Ciclo Económico y Desempleo Estructural en la Economía Española*

Rafael Doménech^a y Víctor Gómez^b

a Universidad de Valencia
b Ministerio de Economía y Hacienda
Octubre, 2004.

Resumen

Este trabajo propone un nuevo método de descomposición del PIB en sus componentes estructural y cíclico utilizando un modelo de componentes no observables, que aprovecha la información que la tasa de desempleo y la tasa de inversión contienen sobre la posición cíclica de la economía. El modelo, que permite también recuperar una estimación de la tasa de desempleo estructural compatible con la ley de Okun, se estima por máxima verosimilitud utilizando el filtro de Kalman en el que las condiciones iniciales son parcialmente difusas, mientras que los componentes no observables se estiman utilizando un algoritmo de suavizado.

Palabras clave: Componente cíclico del PIB, Ley de Okun, inversión, filtro de Kalman. *IEL*: C32, E32.

1. Introducción

Desde el trabajo seminal de Dolado, Sebastián, Vallés (1993) el análisis del ciclo económico en España ha acaparado un interés creciente, en parte debido a la facilidad con la que se instrumenta el filtro de Hodrick y Prescott (1997, filtro HP de aquí en adelante), que es el método de descomposición con el que estos autores obtenían las principales regularidades

^{*} Los autores agradecen los comentarios recibidos de dos evaluadores anónimos, J. Andrés, S. Bentolila, J. E. Boscá, A. Díaz, J. Ferri, E. Pérez y J. Varela, así como a A. Estrada por los datos de la tasa de desempleo proporcionados. Rafael Doménech agradece la ayuda financiera del proyecto de CICYT SEC2002-0026 y de los Fondos Europeos de Desarrollo Regional. Los datos y programas de MATLAB utilizados se encuentran disponibles en iei.uv.es/~rdomenec/output/Output_Spain.htm Rafael.Domenech@uv.es y VGomez@sepg.minhac.es.

cíclicas de los agregados económicos.² Aunque ciertamente la literatura posterior referida al caso español no es tan amplia como en otros países, este método de descomposición ha sido utilizado para compararlo con otros procedimientos de análisis del ciclo (Borondo, González y Rodríguez, 1999, o Gardeazábal e Iglesias, 2001), para realizar comparaciones con otros países y analizar la sensibilidad al parámetro de suavizado (Marcet y Ravn, 2004), para estimar la NAIRU (Andrés, Doménech y Taguas, 1996, Estrada, Hernando y López-Salido, 2002, Bentolila y Jimeno, 2003), o para analizar la evolución del déficit cíclico y estructural (Corrales, Doménech y Varela, 2002).

A pesar de las ventajas que caracterizan a este método de descomposición, el filtro HP o la alternativa propuesta por Baxter y King (1999) presentan algunos problemas de entre los cuales hay dos que pueden ser potencialmente relevantes. El primero de ellos es que, al tratarse de métodos univariantes, no utilizan ningún tipo de información contenida en otras variables macroeconómicas que pueda resultar útil para distinguir entre perturbaciones transitorias o permanentes. Un segundo problema es que la descomposición con estos filtros es sensible a la información disponible en los extremos del periodo muestral analizado al no estar basada en modelos, no teniendo en cuenta las características de las series, de forma que puede existir bastante incertidumbre sobre la posición cíclica de la economía en el momento presente.

En este trabajo utilizamos el método propuesto por Doménech y Gómez (2004) tratando de resolver simultáneamente estos dos problemas.³ Nuestra propuesta utiliza la información disponible en otros agregados económicos, fundamentalmente las tasas de desempleo y de inversión, en los que se observan dos hechos estilizados básicos del comportamiento cíclico de las economías occidentales:

- La correlación negativa entre el componente cíclico del PIB y la desviación de la tasa de desempleo con respecto a su componente estructural, que es una manifestación de la Ley de Okun.
- 2. El comovimiento de la producción con la inversión, que se encuentra bien documentando en el caso español en el trabajo de Dolado, Sebastián y Vallés (1993). Puesto

² La literatura que ha analizado las propiedades del filtro de Hodrick y Prescott es amplísima, por lo que su presentación queda fuera de los objetivos de este trabajo. El lector interesado puede encontrar de mucha utilidad los trabajos de Baxter y King (1999), Kaiser y Maravall (1999) y Gómez (2001), en los que se analiza detalladamente la relación existente entre el parámetro que determina el suavizado del filtro y la amplitud de los ciclos económicos, Maravall y del Río (2001), que han analizado las propiedades del filtro de Hodrick-Prescott referentes a la agregación temporal, y las referencias que aparecen en todos estos trabajos.

³ En el trabajo de Doménech y Gómez (2004) se compara este método de estimación con otras propuestas existentes en la literatura que, en general, abordan este problema utilizando un enfoque menos completo.

que la inversión es más volátil que el PIB, la tasa de inversión aumenta en las expansiones y disminuye en las recesiones.

Estos dos hechos estilizados permiten concluir que las tasas de desempleo y de inversión contienen información muy útil que merece ser utilizada para evaluar cuál es la situación cíclica de la economía española. Utilizando esta evidencia, en este trabajo se propone un modelo de componentes no observables con el que estimar el componente cíclico del PIB y la tasa de desempleo estructural, estableciendo una relación basada en sólidos fundamentos económicos y estadísticos. El modelo se estima por máxima verosimilitud mediante el filtro de Kalman con condiciones iniciales parcialmente difusas. Posteriormente se emplea un algoritmo de suavizado para estimar los componentes no observables y obtener sus intervalos de confianza basándose en la información contenida en la muestra.

El método de descomposición que se propone es especialmente robusto y no ha sido aplicado con anterioridad a la economía española, lo que constituye sin duda el objetivo más interesante de este trabajo. Al igual que los resultados obtenidos al aplicar el método propuesto por Doménech y Gómez (2004) a la economía de EE.UU., los resultados muestran nítidamente que, si bien el filtro de Hodrick-Prescott proporciona una buena aproximación al componente cíclico del PIB, la estimación del modelo aquí propuesto indica claramente que ésta es una variable muy significativa en las ecuaciones para las tasas de desempleo y de inversión, por lo que estos agregados contienen información muy relevante sobre la posición cíclica que conviene utilizar para reducir la incertidumbre y las revisiones del componente cíclico del PIB a medida que se va disponiendo de más información temporal.

La estructura de este trabajo es la siguiente. En la segunda sección se presenta la evidencia empírica preliminar con datos trimestrales de la correlación cíclica existente entre la producción y las tasas de desempleo y de inversión utilizando el filtro HP, que justifica el modelo de componentes no observables que se propone y se estima en la tercera sección. En la cuarta sección se analiza la relación existente entre el componente cíclico del PIB y diversas medidas de crecimiento de los precios estimando un modelo que permite recuperar una medida de la inflación tendencial. Como se muestra en esta sección, las especiales características dinámicas de la inflación en España durante las últimas décadas indican que esta variable incorpora mucha menor información sobre la posición cíclica de la economía que las tasas de desempleo y de inversión si bien, en la medida que el componente cíclico del PIB resulta ser estadísticamente significativo en las ecuaciones de Phillips estimadas, los resultados permiten interpretar la tasa de desempleo estructural como una medida de la NAIRU. Por último, la quinta sección presenta las principales conclusiones de este trabajo.

