

**FITXA IDENTIFICATIVA****DADES DE L'ASSIGNATURA****Codi:** 44078**Nom:** Seminari d'anàlisi matemàtica**Cicle:** Màster Universitari Oficial**Crèdits ECTS:** 3**Curs acadèmic:** 2025-26**TITULACIONS**

| Titulació  | Centre                               | Curs | Període             |
|--|--------------------------------------|------|---------------------|
| 2183 - Màster Universitari en Investigació Matemàtica                              | Facultat de Ciències Matemàtiques    | 1    | Primer quadrimestre |
| 2903 - Doble M.U. Professor Educació Secundària (matemàtiques) i Invest.Matemàtica | Facultat de Formació del Professorat | 2    | Primer quadrimestre |

**MATÈRIES**

| Titulació  | Matèria                              | Caràcter |
|--|--------------------------------------|----------|
| 2183 - Màster Universitari en Investigació Matemàtica                              | Intensificació matemàtica fonamental | OPTATIVA |
| 2903 - Doble M.U. Professor Educació Secundària (matemàtiques) i Invest.Matemàtica |                                      |          |

**COORDINACIÓ**

GARCIA FALSET JESUS

SEGURA DE LEON SERGIO

**RESUM**

El camp on es desenvolupa la recerca en Anàlisi Matemàtica és, en la major part dels casos, el dels espais de Banach. Aquests s'introdueixen en els estudis de grau i és necessari completar els principis bàsics que inclouen el teorema de Hahn-Banach, el teorema del gràfic tancat i el principi de limitació uniforme. Una altra eina essencial és l'anomenada topologia dèbil. Es desenvoluparan exemples fonamentals d'espais de Banach.

La determinació de punts crítics, eventualment extrems, de funcionals reals definits en certs espais de funcions és a la base de molts problemes d'economia, mecànica, hidrodinàmica, elasticitat, etc. El Càlcul de Variacions clàssic estudia funcionals de tipus integral, amb el seu origen en determinats problemes físics plantejats al segle XVII.

L'objectiu del Càlcul Variacional és l'estudi de la possible existència d'extrems de funcionals de tipus



integral, així com el càlcul efectiu o l'aproximació d'aquests. Ens trobem davant d'una àrea extensa dins de l'Anàlisi Funcional No Lineal.

Els objectius del curs que ens ocupa són:

Coneixement d'algunes de les tècniques bàsiques del tema, accessibles des dels cursos de la llicenciatura, amb especial èmfasi en el Teorema d'Euler-Lagrange i els seus pre-requisits.

Familiaritat amb la resolució d'alguns dels exemples clàssics (braquistòcrona, problemes de línies més curtes, etc.). Capacitat de modelitzar altres problemes físics senzills.

Coneixement d'algunes de les connexions dels problemes de desigualtats variacionals amb altres teoremes d'existència clàssics en Anàlisi.

## CONEXIMENTS PREVIS

### RELACIÓ AMB ALTRES ASSIGNATURES DE LA MATEIXA TITULACIÓ

No s'ha especificat restriccions de matrícula amb altres assignatures del pla d'estudis.

### ALTRES TIPUS DE REQUISITS

Com a requisits per cursar l'assignatura, s'assumirà que l'estudiant coneix les nocions bàsiques d'Anàlisi Funcional, així com el contingut de les matèries obligatòries i troncal d'Anàlisi que s'imparteixen en un grau en Matemàtiques. Entre ells, els continguts de càlcul diferencial i integral de funcions de diverses variables i els límits de successions i sèries.

## COMPETÈNCIES / RESULTATS D'APRENTATGE

-

Capacitat per integrar coneixements i formular judicis.

Posseir i comprendre coneixements que aportin una base o oportunitat de ser originals en el desenvolupament i / o aplicació d'idees, sovint en un context de recerca.

Que els estudiants compreguen els conceptes i les demostracions rigoroses de teoremes fonamentals d'alguna de les àrees específiques de les Matemàtiques.

Que els estudiants compreguen els conceptes i les demostracions rigoroses de teoremes fonamentals d'àrees transversals de les Matemàtiques.

Que els estudiants posseïsquen la capacitat per a enunciar i verificar proposicions en alguna de les àrees de les Matemàtiques i per a transmetre els coneixements matemàtics adquirits, oralment i per escrit.

Que els estudiants posseïsquen les habilitats d'aprenentatge que els permeten continuar estudiant d'una forma que haurà de ser en gran manera autodirigida o autònoma.



Que els estudiants sàpiguen aplicar els coneixements adquirits i la seua capacitat de resolució de problemes en entorns nous o poc coneguts dins de contextos més amplis (o multidisciplinaris) relacionats amb la seua àrea d'estudi.

