

## **Efectos del error de medida aleatorio en modelos de ecuaciones estructurales con y sin variables latentes\***

A. Oliver\*, J. M. Tomás\*, P. M. Hontangas\*, A. Cheyne\*\* y S.J. Cox\*\*

\* Universitat de València

\*\* Loughborough University

Se estudia el efecto que presenta el error de medida aleatorio sobre las estimaciones en regresión múltiple, modelos de ecuaciones estructurales con variables observables, y modelos de ecuaciones estructurales con variables latentes. Se analizan datos observados correspondientes a 2719 trabajadores y datos generados por simulación Monte Carlo. El experimento Monte Carlo introduce tres variables manipuladas: número de indicadores, con tres niveles, 2, 4 y 6 indicadores; magnitud de las saturaciones factoriales, 0.4, 0.6 y 0.8; y tipo de modelo, con dos niveles, modelo con variables observables y modelo con variables latentes. Los resultados muestran ausencia de sesgo para todas las condiciones de número de indicadores y saturaciones en los modelos con variables latentes. Por su parte, el modelo con variables observables tiene un fuerte sesgo que aumenta conforme disminuye el número de indicadores y aumenta el error de medida aleatorio. Los datos reales también muestran diferencias importantes entre las técnicas con variables observables y el modelo de ecuaciones estructurales con variables latentes.

**Palabras clave:** Error de medida aleatorio, estimación, modelos de ecuaciones estructurales recursivos, simulación Monte Carlo.

La existencia de error de medida aleatorio en las variables presenta efectos que se manifiestan al utilizar técnicas de extendido uso como correlación, regresión, análisis de varianza, etc (por ejemplo, Schmidt & Hunter, 1996). En disciplinas como la psicometría o econometría, es un

---

\* El presente trabajo se enmarca dentro del proyecto PB 96-0791 del Programa Sectorial de Promoción General del Conocimiento subvencionado por la DGES, y en sendos proyectos concedidos a los dos primeros autores por subprograma SEUID (MEC)-Royal Society de Londres. Una versión preliminar de este trabajo fue presentada en la *VI Conferencia Española de Biometría* celebrada en Córdoba en septiembre de 1997. Correspondencia dirigirla a Amparo Oliver. Depto. Metodología CC del Comportamiento. Facultad de Psicología. Av. Blasco Ibáñez, 21, 46010, Valencia (Spain), e-mail:oliver@uv.es

tema cubierto por los manuales de referencia habitual, y sin embargo en la práctica se reconoce muy poco su efecto, y los hallazgos no se hacen relativos a la cuantía de la varianza de error en las variables. Es conocido que en áreas aplicadas, las variables observables presentan frecuentemente fiabilidades menores de 0.80 e incluso pueden encontrarse con relativa facilidad valores menores de 0.70 como ponen de relieve, entre otros, Williams y James (1994), con el consecuente posible sesgo en las estimaciones. En parte se ignora el efecto de los errores de medida en las variables porque resulta difícil conseguir estimadores consistentes en estos casos (Maddala, 1988).

La atenuación que se produce en la relación entre tests y criterios, documentada tempranamente en la literatura (Spearman, 1904, 1907), es sólo un efecto a nivel univariado del error de medida aleatorio. Las fórmulas de corrección por atenuación se desarrollaron precisamente para eliminar a posteriori, y contando con estimaciones de la fiabilidad de test y del criterio, esta atenuación, estimando la verdadera correlación existente entre tests y criterios en ausencia de este error de medida aleatorio. Estas fórmulas de corrección por atenuación tienen una larga tradición y pueden consultarse en cualquiera de los manuales psicométricos clásicos (por ejemplo, Gulliksen, 1950; Lord y Novick, 1968). A pesar de su larga tradición, la corrección por atenuación sigue siendo un problema de investigación controvertido (Muchinsky, 1996). Incluso algunos autores la “acusar” de llevar a los investigadores a un mundo de fantasía (Pedhazur y Schmelkin, 1991). En Muchinsky (1996) se presenta una revisión exhaustiva de la corrección por atenuación, aplicaciones en meta-análisis y teoría de la generalizabilidad.

En modelos uniecuacionales con un único predictor, como regresión lineal simple, se puede derivar analíticamente el efecto del error de medida aleatorio sobre la estimación de los parámetros. Si la variable medida sin error es la variable criterio o dependiente no se produce ningún problema en la estimación. Si la variable independiente o predictora se mide con error, la estimación de la pendiente de la ecuación de regresión por mínimos cuadrados está sesgada negativamente, con una cuantía del sesgo aproximadamente igual a la proporción de varianza de error. Estos resultados están basados en una serie de supuestos como que los errores tienen media cero y no covarían entre sí, ni con la varianza sistemática (Johnston, 1984).