2. Evidencia preliminar con el filtro HP

Nuestro punto de partida lo constituye el análisis de las correlaciones cíclicas entre el PIB y las tasas de desempleo y de inversión, utilizando datos trimestrales para la economía española desde 1970:1 hasta 2003:3. La primera dificultad estriba en las numerosas e importantes rupturas que presentan estas series, lo que hace que sea muy difícil disponer de series homogéneas para el periodo analizado. En el caso de la contabilidad nacional trimestral (CNT) del INE se disponen de datos ciclo-tendencia en base 1986 desde 1970 hasta 1998, y datos originales, desestacionalizados y ciclo-tendencia en base 1995 desde 1980. Por su parte la tasa de desempleo que proporciona la EPA ha sufrido también importantes cambios metodológicos, el más importante en 2001. Con la finalidad de trabajar con series lo más homogéneas posible se ha construido una base de datos utilizando los siguientes criterios:

- 1. Para el PIB real se han utilizado los datos ciclo-tendencia de la CNT base 1995 a partir de 1980, que se han llevado hasta 1970 utilizando las tasas de crecimiento del PIB real en base 1986.
- 2. Se han construido las tasas de inversión nominales (x_t) definidas en términos de la formación bruta de capital fijo (FBCF) sobre el PIB para la CNT en bases 1995 y 1986. Puesto que ambas tasas de inversión presenta una ruptura en 1980, desde esta fecha hasta la actualidad se utilizan los datos de la CNT actual, mientras que con anterioridad se ha utilizado un esquema de ponderaciones tal que el dato de 1980:1 se corresponda al de la base 1995 $(x_{1980:1,95})$ y el de 1970:1 al de la base 1986 $(x_{1970:1,86})$, mientras que para cada uno de los 39 trimestres intermedios se utiliza la siguiente ecuación:

$$x_t \equiv \frac{FBCF_t}{PIB_t} = x_{t,86} \frac{40 - t}{40} + x_{t,95} \frac{t}{40}, \qquad t = 0, ..., 39$$
 (1)

3. Los datos de la tasa de desempleo desestacionalizada (U_t) a partir de 1980:1 son los enlazados por el Banco de España en su *Boletín Económico* de Abril de 2002 (Recuadro 1, página 75). Entre 1970:1 y 1977:1 los datos son los publicados por la OCDE en su *Economic Outlook* de 2001. Por último entre 1977:2 y 1980:1 para cada uno de los trimestres intermedios se utiliza el perfil temporal de los datos de la OCDE con ponderaciones variables en el tiempo garantizando que no se produce ninguna ruptura con el dato de 1980:1, primer trimestre del enlace del Banco de España.

[Insertar aquí GRÁFICO 1] [Insertar aquí GRÁFICO 2]

En los Gráficos 1 y 2 se han representado las series enlazadas. A partir de estas

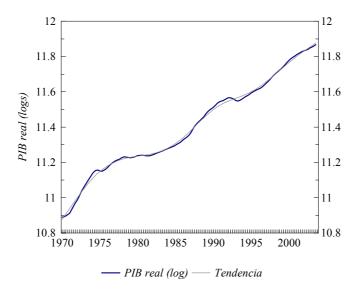


Gráfico 1: Logaritmo del PIB real y su tendencia obtenida con el filtro HP.

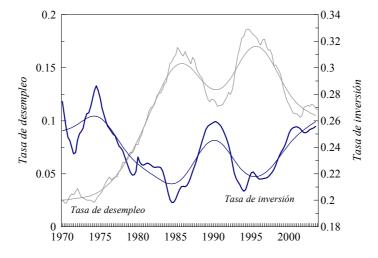


Gráfico 2: Tasas de desempleo (izquierda) y de inversión (derecha), con sus correspondientes tendencias obtenidas con el filtro de HP.

variables se han obtenido los componentes cíclicos de la producción y de las tasas de desempleo y de inversión. Conviene reseñar que en estos dos últimos casos, el filtro de HP extrae los componentes tendenciales que están asociados a variaciones estructurales de la tasa de desempleo y de la tasa de inversión, que también se ha visto sometida a oscilaciones importantes como consecuencia de cambios demográficos, procesos de convergencia y/o variaciones en el entorno de estabilidad macroeconómica que afectan a las decisiones de inversión a largo plazo. En el Apéndice A se hace una somera descripción del filtro HP.

El Gráfico 2 permite extraer una de las primeras conclusiones de este trabajo: la elevada correlación negativa entre la tasa de inversión y la tasa de desempleo. Esta correlación, que es fundamental para ayudar a identificar el componente cíclico del PIB, es más evidente a partir de la segunda mitad de los ochenta, cuando la tasa de desempleo se sitúa en torno al 15 por ciento. Frente a lo que se observa en esos años, durante la primera mitad de los años setenta la tasa de desempleo estuvo oscilando entre el 2 y el 3 por ciento, lo que indica claramente que las variaciones cíclicas de la tasa de desempleo han sido proporcionales a su nivel. Por esta razón, resulta conveniente que a partir de ahora trabajemos con la tasa de desempleo en logaritmos.

En los Gráficos 3 y 4 se presenta la relación existente entre los componentes cíclicos de la produccción, de la tasa de desempleo y de inversión. Como puede apreciarse, a pesar de que los componentes cíclicos se han extraído con un procedimiento univariante como es el filtro de HP, la correlación entre estas tres variables es muy elevada. Un resultado muy parecido se obtiene cuando se utiliza el filtro propuesto por Baxter y King (1999) (BK de aquí en adelante), del cual se hace una breve descripción en el Apéndice A. Un modelo muy sencillo con el que analizar las correlaciones entre estas variables es el siguiente. En primer lugar, se descompone con el filtro de HP el logaritmo del PIB (y) en sus componentes tendencial (\overline{y}_{hp}) y cíclico (y_{hp}^c)

$$y_t = \overline{y}_{hp,t} + y_{hp,t}^c \tag{2}$$

Posteriormente se estiman las siguientes ecuaciones

$$\ln U_t = \phi_u(L) \ln U_{t-1} + (1 - \sum_i \phi_{ui}) \overline{\ln U}_{hp,t} + \phi_y(L) y_{hp,t}^c + v_{ut}^{hp}, \tag{3}$$

$$x_{t} = \beta_{x}(L)x_{t-1} + (1 - \sum_{i} \beta_{xi})\overline{x}_{hp,t} + \beta_{y}(L)y_{hp,t}^{c} + v_{xt}^{hp},$$
(4)

donde $\overline{\ln U}_{hp}$ y \overline{x}_{hp} son los componentes tendenciales de la tasa de desempleo y de inversión respectivamente, y $\phi_u(L), \phi_u(L), \beta_u(L)$ y $\beta_x(L)$ son polinomios en el operador

de retardos. Las ecuaciones (3) y (4) reflejan la correlación existente entre las desviaciones de la tasa de desempleo y de la tasa de inversión con respecto a sus componentes tendenciales con el componente cíclico del PIB. En particular, la ecuación (3) recoge la correlación negativa entre desempleo cíclico y el componente cíclico del PIB que postula la ley de Okun, mientras que la ecuación (4) sirve para representar la correlación positiva entre inversión y output a lo largo del ciclo económico.

[Insertar aquí GRÁFICO 3] [Insertar aquí GRÁFICO 4]

Los resultados en las columnas (1) y (2) del Cuadro 1 confirman la elevada significatividad de las variables consideradas, especialmente el componente cíclico del PIB en la ecuación para la tasa de desempleo, la ausencia de correlación serial y el poder explicativo de estas especificaciones. Así pues, estos resultados indican que las tasas de desempleo y de inversión contienen información potencial muy relevante para poder identificar de forma más precisa el componente cíclico del PIB.

Como se menciona en el Apéndice A, el filtro HP admite una interpretación basada en modelos. Según esta interpretación, la tendencia estimada por el filtro HP para el PIB y_t en la ecuación (2), coincide con la que se obtendría estimando $\bar{y}_{hp,t}$ en dicha ecuación suponiendo que $\bar{y}_{hp,t}$ sigue el modelo $\Delta^2 \bar{y}_{hp,t} = \omega_{\gamma t}, y^c_{hp,t}$ es un ruido blanco independiente de $\omega_{\gamma t}$ y la relación entre las varianzas $\sigma^2_{y^c_t}$ y $\sigma^2_{\omega\gamma}$ respectivamente de y^c_t y $\omega_{\gamma t}$ es fija e igual $\sigma^2_{y^c_t}/\sigma^2_{\omega\gamma} = 1600$.

En el modelo que se propone a continuación, en lugar de imponer restricciones a priori entre los parámetros semejantes a las del filtro HP, dejamos que sea la información contenida en el PIB y en las tasas de desempleo y de inversión las que permitan estimar los componentes no observables y las varianzas de las distintas variables aleatorias que intervienen en el modelo.

