

**FITXA IDENTIFICATIVA****DADES DE L'ASSIGNATURA**

**Codi:** 34180  
**Nom:** Geometria diferencial  
**Cicle:** Grau  
**Crèdits ECTS:** 6  
**Curs acadèmic:** 2026-27

**TITULACIONS**

Titulació	Centre	Curs	Període
1107 - Grau Matemàtiques	Facultat de Ciències Matemàtiques	4	Primer quadrimestre

**MATÈRIES**

Titulació	Matèria	Caràcter
1107 - Grau Matemàtiques	Seminario de Topología y Geometría Diferencial	OPTATIVA

**COORDINACIÓ**

MONTERDE GARCIA-POZUELO JUAN LUIS

**RESUM**

Introducció a les varietats diferenciables, varietats tangent i cotangent, aplicacions diferenciables entre varietats, càlcul en varietats diferenciables i geometria de Riemann. Camps vectorials, introducció al càlcul tensorial, derivada de Lie, diferencial exterior, mètriques, longituds, angles, volums, connexió de Levi-Civita; geodèsiques, curvatura, relació de la curvatura amb la geometria i la topologia. Especial èmfasi en els exemples, en com els conceptes i teoremes es realitzen en exemples model de la geometria o la Física, amb enfocaments que poden ser més analítics o més algebraics.

gebraics.

**CONEIXEMENTS PREVIS****RELACIÓ AMB ALTRES ASSIGNATURES DE LA MATEIXA TITULACIÓ**

No s'ha especificat restriccions de matrícula amb altres assignatures del pla d'estudis.

**ALTRES TIPUS DE REQUISITS**

El curs començarà des de zero, de manera que no cal haver aprovat l'assignatura de Geometria Diferencial Clàssica (GDC), encara que es pot gaudir més aquesta optativa si, almenys, ja s'ha cursat GDC o es cursa



simultàniament.

Altra assignatura relacionada és l'Anàlisi III, no tot, sinó la part que es refereix a la integració en varietats, perquè en ella s'explica el que són les subvarietats d'un espai euclidià, que són exemples immediats de varietats de Riemann

## COMPETÈNCIES / RESULTATS D' APRENTATGE

### 1107 - Grau Matemàtiques

Aprendre de manera autònoma.

Conèixer el moment i el context històric en què s'han produït les grans contribucions de dones i homes al desenvolupament de les matemàtiques.

Expressar-se matemàticament de forma rigorosa i clara.

Posseir i comprendre els coneixements matemàtics.

Resoldre problemes que requerisquen l'ús d'eines matemàtiques.

Saber aplicar els coneixements al món professional.

Saber treballar en equip.

Tenir capacitat d'anàlisi i de síntesi.

Tenir capacitat de crítica.

Visualitzar i interpretar les solucions que s'obtinguen.

## DESCRIPCIÓ DE CONTINGUTS

### 1. Varietats diferenciables

1.0.- Preliminars:

1.1.- Definició de varietat diferenciable i una aplicació diferenciable entre varietats.

1.2.- Varietats tangent i cotangent

1.3.- Subvarietats.



## 2. Càlcul en varietats diferenciables

- 2.1 Els camps vectorials sobre una varietat i les seves corbes integrals des d'un punt de vista conceptual i pràctic.
- 2.2 Introducció al càlcul tensorial sobre varietats diferenciables.
- 2.3.- La derivada de Lie.
- 2.4.- La diferencial exterior.

## 3. Mètriques riemannianes

- 3.1.- Motivació: mètriques sobre el pla i el toro pla.
- 3.2.- Mètrica sobre una varietat diferenciable.
- 3.3.- Longituds, angles i volums.
- 3.4.- Existència de mètriques de Riemann.
- 3.5.- Exemples.

## 4. Geodèsiques

- 4.1.- Geodèsiques bé i malament parametritzades.
- 4.2.- Coordenades normals i coordenades geodèsiques esfèriques.
- 4.3.- Lema de Gauss.

## 5. Curvatura

- 5.1.- Tensor curvatura.
- 5.2.- Curvatura seccional.
- 5.3.- Formalisme de Cartan.
- 5.4.- Equació de Gauss d'una subvarietat.
- 5.5.- Curvatura de Ricci i curvatura escalar.
- 5.6.- Curvatura seccional constant.
- 5.7.- Espais d'Einstein.



