FICHA IDENTIFICATIVA

DATOS DE LA ASIGNATURA

Código: 34180
Nombre: Geometría Diferencial
Ciclo: Grado
Créditos ECTS: 6
Curso académico: 2025-26

TITULACIONES

Titulación	Centro	Curso	Periodo
1107 - Grado en Matemáticas	Facultat de Ciències Matemàtiques	4	Primer cuatrimestre

MATERIAS

Titulación	Materia	Carácter
1107 - Grado en Matemáticas	Seminario de Topología y Geometría Diferencial	OPTATIVA

COORDINACIÓN

MONTERDE GARCIA-POZUELO JUAN LUIS

RESUMEN

Introducción a las variedades diferenciables, variedades tangente y cotangente, aplicaciones diferenciables entre variedades, cálculo en variedades diferenciables y geometría de Riemann. Campos vectoriales, introducción al cálculo tensorial, derivada de Lie, diferencial exterior, métricas, longitudes, ángulos, volúmenes, conexión de Levi-Civita; geodésicas, curvatura, relación de la curvatura con la geometría y la topología. Especial énfasis en los ejemplos, en cómo los conceptos y teoremas se realizan en ejemplos modelo de la geometría o la Física, con enfoques que pueden ser más analíticos o más algebraicos.

CONOCIMIENTOS PREVIOS

RELACIÓN CON OTRAS ASIGNATURAS DE LA MISMA TITULACIÓN

No se han especificado restricciones de matrícula con otras asignaturas del plan de estudios.

OTROS TIPOS DE REQUISITOS

El curso comenzará desde cero, por lo que no es necesario haber aprobado la asignatura de Geometría Diferencial Clásica (GDC), aunque se puede disfrutar más esta optativa si, al menos, ya se ha cursado GDC o se cursa simultáneamente.

Otra asignatura relacionada es el Análisis III, no todo, sino la parte que se refiere a la integración en variedades, porque en ella se explica lo que son la subvariedades de un espacio euclídeo, que son ejemplos inmediatos de variedades de Riemann.

COMPETENCIAS / RESULTADOS DE APRENDIZAJE

-

Aprender de manera autónoma.

Conocer el momento y el contexto histórico en que se han producido las grandes contribuciones de mujeres y hombres al desarrollo de las matemáticas.

Expresarse matemáticamente de forma rigurosa y clara.

Poseer y comprender los conocimientos matemáticos.

Resolver problemas que requieran el uso de herramientas matemáticas.

Saber aplicar los conocimientos al mundo profesional.

Saber trabajar en equipo.

Tener capacidad de análisis y síntesis.

Tener capacidad de crítica.

Visualizar e interpretar las soluciones que se obtengan.

DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS

1. Variedades diferenciables

1.0.- Preliminares.
1.1.- Definición de variedad diferenciable y una aplicación diferenciable entre variedades.
1.2.- Variedades tangente y cotangente
1.3.- Subvariedades

2. Cálculo en variedades diferenciables

2.1- Los campos vectoriales sobre una variedad y sus curvas integrales desde un punto de vista conceptual y práctico.
2.2.- Introducción al cálculo tensorial sobre variedades diferenciables.
2.3.- La derivada de Lie.
2.4.- La diferencial exterior.

3. Métricas riemannianas

3.1.- Motivación: métricas sobre el plano y el toro plano.
3.2.- Métrica sobre una variedad diferenciable.
3.3.- Longitudes, ángulos y volúmenes.
3.4.-Existencia de métricas de Riemann.
3.5.- Ejemplos.

4. Geodésicas

4.1.- Geodésicas bien y mal parametrizadas
4.2.- Coordenadas normales y coordenadas geodésicas esféricas.
4.3.- Lema de Gauss.

5. Curvatura

5.1.- Tensor curvatura.
5.2.- Curvatura seccional.
5.3.- Formalismo de Cartan.
5.4.- Ecuación de Gauss de una subvariedad.
5.5.- Curvatura de Ricci y curvatura escalar.
5.6.- Curvatura seccional constante.
5.7.- Espacios de Einstein.