[Insertar aquí CUADRO 1]

3. Un modelo de componentes no observables

El modelo utilizado es una modificación del propuesto por Doménech y Gómez (2004) donde se estudia el caso de los Estados Unidos, y que resumimos a continuación para facilitar la interpretación de los resultados que aparecen más adelante. Las principales diferencias se deben a las distintas propiedades univariantes de las variable utilizadas puesto que, tal y como se analiza en el Apéndice B, éstas pueden ser tratadas como series I(2) en la muestra empleada aunque, en principio, pudiera resultar un tanto sorprendente para la tasa de desempleo y de inversión. Además, como se argumentará en la sección

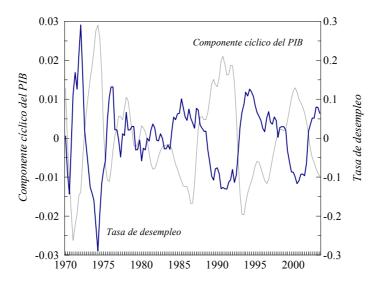


Gráfico 3: Componentes cíclicos del logaritmo del PIB y de la tasa de desempleo.

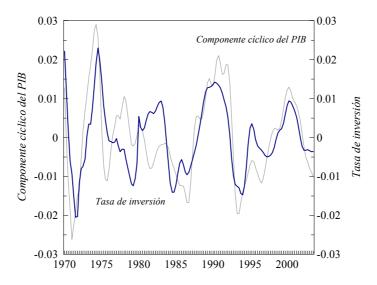


Gráfico 4: Componentes cíclicos del logaritmo del PIB y de la tasa de inversión.

Cuadro 1 Estimaciones utilizando el filtro de HP

	Variables	dependientes			
1	n U_t		x_t		
	(1)		(2)		
ϕ_{u1}	0.859	eta_{x1}	1.547		
	(9.71)		(24.4)		
ϕ_{u2}	-0.405	eta_{x2}	-0.713		
	(3.64)		(13.6)		
ϕ_{u3}	0.250				
	(2.27)				
ϕ_{u4}	-0.191				
	(3.10)				
ϕ_{y0}	-2.372	eta_{y0}	0.060		
Ü	(5.03)	, and the second	(2.72)		
ϕ_{y2}	-0.714				
J	(1.22)				
	, ,				
$\sigma_{v_u^{hp}}$	0.029	$\sigma_{v_x^{hp}}$	0.002		
DW	2.11	$D\overset{x}{W}$	1.97		
\overline{R}^2	0.998	\overline{R}^2	0.990		
10	0.000	10	0.000		

Estadísticos t entre paréntesis

siguiente, el modelo que proponemos no incluye la inflación, por no aportar esta variable información significativa adicional a la aportada por el desempleo y la inversión.

3.1 Output

El logaritmo del PIB real, y_t , se descompone en un componente tendencial , \overline{y}_t , y el componente cíclico del PIB, y_t^c :

$$y_t \equiv \overline{y}_t + y_t^c. \tag{5}$$

Para el componente tendencial los mejores resultados se obtienen con el siguiente modelo

$$\overline{y}_t = \gamma_{yt} + \overline{y}_{t-1} \tag{6}$$

$$\gamma_{yt} = \gamma_{yt-1} + \omega_{\gamma t}, \tag{7}$$

donde $\omega_{\gamma t}$ se distribuye como i.i.d. $N(0, \sigma_{\omega \gamma}^2)$. Para el componente cíclico se supone que sigue un proceso estacionario AR(2) con raíces complejas

$$y_t^c = 2\theta_1 \cos(\theta_2) y_{t-1}^c - \theta_1^2 y_{t-2}^c + \omega_{yt}, \tag{8}$$

donde ω_{yt} se supone que se distribuye como i.i.d. $N(0,\sigma_{\omega y}^2)$, sin imponer ninguna restricción entre las varianzas de $\omega_{\gamma t}$ y ω_{yt} . Imponemos las raíces complejas en la especificación del ciclo (8) porque parece que esta es la mejor manera de modelizar el ciclo (Harvey, 1987) y también porque algunos resultados empíricos obtenidos así lo confirman (Kuttner, 1994).

3.2 Ley de Okun

La correlación negativa entre el componente cíclico del PIB y el desempleo cíclico que tradicionalmente se recoge en la Ley de Okun se ha representado en la siguiente ecuación

$$\ln U_t = \phi_u(L) \ln U_{t-1} + (1 - \sum_i \phi_{ui}) \overline{\ln U_t} + \phi_y(L) y_t^c + v_{ut}, \tag{9}$$

donde v_{ut} se distribuye como i.i.d. $N(0,\sigma_{vu}^2)$ y $\phi_y(L)$ es un polinomio en el operador de retardos tal que $\phi_y(1) < 0$, al ser la tasa de desempleo una variable contracíclica. Tal y como se ha visto anteriormente, la especificación propuesta para el desempleo cíclico es bastante flexible, permitiendo que el ciclo económico tenga efectos sobre la tasa de desempleo con un cierto retardo, como sugiere la evidencia disponible según la cual las empresas ajustan el empleo lentamente durante varios trimestres.⁴

⁴ Al variar la tasa de paro entre 0 y 1, al tomar logaritmos, el soporte del término de error v_{ut} no puede ser toda la recta real. Por ello, en principio, puede ser más adecuado utilizar la

Al igual que en el caso del componente tendencial del PIB, se supone que la tasa de desempleo estructural se comporta según el modelo

$$\overline{U}_t = \gamma_{ut} + \overline{U}_{t-1},\tag{10}$$

donde

$$\gamma_{ut} = \gamma_{ut-1} + \omega_{ut} \tag{11}$$

y ω_{ut} se distribuye como i.i.d. $N(0,\sigma_{\omega u}^2)$. De nuevo, no se impone ninguna restricción entre σ_{vu}^2 y $\sigma_{\omega u}^2$.

3.3 Inversión

Como ya se ha indicado en la sección anterior, una de las regularidades empíricas del ciclo económico más importantes en las economías occidentales (véase, por ejemplo, Dolado, Sebastián y Vallés, 1993, Canova, 1998, o Burnside, 1998) es que la inversión se encuentra muy correlacionada con el componente cíclico del PIB, pero con una mayor volatilidad, lo que ha dado lugar a que algunos autores (por ejemplo, Harvey y Trimbur, 2003) hayan utilizado la inversión para identificar el componente cíclico del PIB. Nuestro enfoque es parecido, aunque utiliza como alternativa las desviaciones de la tasa de inversión (x_t) con respecto a su tendencia de largo plazo. Por consiguiente, una especificación suficientemente flexible es la siguiente

$$x_{t} = \beta_{x}(L)x_{t-1} + (1 - \sum_{i} \beta_{xi})\overline{x}_{t} + \beta_{y}(L)y_{t}^{c} + v_{xt},$$
(12)

donde v_{xt} se distribuye como i.i.d. $N(0,\sigma_{vx}^2)$. Puesto que la tasa de inversión es procíclica, $\beta_y(L)$ es un polinomio en el operador de retardos tal que $\beta_y(1)>0$. La ecuación (12) implica que \overline{x}_t es el componente tendencial al que tiende a largo plazo la tasa de inversión cuando el componente cíclico del PIB es igual a cero. Es importante indicar que (12) debe interpretarse como una forma reducida que recoge la correlación positiva entre el componente cíclico del PIB y la tasa de inversión y no como una ecuación estructural de inversión. Por último, al igual que con los componentes tendenciales anteriores se supone el siguiente modelo para la tasa de inversión tendencial

$$\overline{x}_t = \gamma_{xt} + \overline{x}_{t-1}, \tag{13}$$

transformación logística $\ln \frac{u_u}{1-u_t}$, que sí tiene soporte en toda la recta real. No obstante, para los valores de la tasa de desempleo en la muestra utilizada los resultados obtenidos al utilizar estas dos transformaciones alternativas son prácticamente idénticos, puesto que la correlación entre los componentes cíclicos del PIB estimados es igual a 0.9939. Agradecemos a uno de los evaluadores esta observación.

$$\gamma_{xt} = \gamma_{xt-1} + \omega_{xt}. \tag{14}$$

donde ω_{xt} se distribuye como i.i.d. $N(0, \sigma_{\omega x}^2)$.

3.4 Estimación

Para estimar los parámetros desconocidos del modelo, primero reescribimos éste en forma de espacio de estados y utilizamos el filtro de Kalman para evaluar la verosimilitud. Una vez estimados los parámetros, utilizamos un algoritmo de suavizado para obtener estimaciones de los componentes no observables junto con sus errores en media cuadrática. Los datos que usamos corresponden a la economía española, son trimestrales y van desde 1970:1 a 2003:3. Al trabajar con variables retardadas hay varias observaciones no disponibles, pero eso no es un impedimento para el filtro de Kalman.

