# FICHA IDENTIFICATIVA

## DATOS DE LA ASIGNATURA

**Código:** 36591
**Nombre:** Espacios de Hilbert y series de Fourier
**Ciclo:** Grado
**Créditos ECTS:** 6
**Curso académico:** 2025-26

## TITULACIONES

| Titulación | Centro | Curso | Periodo |
|---|---|---|---|
| 1928 - Doble Grado en Física y Matemáticas | Facultat de Física | 3 | Segundo cuatrimeste |

## MATERIAS

| Titulación | Materia | Carácter |
|---|---|---|
| 1928 - Doble Grado en Física y Matemáticas | Tercer Curso (Obligatorio) | OBLIGATORIA |

## COORDINACIÓN

GALBIS VERDU ANTONIO

GARCIA FALSET JESUS

# RESUMEN

La primera parte contiene una introducción a la teoría de los espacios de Hilbert, con especial énfasis en el estudio de la proyección ortogonal y los desarrollos de Fourier respecto de un sistema ortonormal. A continuación nos centramos en los desarrollos en serie de Fourier respecto del sistema trigonométrico de funciones periódicas en la recta real. Se estudian los núcleos de Dirichlet y Féjer y se obtienen algunos resultados relativos a la convergencia de las series. La asignatura se completa con el estudio de las propiedades básicas de la transformada de Fourier y el teorema de muestreo de Shannon.

# CONOCIMIENTOS PREVIOS

## RELACIÓN CON OTRAS ASIGNATURAS DE LA MISMA TITULACIÓN

No se han especificado restricciones de matrícula con otras asignaturas del plan de estudios.

## OTROS TIPOS DE REQUISITOS

Análisis Matemático I F-M, Análisis matemático II F-M

## COMPETENCIAS / RESULTADOS DE APRENDIZAJE

## DESCRIPCIÓN DE CONTENIDOS

### 1. Espacios de Hilbert

Espacio prehilbertiano. Desigualdades de Cauchy-Schwartz y Minkowski. Norma asociada. Identidad del paralelogramo. Espacios l2 y L2(omega)

### 2. Aproximación óptima

Distancia de un punto a un conjunto convexo cerrado. Proyección ortogonal y descomposición ortogonal. Teorema de representación de Riesz. Teoremas de Stampacchia y Lax-Milgram.

### 3. Sistemas ortonormales

El sistema trigonométrico en L2(T). Desigualdad de Bessel. Método de Gram-Schmidt. Sistemas ortonormales maximales. Identidad de Parseval. Coeficientes de Fourier. Teorema de Riesz-Fisher.

### 4. Series de Fourier en L1(T)

Núcleos de Dirichlet y Fejér. Convergencia de las medias Césaro en C(T). Lema de Riemann-Lebesgue. Completitud del sistema trigonométrico. Convergencia puntual de una serie de Fourier: teorema de localización de Riemann y convergencia a la media del salto cuando hay límites y derivadas laterales.

### 5. Transformada de Fourier en L1(Rn)

Los operadores de traslación y modulación. Transformada y convolución. La transformada de una gaussiana. Aproximantes de la identidad. Delta de Dirac y función de Heaviside. Fórmula de inversión. Teorema del muestreo de Shannon: ancho de banda de una señal y frecuencia de Nyquist.

## VOLUMEN DE TRABAJO (HORAS)

### ACTIVIDADES PRESENCIALES

| Actividad | Horas |
|---|---|
| Teoría | 30,00 |
| Prácticas en aula | 22,50 |
| Otras actividades | 7,50 |
| **Total horas** | **60,00** |

### ACTIVIDADES NO PRESENCIALES

| Actividad | Horas |
|---|---|
| Asistencia a otras actividades | 0,00 |
| Elaboración de trabajos individuales o en grupo | 10,00 |
| Estudio y trabajo autónomo | 0,00 |
| Preparación de clases | 40,00 |
| Preparación de actividades de evaluación | 40,00 |
| Resolución de casos prácticos | 0,00 |
| **Total horas** | **90,00** |

## METODOLOGÍA DOCENTE

Se introducirá gradualmente y se desarrollará el contenido teórico y práctico de cada tema y las herramientas adecuadas para la resolución de problemas.

En las clases prácticas se aplicarán los conceptos expuestos en las clases teóricas, para abordar cuestiones o resolver problemas.

Se propondrán colecciones de resultados, cuestiones y problemas para su estudio. Este estudio será tutelado y evaluado. En las clases de problemas preferentemente se resolverán y corregirán los ejercicios propuestos.

## EVALUACIÓN

Cada estudiante deberá demostrar el conocimiento de los conceptos básicos y la adquisición de las competencias de la materia mediante la realización de exámenes teórico-prácticos. También se valorará su capacidad para abordar las cuestiones o resolver los problemas propuestos por el profesorado.

Se realizará la evaluación mediante:

1. Un examen a final de curso, que consistirá en una parte teórica y otra práctica que supondrán cada una el cincuenta por ciento de la nota, y se hará la media siempre que cada nota supere los tres puntos sobre diez. Un el examen teórico se medirá tanto la adquisición de conocimientos como la capacidad de redacción y de rigor en las demostraciones, así como la resolución de cuestiones. En el examen práctico se evaluará la capacidad de resolución de problemas y ejercicios.
2. Se valorará la participación en las tareas o controles propuestos por el profesorado (10% de la nota), siempre que la nota de los exámenes supere un mínimo de cuatro puntos.
3. Se valorará la participación en los seminarios (10% de la nota), siempre que la nota de los exámenes supere un mínimo de cuatro puntos.

## BIBLIOGRAFÍA


- J. Cerdá ; Intoducció a l'Anàlisi Funcional. Publicacions i Edicions de la Universitat de Barcelona, 2005.
- K. Saxe; Beginning functional analysis. Undergraduate Texts in Mathematics. Springer-Verlag, New York, 2002.
- E.M. Stein, R. Shakarchi; Fourier Analysis: an Introduction, Princeton Lectures on Analysis, 2003.
- J. Duoandikoetxea; Lecciones sobre las series y las transformadas de Fourier. https://www.ugr.

es/~acanada/docencia/matematicas/analisisdefourier/Duoandikoetxeafourier.pdf
- G.B. Folland; Fourier analysis and its applications; Brooks/Cole Publishing, 1992.
- M.Carmen Fernández, Antonio Galbis-Verdú; Espacios de Hilbert y análisis de Fourier; PUV (Universitat de València), 2024.

Bibliografía complementaria:

- T.W. Körner, Fourier Analysis, Cambridge University Press, 1988.
- B. Cascales, J.M. Mira, J. Orihuela, M. Raja; Análisis funcional. Ediciones Electolibris, 2012.