Que els estudiants siguen capaços d'aplicar els resultats i tècniques apreses per a la resolució de problemes complexos d'alguna de les àrees de les Matemàtiques, en contextos acadèmics o professionals.

Que els estudiants siguen capaços d'integrar coneixements i afrontar la complexitat de formular judicis a partir d'una informació que, sent incompleta o limitada, incloga reflexions sobre les responsabilitats socials i ètiques vinculades a l'aplicació dels seus coneixements i judicis.

Que els estudiants siguen capaços de comprendre de manera autònoma articles d'investigació o innovació en alguna de les àrees de les Matemàtiques.

Que els estudiants tinguen capacitat per a elaborar i desenvolupar raonaments logic/matemàtics i identificar errors en raonaments incorrectes.

## DESCRIPCIÓ DE CONTINGUTS

### 1. Generalitats sobre espais de Banach

S'introdueixen o es recorden les nocions bàsiques d'espais normats i de Banach. Es descriuen els exemples més rellevants de la teoria com ara els espais de successions, funcions integrables i funcions derivables.

### 2. Principis bàsics de l'Anàlisi Funcional

Es demostren els tres principis fonamentals: els teoremes de Hahn-Banach, del gràfic tancat i de Banach-Steinhaus. Es presenten les seues conseqüències més importants.

### 3. Topologia feble

Es defineix la topologia feble en un espai de Banach i s'estudien les seues propietats més importants, amb atenció especial als conjunts feblement compactes.

### 4. Complements de Càlcul Diferencial

S'introdueixen les nocions de diferencial de Gateaux i de Frechet, se'n estudiarà la relació i també es donaran aplicacions d'aquests conceptes.



## 5. Equacions d'Euler-Lagrange. Aplicació. Lemes Variacionals

S'obtidran les condicions necessàries per minimitzar un funcional integral, veient que aquestes condueixen a les equacions d'Euler-Lagrange. S'estudiaran, entre altres, els problemes clàssics de la Braquistòcrona i de la determinació de geodèsiques sobre una esfera.

## 6. Extrems condicionats: Teorema d'Euler-Lagrange

Es considera l'estudi del problema d'optimització condicionada en espais funcionals. Aplicarem el teorema d'Euler-Lagrange per a l'estudi de problemes isoperimètrics, així com determinats problemes d'optimització que es poden reformular com a problemes de desigualtats variacionals.

### VOLUM DE TREBALL (HORES)

#### ACTIVITATS PRESENCIALS

| Activitat          | Hores        |
|--------------------|--------------|
| Teoria             | 30,00        |
| <b>Total hores</b> | <b>30,00</b> |

#### ACTIVITATS NO PRESENCIALS

| Activitat                                    | Hores        |
|--|--------------|
| Assistència a altres activitats              | 0,00         |
| Elaboració de treballs individuals o en grup | 15,00        |
| Estudi i treball autònom                     | 30,00        |
| Preparació de classes                        | 0,00         |
| Preparació d'activitats d'avaluació          | 0,00         |
| Resolució de casos pràctics                  | 0,00         |
| <b>Total hores</b>                           | <b>45,00</b> |

### METODOLOGIA DOCENT

Exposició tradicional, combinada amb la realització per part de l'estudiant de pràctiques que consisteixen principalment en la resolució d'exercicis temàtics i problemes.

lemes.

### AVALUACIÓ

Es valorarà la solució per part de cadascun dels estudiants d'una col·lecció individualitzada d'exercicis, així com l'exposició oral d'algun d'aquests exercicis.

ercicis.



## BIBLIOGRAFIA

- E. Giusti, Direct Methods in the Calculus of Variations, World. Scientific, 2003.
- J. L. Troutman, Variational Calculus with Elementary Convexity, Springer-Verlag, 1983
- Conway, John B. A course in functional analysis. Second edition. Graduate Texts in Mathematics, 96. Springer-Verlag, New York, 1990.
- Megginson, Robert E. An introduction to Banach space theory. Graduate Texts in Mathematics, 183. Springer-Verlag, New York, 1998
- E. Zeidler, Applied Functional Análisis, Main Principles and their applicatoions, Col. Applied Mathematical Sciences, vols. 108 y 109, Springer Verlag, 1995.
- E. Zeidler, Nonlinear Functional Analysis and its Aplicacions III, Variational Methods and Optimization, Springer Verlag, 1984.
- Jameson, G. J. O. Topology and normed spaces. Chapman and Hall, London; Halsted Press [John Wiley & Sons], New York, 1974