Nuestro modelo se puede poner en forma de espacio de estados de la manera siguiente. Definamos primero las matrices

$$Z = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - \sum_{i=1}^{3} \phi_{ui} & 0 & 0 & \phi_{y2} & 0 & \phi_{y0} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 - \sum_{i=1}^{2} \beta_{xi} & 0 & 0 & \beta_{y_0} \end{bmatrix}, \tag{17}$$

y

donde d_t^T = 0 si $t \neq T$ y d_t^T = 1 si t = T, T = 1980 : 1, $\sigma_{\omega\gamma}^* = \sigma_{\omega\gamma}/\sigma_{vu}$, $\sigma_{\omega u}^* = \sigma_{\omega u}/\sigma_{vu}$, $\sigma_{\omega x}^* = \sigma_{\omega x}/\sigma_{vu}$, $\sigma_{\omega y}^* = \sigma_{\omega y}/\sigma_{vu}$, y $\sigma_{vx}^* = \sigma_{vx}/\sigma_{vu}$. Entonces, α_t es el vector de estados, el parámetro σ_{vu}^2 se concentra fuera de la verosimilitud y las ecuaciones de espacio de estado son

$$\alpha_{t+1} = T\alpha_t + H\epsilon_t \tag{19}$$

$$z_t = X\beta_d + Z\alpha_t + G\epsilon_t, \tag{20}$$

donde⁵ $z_t = [y_t, U_t - \sum_{i=1}^3 \phi_{ui} U_{t-i}, x_t - \sum_{i=1}^2 \beta_{xi} x_{t-i}]'$ y $Var(\epsilon_t) = \sigma_{vu}^2 I$. El parámetro β_d también se concentra fuera de la verosimilitud. El filtro comienza en la observación t=4, por lo que se condiciona sobre las primeras tres observaciones de la serie.

El anterior modelo de espacio de estados es no estacionario y las condiciones iniciales para el filtro de Kalman no están bien definidas. Para solventar esta dificultad, utilizamos el procedimiento propuesto por De Jong (1991). De acuerdo con este procedimiento, el vector de estados inicial, α_1 , se modeliza como parcialmente difuso y se utiliza un algoritmo de filtro de Kalman aumentado, que se llama el filtro de Kalman difuso (FKD), para tratar la parte difusa. Como se demuestra en De Jong y Chu-Chun-Lin (1994), el FKD se puede reducir al filtro de Kalman ordinario después de unas pocas iteraciones. El FKD se puede utilizar para evaluar la verosimilitud y, por tanto, los parámetros del modelo se pueden estimar por el método de la máxima verosimilitud. Las estimaciones iniciales están basadas en los resultados del Cuadro 1.

Después de haber estimado los parámetros del modelo, podemos utilizar un algoritmo de suavizado para obtener estimaciones bilaterales de los componentes no observables y sus errores en media cuadrática. En este trabajo, utilizamos el algoritmo propuesto por De Jong y Chu-Chun-Lin (2001). La parte difusa es $\delta = [\overline{y}_{-1}, \overline{y}_0, \overline{U}_{-1}, \overline{U}_0, \overline{x}_{-1}, \overline{x}_0]'$, por lo que el vector de estados inicial es $\alpha_1 = A\delta + [0, x_1']'$, donde A = [I, 0]' y $x_1 = [y_{-1}^c, y_0^c, y_1^c]'$ tiene una distribución estacionaria conocida.

3.5 Resultados

Los resultados de las estimaciones de las ecuaciones (15) a (20) aparecen en el Cuadro 2.

⁵ El parámetro β_d multiplica a la variable artificial $d_t^T - d_{t-1}^T$ utilizada para corregir un efecto determinista, donde d_t^T toma el valor cero salvo en el primer trimestre de 1980 que es igual a la unidad.

Como puede apreciarse todos los parámetros estimados son estadísticamente muy significativos. ⁶ La persistencia en el componente cíclico del PIB y en las tasas de desempleo e inversión es muy elevada. Uno de los resultados más destacables es la significatividad del componente cíclico del PIB en las ecuaciones para la tasa de desempleo y la tasa de inversión, confirmando la hipótesis de que estas dos variables contienen información muy útil para identificar correctamente la posición cíclica de la economía española.

[Insertar aquí CUADRO 2]

[Insertar aquí GRÁFICO 5]

En el Gráfico 5 se han representado las cuatro variables de estado estimadas, que se corresponden con la produccción tendencial, el componente cíclico del PIB, la tasa de desempleo estructural y la tasa de inversión tendencial. De la observación de estos gráficos pueden extraerse las siguientes conclusiones:

- El componente cíclico del PIB estimado con el modelo de componentes no observables (MCNO) es muy similar al que se obtiene con el filtro HP, si bien con una mayor volatilidad, puesto que sus desviaciones típicas son 0.0209 y 0.0112 respectivamente. La correlación entre ambas medidas del componente cíclico del PIB es bastante elevada (igual a 0.916). A pesar de que el filtro HP es un método univariante, para la economía española ofrece una descripción bastante adecuada de cuándo la economía española se encuentra en una fase recesiva o expansiva. De hecho, el componente cíclico estimado con el filtro de HP se ha encontrado la mayor parte del tiempo dentro del intervalo de confianza estimado para el componente cíclico del PIB con nuestro modelo, resultado que también se verifica cuando se utiliza el componente cíclico estimado con el filtro BK. Desde un punto de vista cualitativo, una diferencia importante entre ambas se produce en la recesión que el filtro HP identifica entre 1975 y 1976, desaceleración que nuestro modelo atribuye principalmente como permanente en lugar de cíclica, ya que el PIB tendencial pasó de tener una tasa de crecimiento del 5 al 2 por ciento, situándose dicha tasa en torno al 3 por ciento desde la segunda mitad de los ochenta hasta la actualidad.
- 2. Los resultados sugieren que, al igual que argumentan Marcet y Ravn (2004), el filtro de Hodrick-Prescott debería aplicarse a la economía española con un parámetro de suavizado mayor que 1600, valor comúnmente utilizado con datos trimestrales. En particular, cuando se utiliza el valor 6369 propuesto por Marcet y Ravn para España, los componente cíclico del PIBs estimados con nuestro modelo y con el filtro HP

 $^{^{6}}$ Los desfases de las variables dependientes en las distintas ecuaciones se han elegido en función de su significatividad.

Cuadro 2 Estimación del modelo de componentes no observables

			- · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			
Parámetros						
ϕ_{u1}	0.741	β_{x1}	1.225	$ heta_1$	0.940	
	(6.40)		(10.6)		(37.1)	
ϕ_{u2}	-0.289	β_{x2}	-0.537	$ heta_2$	0.181	
	(2.91)		(9.18)		(4.30)	
ϕ_{u3}	0.137					
	(1.68)					
ϕ_{y0}	-3.599	β_{y0}	0.129			
Ü	(3.17)	Ü	(2.69)			
		β_d	0.008			
			(10.4)			
σ_{vu}	0.027	σ_{vx}	0.001	$\sigma_{\omega y}$	0.002	
			(10.4)	-	(7.60)	
$\sigma_{\omega u}$	0.003	$\sigma_{\omega x}$	0.001	$\sigma_{\omega\gamma}$	0.001	
	(1.96)		(8.75)	,	(1.78)	

Estadísticos t entre paréntesis.

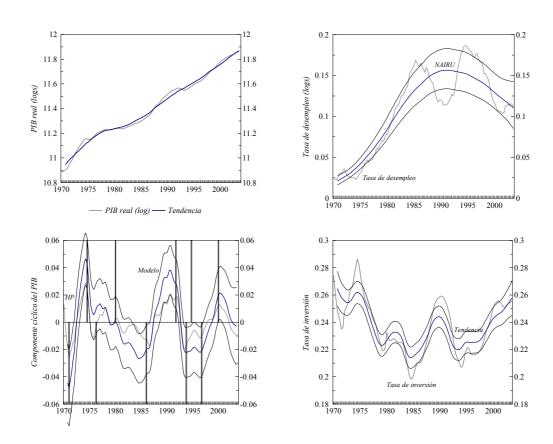


Gráfico 5. Estimación de los componentes no observables del PIB y de las tasas de desempleo.

