alpha \hat{y}_{t-2} + \varepsilon_t^s$$

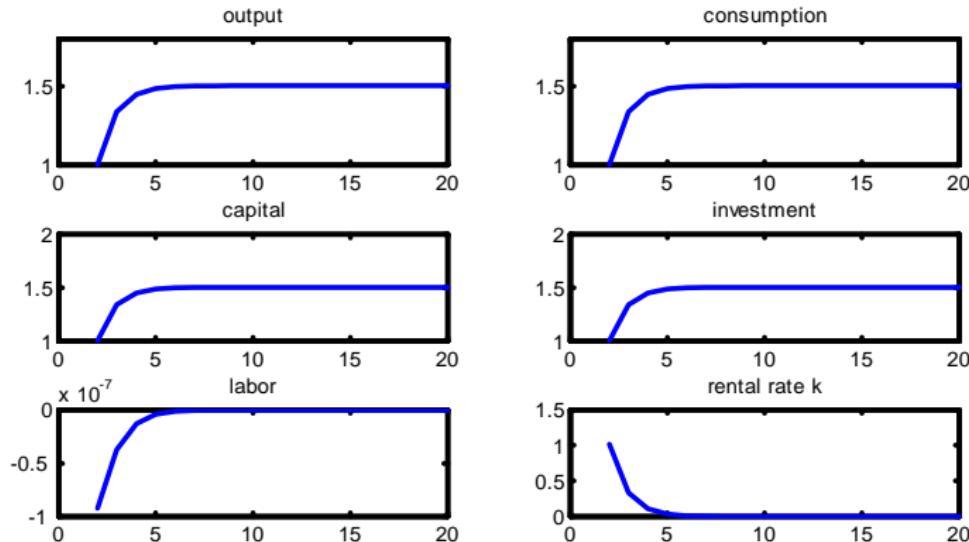
o

$$\Delta \hat{y}_t = \alpha \Delta \hat{y}_{t-1} + \varepsilon_t^s$$

- \hat{y}_t presenta una raíz unitaria (es no estacionario). Su primera diferencia $\Delta \hat{y}_t$ es un proceso (AR(1) estacionario).
- Cuando $\rho = 1$, un shock tecnológico tiene efectos permanentes sobre las variables macroeconómicas, si bien su efecto sobre sus tasas de crecimiento es transitorio.

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.4 Solución dinámica: solución a mano. Caso 3. Funciones Impulso-Respuesta



Funciones IR a un shock tecnológico del 1% ($\delta = 1$; $\rho = 1$)

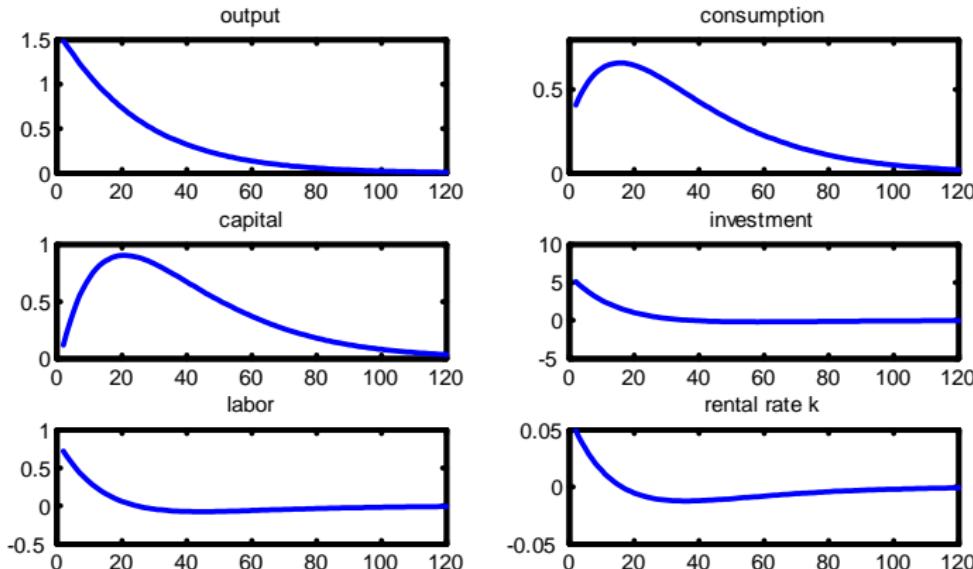
2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.4 Solución dinámica: tasa realista de depreciación.

