

**FICHA IDENTIFICATIVA****DATOS DE LA ASIGNATURA****Código:** 36586**Nombre:** Análisis matemático II F-M**Ciclo:** Grado**Créditos ECTS:** 12**Curso académico:** 2026-27**TITULACIONES**

Titulación	Centro	Curso	Periodo
1928 - Doble Grado en Física y Matemáticas	Facultat de Ciències Matemàtiques	2	Anual

**MATERIAS**

Titulación	Materia	Carácter
1928 - Doble Grado en Física y Matemáticas	Segundo Curso (Obligatorio)	OBLIGATORIA

**COORDINACIÓN**

MOLL CEBOLLA JOSE SALVADOR

**RESUMEN**

El dominio del cálculo diferencial e integral de las funciones de varias variables reales es una de las bases de la formación matemática. Un objetivo del segundo curso del Grado en Matemáticas ha de ser la comprensión de los conceptos y la fluidez en el uso de las técnicas básicas de esta materia.

La asignatura se divide en dos partes, cada una de ellas impartida en un cuatrimestre y sirve de base e instrumento para el estudio de otros temas más avanzados tanto en Análisis Matemático como en Geometría, Matemática Aplicada y en Estadística, que se abordan en cursos posteriores. En la primera parte se estudia el Cálculo Diferencial, que se desarrolla para funciones definidas entre espacios euclídeos de dimensión finita. La segunda parte del curso se dedica al estudio de la Integral de Lebesgue.

**CONOCIMIENTOS PREVIOS****RELACIÓN CON OTRAS ASIGNATURAS DE LA MISMA TITULACIÓN**



No se han especificado restricciones de matrícula con otras asignaturas del plan de estudios.

## OTROS TIPOS DE REQUISITOS

Álgebra Lineal y Geometría I F-M, Análisis Matemático I F-M

## COMPETENCIAS / RESULTADOS DE APRENDIZAJE

## DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS

### 1. Espacios euclídeos de dimensión finita

1.1  $\mathbb{R}^n$  como espacio euclídeo, normado y métrico.

Producto escalar y norma euclídea en  $\mathbb{R}^n$ . Norma en  $\mathbb{R}^n$ . Distancia en  $\mathbb{R}^n$ . Conceptos topológicos. Distancia de un punto a un conjunto. Distancia entre conjuntos. Conjuntos acotados.

1.2 Convergencia en  $\mathbb{R}^n$ .

Sucesiones convergentes. Caracterización sucesional de los puntos adherentes y de acumulación de un conjunto.

1.3 Compacidad en  $\mathbb{R}^n$ .

Subconjuntos compactos, relativamente compactos y acotados.

### 2. Funciones continuas de varias variables.

2.1 Funciones entre espacios euclídeos de dimensión finita. Límites de funciones. Definición de límite de una función en un punto de acumulación de su dominio. Caracterización sucesional del límite. Proyecciones. Funciones coordenadas. Propiedades aritméticas de los límites. Continuidad de una función en un punto y en un conjunto. Aplicaciones lineales.

2.2 Funciones complejas. Continuidad. Ramas uniformes del argumento.

2.3 Continuidad uniforme: Definición, teorema de Heine-Cantor

### 3. Diferenciación de funciones.

3.1 Derivadas direccionales y diferencial. Unicidad de la diferencial. Relación entre la continuidad, la diferenciabilidad y la existencia de las derivadas direccionales. Matriz Jacobiana y vector gradiente.

3.2 Diferenciabilidad compleja. Ecuaciones de Cauchy-Riemann.

3.3 La regla de la cadena: funciones de variable real y de variable compleja.

3.4 El teorema del valor medio y consecuencias.

### 4. Derivadas de orden superior

4.1 Derivadas parciales de orden superior. Funciones de clase  $C^k$ . Una condición suficiente de



diferenciabilidad. Teoremas de las derivadas cruzadas.

4.2 La fórmula de Taylor: Desarrollos de Taylor. Acotación del resto de Taylor. Aplicaciones.

4.3 Extremos locales de funciones de varias variables. Puntos críticos. Condiciones suficientes para extremos relativos. Matriz Hessiana.

## 5. Los teoremas de la función inversa y la función implícita

5.1 Funciones con Jacobiano no nulo.

5.2 Teorema de la función inversa: funciones de variable real y de variable compleja. Difeomorfismos.

5.3 Teorema de la función implícita

## 6. Extremos condicionados y multiplicadores de Lagrange. Aplicaciones

## 7. Funciones integrables Lebesgue

7.1 Conjuntos nulos: Rectángulos en  $\mathbb{R}^n$ . Medida de un rectángulo. Conjuntos nulos: Ejemplos.

7.2 Funciones escalonadas: Función característica de un conjunto. Funciones escalonadas. Integral de Lebesgue para funciones escalonadas. Propiedades.