- tienen una volatilidad parecida y una correlación que aumenta hasta 0.985.
- 3. Junto con el componente cíclico de la produccción se han representado también los puntos de inflexión proporcionados por la OCDE, que se encuentran disponibles desde 1970 (el fechado realizado por el ECRI (Economic Cycle Research Institute) empieza en 1980 y no existen importantes diferencias con el fechado de la OCDE). En general, como puede apreciarse las expansiones y recesiones estimadas con nuestra medida del componente cíclico del PIB coinciden bastante bien con el fechado del ciclo económico estimado por la OCDE.
- 4. La tasa de desempleo estructural aumenta de forma ininterrumpida desde mediados de los setenta hasta mitad de los ochenta, en torno a una tasa igual al 15.6 por ciento. A partir de la recesión de principios de los años noventa disminuye de forma continuada desde el 15.6 por ciento hasta el 11 por ciento a finales de 2003. Comparando nuestra estimación de la tasa de desempleo con la que proporciona el filtro HP (representada en el Gráfico 2) se observa que la volatilidad de esta última es mayor desde 1985 hasta 1995.
- 5. Las variaciones de la tasa de inversión tendencial son mucho más reducidas que para el caso de la tasa de desempleo, al estar comprendidas entre el 22 y 26 por ciento. Al comparar este componente tendencial con el obtenido con el filtro HP se observa que la correlación es bastante elevada, siendo igual a 0.93 para el conjunto del periodo analizado.

Si bien tanto el método de identificación como la definición de la tasa de desempleo son distintos, merece la pena comparar nuestros resultados para la tasa de desempleo estructural con los que obtienen Estrada, Hernando y López-Salido (2002) para el periodo 1981-99. Aunque estos autores estiman la NAIRU de acuerdo con varios modelos, el más interesante es el que proponen utilizando un VAR estructural bajo la hipótesis de que la tasa de desempleo es el resultado de una combinación de shocks nominales y de oferta y shocks a la tasa natural. Para estimar el VAR utilizan tres variables: la primera diferencia de la inflación, el crecimiento del PIB real y la primera diferencia de la tasa de desempleo. Una vez estimadas estas ecuaciones la NAIRU se define como el componente tendencial o de largo plazo asociado a la descomposición de Beveridge y Nelson de la tasa de desempleo. Dos son las principales conclusiones obtenidas tras realizar este ejercicio. Primera, la NAIRU estimada con el VAR estructural proporciona valores puntualmente distintos a los obtenidos con otras alternativas. Segunda, los intervalos de confianza que proporciona el VAR estructural sugieren que la incertidumbre en la estimación de la NAIRU es bastante relevante.

Por el contrario, nuestros resultados indican que desde 1985 hasta 1995 la tasa de desempleo estructural ha sido más estable de lo que sugieren los resultados de Estrada,

Hernando y López-Salido (2002). Adicionalmente, como se analiza más adelante, la tasa de inversión contiene una relación señal/ruido más elevada que la inflación para identificar la producción cíclica y, por lo tanto, el componente cíclico de la tasa de desempleo, por lo que nuestra estrategia de modelización ofrece resultados más robustos. Además, la descomposición de Beveridge y Nelson, al no estar basada en componentes ortogonales proporciona filtros asimétricos, que como es bien conocido funcionan peor que los filtros simétricos como los utilizados en este trabajo.

3.6 Revisiones

Una manera intuitiva y sencilla de comparar una de las principales ventajas de nuestra propuesta con respecto a otros métodos como, por ejemplo, los filtros HP o BK, consiste en analizar cómo cambian las estimaciones del componente cíclico del PIB a medida que se dispone de nueva información al final de la muestra. Para ello definimos $y^c_{t/t+j}$ como el componente cíclico de y_t estimado utilizando como última información disponible la existente en t+j. Cuando j=0 $y^c_{t/t}$ es la estimación en tiempo real de y^c_t . A medida que se dispone de nueva información (j=1,2,...), el método de descomposición proporcionará nuevas estimaciones de $y^c_{t/t+j}$, por lo que la diferencia entre $y^c_{t/t}$ y $y^c_{t/t+j}$ es una medida de la revisión efectuada. Orphanides y van Norden (2003) muestran para la economía norteamericana que la mayor parte de las revisiones se deben a problemas de estimación del modelo al final de la muestra y, en mucha menor medida, a una revisión estadística de las variables económicas. Por esta razón, los ejercicios que se realizan a continuación se basan en la información y en la estimación de los parámetros para el conjunto de la muestra de forma que la revisión que se calcula es $y^c_{t/t} - y^c_{t/T}$ donde, en nuestro caso, T es 2003:3.

[Insertar aquí CUADRO 3]

En el Cuadro 3 se presentan distintas medidas de cuál es la importancia relativa de las revisiones efectuadas con distintos métodos de descomposición para el periodo 1978:1 a 2000:3.8 Estos métodos son, el filtro HP, el filtro BK, un MCNO de una variable correspondiente a la ecuación del PIB (2), un modelo MCNO de dos variables similar al de Kuttner (1994) y que está constituido por la ecuación (2), la ecuación (23) sin el término $\mu_{y2}\overline{\pi}_t y_t^c$, y las ecuaciones (24) y (25), el modelo MCNO propuesto de tres variables y, finalmente, un modelo MCNO de cuatro variables constituido por las tres ecuaciones del

⁷ Un ejercicio similar al aquí propuesto es el que realizan Rünstler (2002), Orphanides y van Norden (2003), Camba-Mendez y Rodriguez-Palenzuela (2003) o Doménech y Gómez (2004).

⁸ Para evitar los problemas asociados a la descomposición al final del periodo analizado con los métodos univariantes se ha reducido la muestra eliminando las nueve últimas observaciones disponibles.

Cuadro 3 Revisiones del componente cíclico del PIB 1978:1-2003:3

	HP	BK	MCNO	Modelo	MCNO	MCNO
	$(\lambda = 1600)$	(4,32)	1 variable	de Kuttner	3 variables	4 variables
COR	0.0186	0.5643	0.6228	0.6297	0.7552	0.6865
SR	1.7758	0.8394	0.7876	0.7893	0.6560	0.7272
SRR	1.7710	0.8447	0.7847	0.7866	0.6965	0.7298

modelo MCNO propuesto y las ecuaciones (23) a (25).

Los indicadores elegidos son la correlación (COR) entre la estimación final del componente cíclico del PIB $y^c_{t/T}$ y $y^c_{t/t}$, y dos medidas de la relación señal/ruido: SR es el cociente de la desviación típica de $y^c_{t/T}$ sobre el de la desviación típica de $y^c_{t/T}$, mientras que en SRR el numerador es la raíz del error cuadrático medio de la revisión efectuada, es decir,

$$SR = \frac{\sigma(y_{t/t}^c - y_{t/T}^c)}{\sigma(y_{t/T}^c)} \tag{21}$$

$$SRR = \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum (y_{t/t}^c - y_{t/T}^c)^2}}{\sigma(y_{t/T}^c)}$$
 (22)

Como puede apreciarse los resultados son más favorables al modelo de componentes no observables (MCNO) con tres variables, sobre todo cuando se compara con el filtro HP, por lo que estos resultados muestran que las revisiones y, por lo tanto, la caracterización del ciclo económico está sujeta a menores cambios en el modelo de componentes no observables. Cuando se utiliza la inflación como variable complementaria para identificar el componente cíclico del PIB (MCNO con 2 variables), las revisiones son mayores que cuando se utilizan las tasas de desempleo e inversión.

4. Componente cíclico del PIB e inflación

En algunos trabajos como, por ejemplo, Kuttner (1994) o Laubach (2001) se utiliza la tasa de crecimiento de alguna medida de los precios (e.g., deflactor del PIB o los precios de consumo) para identificar el componente cíclico del PIB y/o la NAIRU. Esta aproximación tiene en principio el atractivo de que la tasa de desempleo estructural estimada o NAIRU puede tener un interés intrínseco para la autoridad monetaria, en la medida en que cuando las tasas de desempleo se encuentran por debajo de la NAIRU la economía experimenta tensiones inflacionistas. En este trabajo también hemos analizado esta cuestión. Nuestra conclusión es que la identificación del componente cíclico del PIB y de la NAIRU en base al comportamiento del crecimiento de los precios presenta algunas limitaciones en el caso de la economía española:

1. La relación señal/ruido que la inflación contiene sobre el ciclo económico es más bien escasa. En los Gráficos 6 y 7 se presenta evidencia sobre la correlación existente entre el componente cíclico del PIB estimado con nuestro modelo de componentes no observables y la inflación debida a medidas alternativas de precios: el deflactor del PIB y los precios de consumo (también se obtienen resultados muy similares

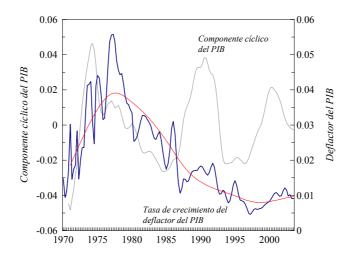


Gráfico 6: Componente cíclico del PIB y tasa de crecimiento del deflactor del PIB.