- Considéremos ahora valores realistas para la tasa de depreciación, $\rho < 1$. El modelo MCR **en esta versión general no tiene una solución analítica** y habrá que resolverlo numéricamente.
- Dynare [<http://www.dynare.org/>] es un software que permite resolver este tipo de modelos estocásticos dinámicos de equilibrio general.
- En la próxima transparencia se recogen las funciones Impulso-Respuesta del modelo MCR ante un shock tecnológico del 1%, calibrado para un valor razonable de ρ .

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.4 Solución dinámica: tasa realista de depreciación. Funciones Impulso-Respuesta



Funciones IR a un shock tecnológico del 1% ($\delta = 0.023$; $\rho = 0.95$)

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.5 Propiedades

- La inspección visual de las funciones IR obtenidas de un modelo sin depreciación total y oferta de trabajo variable sugiere las siguientes **propiedades del modelo MCR**
 - El output responde en mayor medida que el shock tecnológico, de forma que se produce una amplificación de los shocks a corto plazo.
 - La inversión reacciona más que el output, mientras que la respuesta del consumo es menor.
 - El capital responde menos que el output.
 - El empleo reacciona menos que los salarios.
- Una forma más técnica (y precisa) de estudiar las propiedades cíclicas que presenta nuestro modelo MCR consiste en computar las **volatilidades y correlaciones** del modelo.
- Esto se hace realizando un alto número de realizaciones aleatorias del shock tecnológico y simulando la respuesta del modelo a las mismas (véase el Cuadro en la siguiente transparencia).

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.5 Propiedades

Cuadro 2

Hechos empíricos (USA).

Momento	64-08	Modelo
$\rho(y)$	0.91	0.71
$\sigma(y)$	1.55	1.55
$\sigma(c)/\sigma(y)$	0.52	0.31
$\sigma(i)/\sigma(y)$	2.56	3.44
$\sigma(\text{horas_totales})/\sigma(y)$	1.12	0.49
$\sigma(w_t)/\sigma(y)$	0.61	0.52
$\text{corr}\left(\frac{y_t}{l_t n_t}, y_t\right)$	0.43	0.98

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.5 Propiedades

- Las características más meritorias del modelo MCR en la **explicación de los ciclos económicos** son las siguientes:
 - Explica el carácter procíclico de la mayoría de las variables macroeconómicas.
 - El consumo es menos volátil que el output.
 - La inversión es más volátil que el output.
 - El capital es menos volátil que el output.

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.5 Propiedades

- No obstante, el modelo MCR presenta **algunas deficiencias** graves:
 - El origen de los shocks no es siempre de índole tecnológico.
 - Es difícil suponer que el progreso técnico afecta simultáneamente a la mayoría de los sectores económicos, de forma que tenga un efecto significativo a escala agregada.
 - Los shocks de demanda también son importantes en el corto/medio plazo y la política monetaria tiene efectos significativos.
 - El modelo predice una correlación entre precios y output de carácter contracíclico o acíclico, pero nunca procíclico.
 - El modelo predice una volatilidad de las horas trabajadas demasiado baja y menor que la de los salarios.
 - El modelo predice una excesiva volatilidad de la productividad del trabajo.
 - Además, los salarios son excesivamente procíclicos.
 - No contempla la existencia de desempleo.

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.6 Implicaciones normativas y de política

- Las ecuaciones (14) a (19) mostradas anteriormente determinan la solución competitiva del modelo.
- Este equilibrio se obtiene por la interacción de los agentes económicos en los mercados de bienes y de factores.
- Ahora vamos a comprobar que dicho equilibrio es, de hecho, óptimo en sentido de Pareto.
- Para hacer esto debemos comprobar que la asignación competitiva es la misma que habría realizado un planificador social benevolente cuyo objetivo hubiera sido resolver (maximizar) el problema de optimización del hogar representativo.
- Imaginemos que no hubiera mercados y el planificador social decidiera cuánto deben consumir/ahorrar los individuos, cuánto capital han de adquirir y cuánto han de trabajar para maximizar el bienestar social.