7.3 Funciones superiores. Integral de una función superior.

7.4 Funciones integrables Lebesgue. Propiedades.

7.5 Caracterización de las funciones integrables Riemann. Teorema de Lebesgue-Vitali. Integral impropia de Riemann.

## 8. Teoremas de convergencia

8.1 Teorema de convergencia monótona.

8.2 Teorema de convergencia dominada.

8.3 Lema de Fatou.

## 9. Teorema de Fubini y aplicaciones.

## 10. Funciones medibles y medida de Lebesgue

10.1 Funciones medibles: Ejemplos y propiedades.

10.2 Criterio de integrabilidad de Tonelli-Hobson.

10.3 Conjuntos medibles. La medida de Lebesgue en  $\mathbb{R}^n$ : Propiedades.

10.4 Medibilidad de los conjuntos abiertos.

10.5 Ejemplo de un conjunto no medible.

10.6 Integración paramétrica.

10.7 Funciones eulerianas.



## 11. Transformación de integrales

- 11.1 Transformación de coordenadas.
- 11.2 Fórmula del cambio de variable.

## 12. Medida exterior de Lebesgue

- 12.1 Medida exterior y regularidad.
- 12.2 Teoremas de Egorov y de Luzin.
- 12.3 Caracterización de las funciones medibles.
- 12.4 Teorema del recubrimiento de Vitali.

## VOLUMEN DE TRABAJO (HORAS)

### ACTIVIDADES PRESENCIALES

Actividad	Horas
Teoría	60,00
Prácticas en aula	45,00
Otras actividades	15,00
<b>Total horas</b>	<b>120,00</b>

### ACTIVIDADES NO PRESENCIALES

Actividad	Horas
Asistencia a otras actividades	0,00
Elaboración de trabajos individuales o en grupo	25,00
Estudio y trabajo autónomo	55,00
Preparación de clases	40,00
Preparación de actividades de evaluación	60,00
Resolución de casos prácticos	0,00
<b>Total horas</b>	<b>180,00</b>

## METODOLOGÍA DOCENTE

1. Se introducirá gradualmente y se desarrollará el contenido teórico y práctico de cada tema y las herramientas adecuadas para la resolución de problemas.
2. En las clases prácticas se aplicarán los conceptos expuestos en las clases teóricas, para abordar cuestiones o resolver problemas.
3. Se propondrán colecciones de resultados, cuestiones y problemas para su estudio. Este estudio será tutelado y evaluado. En las clases de problemas preferentemente se resolverán y corregirán los ejercicios propuestos.



- Utilizaremos un paquete informático de cálculo simbólico que ayude en la comprensión conceptual y visualización, así como en la resolución de determinados problemas y que sirva como método de experimentación para proporcionar conocimiento intuitivo.

## EVALUACIÓN

Cada estudiante tendrá que demostrar el conocimiento de los conceptos básicos y la adquisición de las competencias de la materia mediante la realización de exámenes teórico-prácticos. También se valorará su capacidad para abordar las cuestiones o resolver los problemas propuestos por el profesorado.

Se realizará la evaluación mediante:

- Exámenes teóricos escritos en los que se medirá tanto la adquisición de conocimientos como la capacidad de redacción y de rigor en las demostraciones, así como la resolución de cuestiones. Exámenes prácticos escritos en los que se evaluará la capacidad de resolución de problemas y ejercicios. Habrá dos exámenes a lo largo del curso (mitad y final de curso). En cada examen habrá una parte teórica y otra práctica que supondrán cada una el cincuenta por ciento de la nota, y se hará la media siempre que cada nota supere los tres puntos sobre diez. La compensación entre parciales se hará siempre que la nota de cada uno de ellos sea mayor o igual a cuatro puntos sobre diez. Los estudiantes que se presenten en el examen final de toda la asignatura, para aprobar este Bloque, además de obtener un mínimo de 3 sobre 10 en cada una de las partes de teoría y práctica, deberán obtener una nota mínima de 4 sobre 10 al realizar la media aritmética de teoría y práctica de cada cuatrimestre. En caso contrario, la nota del examen será el mínimo entre la nota del estudiante y 3,9.
- Se valorará la participación en las tareas o controles propuestos por el profesorado (10% de la nota), siempre que la nota de los exámenes supere un mínimo de cuatro puntos.
- Se valorará la participación en los seminarios (10% de la nota), siempre que la nota de los exámenes supere un mínimo de cuatro puntos.

## BIBLIOGRAFÍA

- Mazón, J. M, Cálculo diferencial: Teoría y problemas, Publicacions de la Universitat de València, 2008.
- Mazón, J. M, La integral de Lebesgue en RN. Teoría y problemas, Publicacions de la Universitat de València, 2017.

### Bibliografía complementaria

- Apostol, T.M., Análisis Matemático, Editorial Reverté, 1977.
- De Burgos, J. ,Cálculo infinitesimal de varias variables. Ed. McGraw-Hill, 1995.
- Del Castillo, F. Análisis Matemático II. Ed. Alhambra, 1989.
- Ortega, J. M. Introducció a l'Anàlisi Matemàtica. Manuals de la Universitat Autònoma de



Barcelona, 1993.

- Tao, T. Analysis II, Third Edition, Texts and Readings in Mathematics, Springer, 2016
- Weir, A.J. Lebesgue Integration and Measure, Cambridge University Press, 1973.