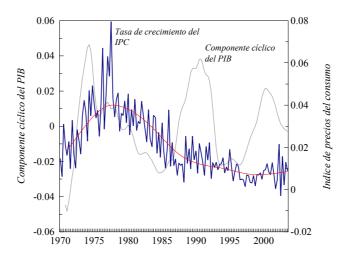


Gráfico 7: Componente cíclico del PIB y tasa de crecimiento del IPC.

cuando se utiliza el deflactor del consumo privado). Como puede observarse, la correlación entre ambas medidas está sujeta a una mayor variabilidad que la que se obtiene en los Gráficos 3 y 4, en el caso de las tasas de desempleo y de inversión, mostrando claramente que los movimientos de los precios han estado en muchas ocasiones causados por determinantes distintos a la posición cíclica de la economía, sobre todo en el caso del IPC, que muestra mayor volatilidad.

2. Los comovimientos de la inflación con el componente cíclico del PIB parecen ser función del nivel de inflación existente, indicando la presencia de una no linealidad entre ambas variables. Este es un resultado bastante intuitivo puesto que nos dice que la inflación es más sensible a las oscilaciones del componente cíclico del PIB cuando el nivel de inflación promedio es elevado, como en la segunda mitad de los años setenta, que cuando es bajo, tal y como ha ocurrido en los últimos años, confirmando la percepción generalizada de que el nivel y la volatilidad de la inflación se encuentran positivamente correlacionadas.

[Insertar aquí GRÁFICO 6] [Insertar aquí GRÁFICO 7]

Con la finalidad de ilustrar estos resultados se ha estimado la siguiente ecuación

$$\pi_t = (1 - \sum_i \mu_{\pi i}) \overline{\pi}_t + \mu_{\pi}(L) \pi_{t-1} + \mu_{y1} y_t^c + \mu_{y2} \overline{\pi}_t y_t^c + v_{\pi t}, \tag{23}$$

donde y_t^c es el componente cíclico del PIB estimado anteriormente con nuestro modelo, $v_{\pi t}$ se asume que se distribuye como i.i.d. $N(0,\sigma_{\pi v}^2)$, $\mu_\pi(L) = \sum_{i\geq 1} \mu_{\pi i} L^i$ es un polinomio en el operador de retados y $\overline{\pi}_t$ es la tasa de inflación tendencial o subyacente consistente con $y_t^c = 0$, que se modeliza como

$$\overline{\pi}_t = \gamma_{\pi t} + \overline{\pi}_{t-1},\tag{24}$$

$$\gamma_{\pi t} = \gamma_{\pi t - 1} + \omega_{\overline{\pi} t},\tag{25}$$

distribuyéndose $\omega_{\overline{\pi}t}$ como i.i.d $N(0,\sigma^2_{\omega\overline{\pi}})$. Puesto que el modelo supone que uno de los términos en la producción se encuentra multiplicado por $\overline{\pi}_t$ se ha seguido un proceso iterativo hasta asegurar la convergencia de $\overline{\pi}_t$.

La especificación de la curva de Phillips que se acaba de presentar es ligeramente distinta a la realizada por otros autores para la economía española. Galí y López-Salido

⁹ Para más detalles de esta especificación, el lector interesado puede consultar el trabajo de Doménech y Gómez (2004) y la bibliografía allí utilizada.

(2001) analizan la dinámica de la inflación y los costes marginales durante el periodo 1980-1998. Si bien en principio los enfoques parecen diferentes existe una estrecha relación entre una especificación híbrida de la Nueva Curva de Phillips estimada por estos estos autores, que incluye valores desfasados de la inflación, y la representada en la ecuación (23) cuando se supone que el componente cíclico del PIB está estrechamente relacionado con los costes marginales, puesto que la inclusión de la inflación tendencial es una buena aproximación de las expectativas de los agentes económicos a medio plazo. Estrada, Hernando y López-Salido (2002) estiman también una versión de la curva de Phillips que incluye desfases y adelantos de la inflación y el margen agregado para el periodo 1980-99. El trabajo de Ledo, Sebastián y Taguas (2002) presenta un enfoque más cercano al aquí utilizado, estimando curvas de Phillips para España durante el periodo 1981-1991 que incluyen un componente tendencial de la inflación, si bien no se tiene en cuenta la relación entre el nivel y la volatilidad de la inflación.

[Insertar aquí CUADRO 4]

En el Cuadro 4 se presentan los resultados de la estimación de la ecuación (23) cuando π_t se aproxima mediante la tasa de crecimiento intertrimestral del deflactor del PIB $(\Delta \ln P_{pib})$ y la del IPC $(\Delta \ln P_{ipc})$. En ambos casos el componente cíclico del PIB estimado con nuestro modelo de componentes no observables resulta ser una variable significativa (en el caso del IPC marginalmente) cuando aparece multiplicada por la inflación tendencial. De hecho, la hipótesis de linealidad en el componente cíclico del PIB es ampliamente rechazada como puede observarse en las columnas (2) y (4), puesto que el parámetro μ_{v1} no resulta ser significativo. No obstante, los efectos corrientes del componente cíclico del PIB sobre la inflación son relativamente reducidos en línea con los resultados previos en la literatura que se han mencionado previamente. Teniendo en cuenta que en el tercer trimestre de 2003 la estimación de la inflación subyacente del deflactor del PIB se situó en el 3.8 por ciento en tasa trimestral anualizada y en el 3.4 para el caso del IPC, la respuesta de la inflación corriente al componente cíclico del PIB sería 0.031 y 0.053 respectivamente. En los Gráficos 6 y 7 se han representado las estimaciones de la inflación subyacente para ambas medidas de precios, confirmando el prolongado proceso de desinflación que va desde finales de los setenta hasta 1999 con la incorporación de España en la UEM.

Para completar este análisis, se ha procedido a ampliar el modelo descrito por

A este respecto véase la discusión entre la equivalencia de ambos enfoques que se detalla en Doménech y Gómez (2004). En el trabajo de Galí y López-Salido (2001) se incluyen otras referencias previas para la economía española que han analizado la relación entre inflación y desempleo (o producción).

Cuadro 4
Estimaciones de la ecuaciones (23)-(25)

Variables dependientes						
Δ ln P_{pib}				$\Delta {\rm ln} P_{ipc}$		
	(1)	(2)		(3)	(4)	
μ_1	0.819	0.813	μ_1	-0.077	-0.076	
	(11.9)	(11.7)		(0.83)	(0.82)	
μ_2	-0. 101	-0.102	μ_2	0.095	0.095	
	(1.48)	(1.50)		(1.03)	(1.04)	
μ_3	-0.182	-0.182	μ_3	0.123	0.123	
	(2.79)	(2.79)		(1.36)	(1.36)	
μ_4	0.117	0.108	μ_4	0.185	0.186	
	(1.87)	(1.75)		(2.07)	(2.08)	
μ_{y1}		-0.001	μ_{y1}		-0.059	
Ü		(0.01)	v		(1.44)	
μ_{y2}	2. 853	2.861	μ_{y2}	5 . 452	7.958	
Ü	(3.60)	(3.34)		(1.84)	(3.79)	
$\sigma_{v\pi}$	0.0033	0.0033	$\sigma_{v\pi}$	0.0078	0.0078	
	(15.7)	(15.6)		(15.7)	(15.7)	
$\sigma_{\omega\overline{\pi}}$	0.0001	0.0001	$\sigma_{\omega\overline{\pi}}$	0.0002	0.0001	
	(2.98)	(2.95)		(3.00)	(3.01)	

Estadísticos *t* entre paréntesis.

