

**FITXA IDENTIFICATIVA****DADES DE L'ASSIGNATURA**

Codi: 34164
Nom: Topologia
Cicle: Grau
Crèdits ECTS: 12
Curs acadèmic: 2025-26

TITULACIONS

| Titulació | Centre | Curs | Període |
|--|-----------------------------------|------|-----------------------|
| 1107 - Grau Matemàtiques | Facultat de Ciències Matemàtiques | 2 | Anual, Sin determinar |
| 1928 - Doble Grau en Física i Matemàtiques | Facultat de Ciències Matemàtiques | 2 | Anual, Sin determinar |
| 1935 - Doble Grau en Matemàtiques i Enginyeria Telemàtica | Facultat de Ciències Matemàtiques | 2 | Anual, Sin determinar |
| 1936 - Doble Grau en Matemàtiques i Enginyeria Informàtica | Facultat de Ciències Matemàtiques | 2 | Anual, Sin determinar |

MATÈRIES

| Titulació | Matèria | Caràcter |
|--|-----------------------------------|-------------|
| 1107 - Grau Matemàtiques | Topología y Geometría Diferencial | OBLIGATÒRIA |
| 1928 - Doble Grau en Física i Matemàtiques | Segon Curs (Obligatori) | OBLIGATÒRIA |
| 1935 - Doble Grau en Matemàtiques i Enginyeria Telemàtica | Segon curs | OBLIGATÒRIA |
| 1936 - Doble Grau en Matemàtiques i Enginyeria Informàtica | Segon curs | OBLIGATÒRIA |

COORDINACIÓ

NUÑO BALLESTEROS JUAN JOSE

OSET SINHA RAUL ADRIAN

RESUM

L'objectiu general d'aquesta assignatura és introduir a l'alumne en els fonaments bàsics de la topologia. La major part de l'assignatura està dedicada a l'anomenada topologia general o conjuntista, la qual proporciona un llenguatge bàsic per a la comprensió d'altres matèries com la geometria o l'anàlisi. També dedicarem al final, una part a l'estudi de determinats conceptes menys instrumentals i més propis d'altres variants de la topologia, com per exemple, la topologia geomètrica o la topologia algebraica.

La topologia és la branca de les matemàtiques que es dedica a l'estudi d'aquelles propietats de les formes



geomètriques que no depenen de les magnituds i que són invariants per transformacions contínues. Aquest estudi està basat en el concepte de proximitat i permet establir d'una forma axiomàtica els conceptes d'entorn, obert, tancat, continuïtat, etc. usant com a eina principal el llenguatge de la teoria de conjunts.

Basant-nos en l'experiència prèvia de l'alumne sobre la topologia de la recta real, introduïrem primer els espais mètrics, com a pas previ a l'abstracció d'espai topològic. També estudiarem nous exemples d'espais topològics mitjançant les construccions de subespais, productes i quocients. Introduïrem les propietats topològiques més importants de connexió i compacitat, així com la completitud en el cas d'espais mètrics.

Finalment dedicarem els últims temes de l'assignatura a la classificació de les superfícies compactes, així com una breu introducció al grup fonamental. Es tracta de conceptes més propis de la topologia geomètrica (o de dimensions baixes) i de la topologia algèbrica i que precisen d'un major desenvolupament de la intuïció geomètrica dels alumnes.

Els continguts de l'assignatura són: espais mètrics, espais topològics, propietats de separació i numerabilitat, convergència i continuïtat, subespais i productes d'espais topològics, compacitat i completitud, connexió i introducció al grup fonamental, quocients d'espais topològics, descripció de les superfícies compactes.

CONEIXEMENTS PREVIS

RELACIÓ AMB ALTRES ASSIGNATURES DE LA MATEIXA TITULACIÓ

No s'ha especificat restriccions de matrícula amb altres assignatures del pla d'estudis.

ALTRES TIPUS DE REQUISITS

És convenient que l'estudiant hagi fet les assignatures bàsiques de primer curs, especialment Matemàtica Bàsica i Anàlisi I

COMPETÈNCIES / RESULTATS D' APRENENTATGE

-

Aprendre de manera autònoma.

Conèixer el moment i el context històric en què s'han produït les grans contribucions de dones i homes al desenvolupament de les matemàtiques.

Expressar-se matemàticament de forma rigorosa i clara.

Posseir i comprendre els coneixements matemàtics.

Raonar lògicament i identificar errors en els procediments.

Resoldre problemes que requerisquen l'ús d'eines matemàtiques.



Saber treballar en equip.

Tenir capacitat d'abstracció i modelització.

Tenir capacitat d'anàlisi i de síntesi.

Visualitzar i interpretar les solucions que s'obtinguen.

DESCRIPCIÓ DE CONTINGUTS

1. Espais mètrics.

Definició i exemples d'espais mètrics.

Boles. Espais mètrics fitats.

Oberts. Propietats dels subconjunts oberts.

Entorns. Tancats.