## 6. Varietats completes

- 6.1.- Distància associada a la mètrica de Riemann.
- 6.2.- Completesa geodèsica.
- 6.3.- Teorema de Hopf-Rinow.
- 6.4.- Completesa dels exemples.

### VOLUM DE TREBALL (HORES)

#### ACTIVITATS PRESENCIALS

Activitat	Hores
Teoria	30,00
Pràctiques a l'aula	15,00
Altres activitats	15,00
<b>Total hores</b>	<b>60,00</b>

#### ACTIVITATS NO PRESENCIALS

Activitat	Hores
Assistència a altres activitats	0,00
Elaboració de treballs individuals o en grup	0,00
Estudi i treball autònom	0,00
Preparació de classes	80,00
Preparació d'activitats d'avaluació	10,00
Resolució de casos pràctics	0,00
<b>Total hores</b>	<b>90,00</b>

### METODOLOGIA DOCENT

Classes teòriques presencials amb assistència no obligatòria. Es fomentarà la participació de l'alumne, tractant de corregir dos defectes que solen tenir els alumnes: por a preguntar i por a quedar en ridícul per haver donat una resposta falsa. Classes pràctiques presencials donades pels propis alumnes. Consistiran en l'exposició detallada dels exemples que hauran preparat prèviament de manera individual sota la guia del professor. Seminaris de discussió sobre els exemples explicats pels alumnes, amb preguntes, suggeriments i correccions per part dels alumnes que no han explicat aquest exemple i per part del professor.

t del professor.

### AVALUACIÓ

**Sistema d'avaluació de l'assignatura**

Avaluació de l'exposició dels exemples per part dels alumnes a les classes pràctiques i als seminaris. La proporció en què aquesta prova influirà en la nota final serà del 50%, del qual el 75% (és a dir, el 37,5% del total) correspondrà a l'exposició a les classes pràctiques i el 25% (és a dir, el 12,5% del total) correspondrà a l'exposició als seminaris. Aquests percentatges es corresponen amb els percentatges de classes pràctiques i seminaris.

Examen teórico-pràctic tenint en compte l'exposició dels exemples feta per cada alumne. La proporció en què aquesta prova influirà a la nota final serà del 50%.

ve; a la nota final serà del 50%.

**BIBLIOGRAFIA**

- John M. Lee, Introduction to Riemannian Manifolds, Springer-Verlag, 2018. Acceso libre desde la UV en dirección: <https://link.springer.com/book/10.1007%2F978-3-319-91755-9>.
- I. Chavel, Riemannian geometry, a modern introduction, Cambridge Tracts in Mathematics, 108. Cambridge University Press, Cambridge, 1993.
- M. P. do Carmo, Riemannian Geometry, Birkhauser, 1992.
- N. J. Hicks, Notes on Differential Geometry, Van Nostrand, 1965.
- B. O'Neill, Semi-Riemannian Geometry with applications to relativity, Pure Appl. Math., 103. Academic Press, New York-London, 1983.
- S. Sternberg, Semi-Riemann Geometry and General Relativity <http://www.math.harvard>.



[edu/~shlomo/docs/semi\\_riemannian\\_geometry.pdf](http://edu/~shlomo/docs/semi_riemannian_geometry.pdf)

- S. Sternberg, Curvature in Mathematics and Physics Dover, 2012.
- P. Petersen, Riemannian Geometry Springer, 2006
- M. Spivak, A comprehensive introduction to Differential Geometry vol. 1 a 5, Publish or Perish 1975, 1999.
- T. Sakai, Riemannian Geometry, American Math. Soc., 1996
- M. Berger, A Panoramic View of Riemannian Geometry, Springer, 2003
- M. Berger, P. Gauduchon, E. Mazet, Le spectre dune variété riemanniene, Springer, 1971
- Lee, Jeffrey M., Manifolds and differential geometry, American Mathematical Society, 2009, Biblioteca de Ciencias.
- Iva Stavrov, Curvature of Space and Time, with an Introduction to Geometric Analysis, American Mathematical Society , 2021.