las ecuaciones (15) a (20) con las expresiones (23) a (25), estimado conjuntamente todos los componentes no observables. Los resultados, que no se presentan aquí por brevedad expositiva, confirman que el contenido informativo de la inflación para identificar el componente cíclico del PIB es reducido puesto que las estimaciones de y^c son muy similares tras incluir las ecuaciones (23) a (25) y se produce un aumento en el tamaño de las revisiones de acuerdo con los estadísticos que se presentan en el Cuadro 3 (modelo de componentes no observables con 4 variables). Por lo tanto, estos resultados indican que es preferible identificar y^c con la información que proporcionan las tasas de desempleo y de inversión que con la tasa de inflación. No obstante, en la medida que el componente cíclico del PIB resulta ser una variable significativa para explicar la inflación intertrimestral y también las oscilaciones cíclicas del desempleo, la tasa de desempleo estructural estimada en la sección anterior tiene también la misma interpretación que la NAIRU en términos de la política monetaria: cuando la tasa de desempleo se encuentra por debajo de la tasa de desempleo estructural (es decir, cuando el componente cíclico del PIB es positivo) aumentan las tensiones inflacionistas, provocando que la inflación se sitúe por encima de su nivel tendencial o subyacente.¹¹

5. Conclusiones

En este trabajo se ha propuesto un nuevo método de descomposición del PIB y de la tasas de desempleo y de inversión en sus componentes estructurales y cíclicos utilizando un modelo de componentes no observables, que capta adecuadamente una serie de regularidades cíclicas para la economía española. Si bien la caracterización del ciclo económico no es muy distinta con respecto a la que ofrecen el filtro de Hodrick y Prescott (1997) y Baxter y King (1999), la principal ventaja de nuestro método es que las estimaciones están sujetas a menores revisiones que estas dos alternativas, lo que constituye uno de sus méritos a la hora de evaluar la situación cíclica de la economía española en tiempo real. Dado que nuestro método está basado en un modelo es posible obtener intervalos de confianza para las estimaciones de los componentes no observables y también hacer predicciones e inferencia en general.

Las estimaciones efectuadas muestran que las desaceleraciones económicas que ha sufrido la economía española se corresponden bien con los periodos de un aumento pronunciado del desempleo cíclico y una disminución de la tasa de inversión como ocurrió, por ejemplo, en la primera mitad de los ochenta o de los noventa. Adicionalmente, los resultados indican que a partir de la recesión de principios de los años noventa el de-

La correlación entre la inflación subyacente estimada y la tasa de crecimiento intertrimestral del IPSEBENE para el periodo 1976:1-2003:4 es 0.8837, ligeramente superior a la correlación con la tasa de crecimiento intertrimestral del IPC (0.8542).

sempleo disminuye de forma continuada desde el 15.6 por ciento hasta el 11 por ciento a finales de 2003.

Por último, este trabajo también muestra que, debido a sus características dinámicas, el contenido informativo de la inflación para caracterizar el ciclo económico es menor que el que proporcionan las tasas de desempleo y de inversión, de manera que el componente cíclico del PIB obtenido al incluir la curva de Phillips en el modelo inicial resulta similar al estimado cuando se omite la inflación en el modelo.

Apéndice A1.: Los filtros de Hodrick y Prescott y Baxter y King

El filtro de Hodrick y Prescott (1997) es un filtro bilateral que se define como un instrumento para extraer una tendencia de una serie observada. Se supone que la serie y_t es la suma de un componente tendencial p_t y un componente cíclico c_t ,

$$y_t = p_t + c_t$$
.

En el filtro HP, la medida elegida para la suavidad de p_t es la suma de los cuadrados de las segundas diferencias, $\sum_{t=3}^n \Delta^2 p_t = \sum_{t=3}^n (p_t - 2p_{t-1} + p_{t-2})^2$. La serie c_t son las desviaciones con respecto de p_t y se supone que a lo largo de mucho tiempo sus sumas son casi cero. Estas consideraciones llevaron a los autores a elegir p_t de forma que se minimizara

$$\sum_{t=1}^{n} c_t^2 + \lambda \sum_{t=3}^{n} \Delta^2 p_t = \sum_{t=1}^{n} (y_t - p_t)^2 + \lambda \sum_{t=3}^{n} (p_t - 2p_{t-1} + p_{t-2})^2$$
 (26)

con respecto de p_t .

El parámetro λ es un número positivo que penaliza la variabilidad de la tendencia 12 . Cuanto más grande sea λ más suave será la solución. En el límite, cuando $\lambda \to \infty$, las diferencias Δp_t serán constantes y la solución será una recta. Si $\lambda=0$, entonces $p_t=y_t$.

Se puede dar una interpretación basada en modelos del problema consistente en minimizar (26) con respecto de p_t . De acuerdo con esta interpretación, se supone que p_t y c_t son tales que

$$y_t = p_t + c_t, \qquad \Delta^2 p_t = b_t,$$

y $\{c_t\}$ y $\{b_t\}$ son sucesiones i.i.d. normales de media cero, varianzas σ_c^2 y σ_b^2 , mutuamente independientes. Suponiendo que p_{-1} y p_0 tienen una distribución a priori difusa, se

¹² En los trabajos de Baxter y King (1999), Kaiser y Maravall (1999) y Gómez (2001) se analiza detalladamente la relación existente entre el valor de λ y la amplitud de los ciclos económicos.

puede demostrar (Gómez, 1999) que la esperanza condicional $E(p_t|y_1, \ldots, y_n)$ obtenida a partir del modelo $y_t = p_t + c_t$ con las hipótesis anteriores coincide con la solución de (26) cuando $\lambda = \sigma_c^2/\sigma_b^2$.

Para obtener el filtro de Baxter y King (1999), consideremos el filtro pasabanda ideal que tiene ganancia uno en la banda [l,u] y cero en el resto y supongamos que sus pesos en el dominio del tiempo vienen dados por la función de transferencia

$$H(z) = h_0 + \sum_{j=0}^{\infty} h_j (z^j + z^{-j}).$$

Es decir, si $\{y_t\}$ es la serie de entrada, entonces la serie filtrada $\{x_t\}$ viene dada por x_t = $h_0y_t + \sum_{j=1}^{\infty} h_j(y_{t-j} + y_{t+j})$. Si denotamos la función de respuesta frecuencial del filtro por $F(x) = H(e^{-ix})$, entonces los pesos vienen datos por la transformada inversa de Fourier

$$h_j = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} F(x)e^{ixj}dx.$$

En concreto, teniendo en cuenta que F(x)=1 si $x\in [l,u]$ y F(x)=0 si $x\notin [l,u]$, se verifica

$$h_0 = \frac{u-l}{\pi}, \qquad h_j = \frac{\text{sen}(uj) - \text{sen}(lj)}{\pi j}, \quad j = 1, 2, \dots$$

El filtro BK para el problema de dejar pasar solamente los componentes cuyas frecuencias estén en la banda [l,u] es un filtro simétrico de longitud K y función de transferencia,

$$\overline{H}(z) = \overline{h}_0 + \sum_{j=0}^K \overline{h}_j (z^j + z^{-j}),$$

que se obtiene minimizando la función

$$Q = \int_{-\pi}^{\pi} |\delta(x)|^2 dx,$$

donde $\delta(x)=F(x)-\overline{F}(x)$ y $\overline{F}(x)=\overline{H}(e^{-ix})$, sujeta a la restricción $\overline{F}(0)=\sum_{j=-K}^K\overline{h}_j=0$, donde $\overline{h}_j=\overline{h}_{-j}$. La solución es

$$\overline{h}_j = h_j + \theta, \quad j = 0, 1, \dots, K,$$

donde

$$\theta = \frac{-\sum_{j=-K}^{K} h_j}{2K+1}.$$
 (27)

Por tanto, los pesos del filtro BK se obtienen truncando el filtro ideal y desplazando los pesos resultantes la cantidad θ dada por (27). La longitud K se elige en función de la frecuencia de la serie, es decir, dependiendo de si la serie es trimestral, mensual, etc.