2. Espais topològics.

Definició i exemples d'espais topològics.

Tancats. Entorns.

Axiomes de numerabilitat i la condició de Hausdorff.

Mètriques equivalents.

3. Punts especials.

Punts d'adherència i conceptes relacionats.

Punts fronterers. Punts interiors.

Caracterització per successions.

4. Continuitat.

Continuitat en un punt.



Continuïtat global.
Continuïtat uniforme i isometries.

5. Subespais.

Topologia induïda.
Adherència, interior i frontera relativa.
Continuïtat i subespais.

6. Connexió.

Connexió.
Subespais connexos de \mathbb{R} .
Altres propietats de la connexió.
Connexió per arcs.

7. Productes.

Topologia producte.
Adherència, interior i frontera d'un producte.
Continuïtat i productes.

8. Compacitat.

Definició i exemples.
Subespais compactes. Caracterització dels de \mathbb{R} i \mathbb{R}^n .
Relació amb aplicacions contínues.
Espais mètrics compactes per successions.



9. Completitud.

Espais mètrics complets.
Alguns teoremes sobre espais complets.

10. Quocients.

Definició i propietats bàsiques.
Relació amb subespais i productes.
La condició de Hausdorff en quocients.

11. Grup fonamental.

Definició de grup fonamental.
Aplicacions contínues i grup fonamental.
El grup fonamental de la circumferència.
El teorema del punt fix de Brouwer en dimensió 2.

12. Classificació de superfícies.

Definició i exemples de superfícies.
Triangulació de superfícies compactes.
Superfícies orientables i no orientables.
Classificació de superfícies compactes.
La característica d'Euler.

VOLUM DE TREBALL (HORES)

ACTIVITATS PRESENCIALS

| Activitat | Hores |
|---------------------|---------------|
| Teoria | 60,00 |
| Pràctiques a l'aula | 45,00 |
| Altres activitats | 15,00 |
| Total hores | 120,00 |

**ACTIVITATS NO PRESENCIALS**

| Activitat | Hores |
|--|---------------|
| Assistència a altres activitats | 0,00 |
| Elaboració de treballs individuals o en grup | 15,00 |
| Estudi i treball autònom | 15,00 |
| Preparació de classes | 90,00 |
| Preparació d'activitats d'avaluació | 60,00 |
| Resolució de casos pràctics | 0,00 |
| Total hores | 180,00 |

METODOLOGIA DOCENT

La part teòrica es desenvoluparà en classes magistrals, on el professor introduirà gradualment els continguts i el mètode matemàtic. En cada tema, a més dels coneixements teòrics corresponents, el professor inclourà nombrosos exemples, així com la resolució dels problemes tipus propis d'aquest tema. A més, al final de cada tema es proporcionaran llistes d'exercicis perquè siguin resolts pels alumnes.

La part pràctica es realitzarà en grups més reduïts, on els alumnes realitzaran les pràctiques treballant en grups permanents de tres o quatre estudiants sota la supervisió del professor. Cada grup lliurarà les respostes dels exercicis proposats per ser qualificats pel professor. Tant en les classes teòriques com en les pràctiques es farà ús d'eines informàtiques per a la visualització d'objectes geomètrics.

Finalment, es realitzaran periòdicament seminaris en els quals els alumnes resoldran els dubtes i comentaran amb el professor aquells aspectes de la matèria que considerin oportuns. A més, es proposaran diverses activitats que realitzaran els alumnes sota la supervisió del professor.

AVALUACIÓ

L'avaluació de l'aprenentatge dels coneixements i competències aconseguides pels estudiants es farà de forma continuada al llarg del curs, i constarà dels següents blocs d'avaluació:

- Exàmens:** es realitzaran dos exàmens de tipus teòric-pràctic, un al final de cada quadrimestre, amb un pes del 70% de la nota final.
- Pràctiques:** s'avaluarà la participació en les sessions de pràctiques i la presentació per escrit dels resultats d'aquestes sessions. Aquesta part tindrà un pes del 20% de la nota final.
- Tutories i Seminaris:** s'avaluarà la participació en les sessions de tutories i seminaris i la realització de les activitats proposades. El pes serà del 10% de la nota final.

Observacions:

- En el bloc 1 s'exigeix una nota mínima de 4/10 en cada examen per poder fer mitjana amb els



blocs 2 i 3.

- Les qualificacions obtingudes en els blocs 2 i 3 es conservaran en les dues convocatòries del curs acadèmic en què hagin estat realitzades, atès que la seva avaluació només serà possible al llarg del quadrimestre i mai en la convocatòria extraordinària.

BIBLIOGRAFIA

- F. Mascaró, J. Monterde, J.J. Nuño i R. Sivera, Introducció a la topologia. Universitat de València (1997).
- M.A. Armstrong, Topología Básica. Reverté (1987).
- W.S. Massey, Introducción a la topología algebraica. Reverté (1982).
- J.R. Munkres, Topologia (2ª Edición) Prentice-Hall (2002).