6. Variedades completas.

6.1.- Distancia asociada a la métrica de Riemann.
6.2.- Completitud geodésica.
6.3.- Teorema de Hopf-Rinow.
6.4.- Completitud de los ejemplos.

VOLUMEN DE TRABAJO (HORAS)

ACTIVIDADES PRESENCIALES

Actividad	Horas
Teoría	30,00
Prácticas en aula	15,00
Otras actividades	15,00
Total horas	**60,00**

ACTIVIDADES NO PRESENCIALES

Actividad	Horas

Asistencia a otras actividades	0,00
Elaboración de trabajos individuales o en grupo	0,00
Estudio y trabajo autónomo	0,00
Preparación de clases	80,00
Preparación de actividades de evaluación	10,00
Resolución de casos prácticos	0,00
Total horas	**90,00**

METODOLOGÍA DOCENTE

Clases teóricas presenciales con asistencia no obligatoria. Se fomentará la participación del alumno, tratando de corregir dos defectos que suelen tener los alumnos: miedo a preguntar y miedo a quedar en ridículo por haber dado una respuesta falsa. Clases prácticas presenciales dadas por los propios alumnos. Consistirán en la exposición detallada de los ejemplos que habrán preparado previamente de modo individual bajo la guía del profesor. Seminarios de discusión sobre los ejemplos explicados por los alumnos, con preguntas, sugerencias y correcciones por parte de los alumnos que no han explicado ese ejemplo y por parte del profesor.

EVALUACIÓN

Sistema de evaluación de la asignatura

Evaluación de la exposición de los ejemplos por parte de los alumnos en las clases prácticas y en los seminarios. La proporción en que ésta prueba influirá en la nota final será del 50%, del que el 75% (es decir, el 37,5% del total) corresponderá a la exposición en las clases prácticas y el 25% (es decir, el 12,5% del total) corresponderá a la exposición en los seminarios. Estos porcentajes se corresponden con los porcentajes de clases prácticas y seminarios.

Examen teórico-práctico teniendo en cuenta la exposición de los ejemplos hecha por cada alumno. La proporción en que ésta prueba influirá en la nota final será del 50%.

BIBLIOGRAFÍA

- John M. Lee, Introduction to Riemannian Manifolds, Springer-Verlag, 2018. Acceso libre desde la UV en dirección: https://link.springer.com/book/10.1007%2F978-3-319-91755-9.

- I. Chavel, Riemannian geometry, a modern introduction, Cambridge Tracts in Mathematics, 108. Cambridge University Press, Cambridge, 1993.

- M. P. do Carmo, Riemannian Gometry, Birkhauser, 1992.

- N. J. Hicks, Notes on Differential Geometry, Van Nostrand, 1965.

- B. O'Neill, Semi-Riemannian Geometry with applications to relativity, Pure Appl. Math., 103. Academic Press, New York-London, 1983.

- S. Sternberg, Semi-Riemann Geometry and General Relativity http://www.math.harvard.edu/~shlomo/docs/semi_riemannian_geometry.pdf

- S. Sternberg, Curvature in Mathematics and Physics Dover, 2012.

- P. Petersen, Riemannian Geometry Springer, 2006

- M. Spivak, A comprehensive introduction to Differential Geometry vol. 1 a 5, Publish or Perish 1975, 1999.

- T. Sakai, Riemannian Geometry, American Math. Soc., 1996

- M. Berger, A Panoramic View of Riemannian Geometry, Springer, 2003

- M. Berger, P. Gauduchon, E. Mazet, Le spectre dune variété riemanniene, Springer, 1971

- Lee, Jeffrey M., Manifolds and differential geometry, American Mathematical Society, 2009, Biblioteca de Ciencias.

- Iva Stavrov, Curvature of Space and Time, with an Introduction to Geometric Analysis, American Mathematical Society , 2021.