6. Apéndice A2.: Análisis univariante de las series

Hemos efectuado un análisis univariante preliminar de las cuatro series utilizadas a lo largo de este trabajo con el programa TRAMO de Gómez y Maravall (1997), que se puede descargar de la página web del Banco de España. Utilizamos siempre la misma especificación para la modelización automática de las series en logaritmos. No hemos permitido en la detección automática de observaciónes atípicas los de tipo escalón. El nivel crítico para las observaciones atípicas ha sido 3.5. Los resultados son los siguientes:

- Serie del PIB. El modelo elegido por TRAMO es $(3,2,0)(0,0,0)_4$. Se han detectado doce observaciones atípicas. El ajuste es bueno, con Q(17) = 17.12 y Q(20) = 21.04.
- Serie de Desempleo. El modelo elegido por TRAMO es $(1,1,0)(1,0,0)_4$. Se ha detectado una observación atípica. El ajuste es bueno, con Q(17) = 8.02 y Q(20) = 13.42.
- Serie de Inversión. El modelo elegido por TRAMO es $(1,1,0)(0,0,0)_4$, donde el polinomio autorregresivo estimado es 1-.89z. Se han detectado dos observaciones atípicas. El ajuste es aceptable, con Q(17)=27.32, Q(20)=28.92. Parece aconsejable una segunda raíz unitaria, por lo que se estima el modelo $(0,2,1)(0,0,0)_4$ con búsqueda automática de outliers. El polinomio de media móvil estimado es 1-.922z y el ajuste mejora, con Q(17)=17.1 y Q(20)=20.83.
- Serie de Inflación. El modelo elegido por TRAMO es $(2,1,0)(0,1,1)_4$. Se han detectado dos observaciones atípicas. El ajuste es bueno, con Q(17)=16.67 y Q(20)=18.54.

Hay que hacer notar que, al haber sido tratadas las series con procedimientos estadísticos de filtrado para obtener estimaciones de componentes no observables, las series tratadas en este trabajo presentan todas ellas características no lineales y, por tanto, los modelos lineales estimados, tanto univariantes como multivariantes, no se pueden considerar más que como aproximaciones a los modelos verdaderos que describen la realidad, suponiendo que existan dichos modelos. Por ello, no es de extrañar que se detecten modelos con cierta estacionalidad como en las tasas de desempleo o de inflación.

El análisis univariante anterior sugiere tratar todas las series como integradas de

orden dos, I(2), excepto la tasa de desempleo, para la que existe alguna duda. Con el fin de decidir si la serie de desempleo es integrada de orden uno, I(1), o de orden dos, I(2), hemos realizado un test de Dickey--Fuller aumentado sobre la primera diferencia de la tasa de desempleo. Con ocho retardos y estimando una constante, el estadístico ADF es -2.8243, con un P-valor de 0.0577. Así pues, el test no rechaza una segunda diferencia. Con objeto de obtener alguna evidencia adicional sobre el grado de integrabilidad de esta variable, hemos estimado el modelo de componentes no observables con la siguiente especificación para la tasa de desempleo estructural

$$\overline{U}_t = \gamma_{ut} + \overline{U}_{t-1},\tag{28}$$

donde

$$\gamma_{ut} = \rho \gamma_{ut-1} + \omega_{ut} \tag{29}$$

y ω_{ut} se distribuye como i.i.d. $N(0, \sigma_{\omega u}^2)$. El resultado es que el parámetro ρ estimado para la tasa de desempleo es 0.96, apoyando la hipótesis de que la tasa de desempleo puede ser tratada también como I(2).

Como consecuencia del análisis efectuado, hemos tratado las cuatro variables del trabajo como I(2).

7. Bibliografía

- Andrés, J., R. Doménech y D. Taguas (1996), "Desempleo y Ciclo Económico en España". *Moneda y Crédito*, 201, pp. 157-189.
- Baxter, M. y R. G. King (1999), "Measuring Business Cycles: Approximate Band-Pass Filters for Economic Times Series". *The Review of Economics and Statistics*, 81(4), pp. 575--593.
- Bentolila, S. y J. F. Jimeno (2003), "Spanish Unemployment: The End of the Wild Ride?". Documento de Trabajo 2003-10. FEDEA.
- Borondo, C., Y. González y B. Rodríguez (1999), "Convergencia Cíclica dentro de la Union Europea: El Caso de España". *Moneda y Crédito*, 208, pp. 171-212.
- Burnside, C. (1998), "Detrending and Business Cycle Facts: A Comment". *Journal of Monetary Economics*, 41, pp. 513-532.
- Camba-Méndez, G. y D. R. Palenzuela (2003), "Assessment Criteria for Output Gap Estimates". *Economic Modelling*, 20, pp. 529-62.
- Canova, F. (1998), "Detrending and Business Cycle Facts". *Journal of Monetary Economics*, 41, pp. 475-512.
- Corrales, F., R. Doménech y J. Varela (2002), "El Saldo Presupuestario Cíclico y Estructural de la Economía Española". *Hacienda Pública Española*, 162(3), pp. 9-33.
- De Jong, P., (1991), "The Diffuse Kalman Filter". Annals of Statistics, 19, pp. 1073-1083.

- De Jong, P. y Chu-Chun-Lin, S., (1994), "Fast Likelihood Evaluation and Prediction for Nonstationary State Space Models, *Biometrika*, 81, pp. 133-142.
- De Jong, P. y Chu-Chun-Lin, S. (2001), "Smoothing With an Unknown Initial Conditon". Mimeo.
- Dolado, J.J., M. Sebastián y J. Vallés (1993), "Cyclical Patterns of the Spanish Economy". *Investigaciones Económicas*, Vol. XVII, Septiembre, pp. 445-73.
- Doménech, R. y V. Gómez (2004), "Estimating Potential Output, Core Inflation and the NAIRU as Latent Variables". Mímeo. Universidad de Valencia y Ministerio de Economía y Hacienda. http://iei.uv.es/~rdomenec/
- Estrada, A., I. Hernando y D. López-Salido (2002), "Measuring the NAIRU in the Spanish Economy". *Moneda y Crédito*, 215, pp. 60-107.
- Galí, J. y J. D. López-Salido (2001), "Una Nueva Curva de Phillips para España". Moneda y Crédito, 212, pp. 265-304.
- Gardeazábal, J. y M. C. Iglesias (2001), "¿Causan los Ciclos del G7 al Ciclo Español?". Revista de Economía Aplicada, 24, pp. 39-80.
- Gómez, V. (1999), "Three Equivalent Methods for Filtering Finite Nonstationary Time Series". *Journal of Business and Economic Statistics*, 17, pp. 109-116.
- Gómez, V. (2001), "The Use of Butterworth Filters for Trend and Cycle Estimation in Economic Time Series". *Journal of Business and Economic Statistics*, 19, pp. 365--373.
- Gómez, V., y A. Maravall (1997), "Programs TRAMO and SEATS, Instructions for the User (Beta Version: June 1997)". Working Paper N. 97001, Dirección General De Presupuestos, Ministerio de Economía y Hacienda.
- Harvey, A. C. (1987), Forecasting, Structural Models and the Kalman Filter, Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- Harvey, A. C. y T. M. Trimbur (2003), "General Model-Based Filters for Extracting Cycles and Trends in Economic Time Series". *The Review of Economis and Statistics*, 82(2), pp. 244-55.
- Hodrick, R. y E. C. Prescott (1997), "Post-war US Business Cycles: An Empirical Investigation". *Journal of Money, Credit and Banking*, 29(1), pp. 1-16.
- Kaiser, R. y A. Maravall (1999), "Estimation of the Business Cycle: A Modified Hodrick-Prescott Filter". *Spanish Economic Review*, 1(2), pp. 175-206.
- Kuttner, K. N. (1994), "Estimating Potential Output as a Latent Variable". *Journal of Business and Economic Statistics* 12, pp. 361-8.
- Laubach, T. (2001), "Measuring the NAIRU: Evidence from Seven Economies". *Review of Economics and Statistics*, 83(2), pp. 218-231.
- Ledo, M., M. Sabastián y D. Taguas (2002), "El Diferencial de Inflación entre España y la UEM". Papeles de Economía Española, 91, pp. 13-25.
- Maravall, A. y A. del Río (2001), "Time Aggregation and The Hodrick-Prescott Filter". Documento de Trabajo No. 0108. Banco de España.
- Marcet, A. y M. O. Ravn (2004), "The HP Filter in Cross-Country Comparisons". CEPR Discussion Paper No. 4244.
- Orphanides, A. y S. van Norden (2003), "The Unreliability of Output-gap Estimates". The Review of

Economics and Statistics, 84(4), pp. 569-83.

Rünstler, G. (2002), "The Information Content of Real-Time Output Gap Estimates: An Application to the Euro Area". ECB Working Paper no. 182.