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.6 Implicaciones normativas y de política

- El planificador social elige los valores de c_t , n_t , k_t que maximizan la corriente esperada de utilidad del hogar representativo:

$$\max_{(c_t, n_t, k_t)} E_t \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i [\gamma_c \ln c_{t+i} + \gamma_n \ln (1 - n_{t+i})]$$

- Sujeto a las siguientes restricciones agregadas:

$$y_t = c_t + k_t - (1 - \delta)k_{t-1} \quad (33)$$

$$y_t = \left[A_0^T \exp \{ \theta_t \} \right] k_{t-1}^{\alpha} n_t^{1-\alpha} \quad (34)$$

- Nótese que en este problema no están implicados los mercados (o los precios).
- También se han eliminado los bonos y las transferencias, dado que el presupuesto público estará en equilibrio y, por tanto, no se emitirán bonos por parte del planificador social.

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.6 Implicaciones normativas y de política

- El Lagrangiano se formará como:

$$L = \max_{(c_t, n_t, k_t)} E_t \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i [\gamma_c \ln c_{t+i} + \gamma_n \ln (1 - n_{t+i})] - \\ \sum_{i=0}^{\infty} \beta^i \lambda_{t+i} \left[k_t + c_t - (1-\delta) k_{t-1} - [A_0^T \exp \{\theta_t\}] k_{t-1}^{\alpha} n_t^{1-\alpha} \right] \end{array} \right\}$$

- De donde se obtienen las siguientes condiciones:

$$\frac{\gamma_n}{\gamma_c} \frac{c_t}{1 - n_t} = (1 - \alpha) \frac{y_t}{n_t} \quad (35)$$

$$c_{t+1} = \beta \left(1 + \alpha \frac{y_{t+1}}{k_t} - \delta \right) c_{t+1} \quad (36)$$

- Nótese que las ecuaciones (35) y (36) son las mismas que (14) y (15) [para comprobarlo, ténganse en cuenta los equilibrios para los salarios y la rentabilidad del capital (17) y (18)].

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.6 Implicaciones normativas y de política

- Por tanto, la solución del Planificador Social recogida en las ecuaciones (33), (34), (35) y (36) coincide con el equilibrio (competitivo) del mercado recogido en las ecuaciones (14) a (19).
- En otras palabras, la solución competitiva genera el tipo de asignación que satisface la condición de optimalidad de Pareto.
- Esta es la implicación fundamental de política económica del programa de investigación de los modelos MCR: **los ciclos son la respuesta óptima de los agentes a los shocks (tecnológicos) exógenos.**
- En consecuencia, no hay ningún tipo de intervención pública que pueda mejorar el resultado del mercado (si el gobierno pudiera intervenir decidiría la misma asignación que se obtiene a través del mercado).
- Ahora podemos enunciar los dos Teoremas Fundamentales del Bienestar.

2. El Modelo básico de Ciclo Real (MCR)

2.6 Implicaciones normativas y de política

- **Primer Teorema Fundamental del Bienestar.** Bajo ciertas condiciones, cualquier asignación obtenida por la economía de mercado es óptima en sentido de Pareto. Los precios en un entorno competitivo proporcionan las señales e incentivos correctos.
- **Segundo Teorema Fundamental del Bienestar.** Bajo ciertas condiciones, cualquier óptimo de Pareto es un Equilibrio Competitivo. Esto significa que la mejor forma de cambiar la asignación de recursos es redistribuyendo renta y dejando que operen las fuerzas del mercado, pero no intentando alterar directamente los precios.
- Por supuesto que muchos factores que hemos dejado fuera del análisis podrían provocar una respuesta subóptima de los agentes en el equilibrio descentralizado: fricciones, externalidades, información incompleta, poder de mercado, impuestos, etc...