En modelos uniecuacionales con varios predictores, como la regresión lineal múltiple, la estimación por mínimos cuadrados, así como otras, también presenta problemas. Si la ecuación incluye dos predictores, uno de ellos con error de medida aleatorio y el otro libre de éste, puede derivarse analíticamente, con los supuestos habituales sobre los errores, la cuantía del sesgo de los coeficientes asociados a cada variable. Esta cuantía depende de la proporción de varianza de error y también de la correlación entre las

variables predictoras (Griliches y Ringstad, 1971). Cuando, sin embargo, el error está presente en ambas variables predictoras, el sesgo que se produce en el estimador de mínimos cuadrados no puede evaluarse fácilmente (Maddala, 1988). En general, para modelos uniecuacionales con dos o más variables predictoras se puede demostrar analíticamente que los errores de medida en los predictores producen sesgo en las estimaciones de las pendientes y del punto de corte, y que este sesgo se extiende a todos los valores de beta, aun cuando alguna de las variables predictoras esté libre de error (por ejemplo, Johnston, 1984)

El problema también se ha abordado mediante datos reales y de simulación. En sendos trabajos Bollen (1989) y Bollen y Schwing (1987) analizan mediante datos reales el impacto de distintas magnitudes de error de medida aleatorio sobre las propiedades de los estimadores de parámetros en regresión múltiple. Se consideraron predictores con diversos grados de fiabilidad, incluido fiabilidad perfecta. En concreto, se adoptaron coeficientes de fiabilidad de 0.9, 0.7 y 0.5 para las variables independientes. Sus resultados muestran que algunos de los coeficientes son bastante sensibles a cambios en la fiabilidad de las variables predictoras. El error de medida aleatorio en la variable criterio, sin embargo, puede ignorarse sin consecuencias. El coeficiente de regresión de la variable criterio sobre la primera variable predictora se ve atenuado en cuantía (sesgado hacia el cero), tanto más cuanto mayor sea el error de medida aleatorio. Cuando las variables predictoras están correlacionadas, se produce sesgo de diferente signo en los coeficientes de regresión del resto de predictores. Como la 'verdadera' influencia de la primera variable predictora sobre la criterio sólo se ha cuantificado en cierta medida, el resultado es sesgo en otros estimadores, como si se tratara de una variable omitida en la ecuación (Rigdon, 1994). Por su parte, la falta de fiabilidad de las variables predictoras produce atenuación en el valor del coeficiente de determinación.

En la literatura econométrica y estadística se han propuesto distintas soluciones para encontrar estimaciones adecuadas a pesar del error de medida aleatorio en las variables. Entre otras, el uso de 'regresiones invertidas' (Goldberger, 1984), o el uso de variables instrumentales (Bartlett, 1949; Durbin, 1954; Pakes, 1982; Wald, 1940), en función de los supuestos más razonables sobre la naturaleza de los datos y los componentes de la regresión. Ninguna de estas soluciones se halla, no obstante, exenta de problemas (Maddala, 1988).

Ya en el contexto de modelos de ecuaciones simultáneas o modelos de ecuaciones estructurales con variables observables, en ocasiones denominados path analysis, en Gillespie y Fox (1980) se señalan los posibles efectos en modelos recursivos - modelos en que la causalidad fluye en un único sentido -, indicando que se produciría atenuación en los coeficientes gamma, - aquéllos que van de variables exógenas a endógenas -, y sin

embargo sesgo positivo en los coeficientes beta - aquéllos que van de unas variables endógenas a otras -. Este último efecto podría llevar a una atenuación de las covarianzas entre errores. Resultados para un ejemplo de modelo no recursivo (Fergusson y Horwood, 1986) mostraron que al aumentar el error de medida aleatorio, aumentaba el valor de los coeficientes gamma, mientras los coeficientes beta disminuían. Thompson y Getty (1994) ofrecieron otro ejemplo del efecto de la fiabilidad de las medidas en un modelo no recursivo, modelo en que se plantea doble sentido en la causalidad, donde una variable antecedente puede también ser consecuente. Uno de los parámetros beta (un sentido de la causalidad) y la covarianza de error entre dos variables endógenas se sesgaban hacia el cero, provocando cambios drásticos en las conclusiones.

En resumen, cuanto más complejo es el modelo analizado, y especialmente cuando se trata de modelos multiecuacionales, las generalizaciones sobre las consecuencias del error de medida aleatorio serán más difíciles de establecer, pudiendo producir sesgos positivos, negativos o no producirlos (Bollen, 1989; Bollen y Lennox, 1991).

Una forma alternativa de tratar el error de medida aleatorio es mediante modelos de ecuaciones estructurales con variables latentes. Estos permiten efectos, predicciones, entre factores, en lugar de solo plantear relaciones entre variables observables. El concepto y teoría estadística que permite las ecuaciones de regresión simultáneas entre factores fueron introducidos por Jöreskog (1970; 1973), y se basan en una idea simple, incorporar en un mismo modelo el análisis factorial confirmatorio y el modelo de ecuaciones estructurales con variables observables. En este tipo de modelo estructural puede distinguirse entre dos partes conceptualmente distintas, el modelo de medida y la parte estructural. El modelo de medida especifica las relaciones que guardan los factores o variables latentes con sus respectivos indicadores, tal y como se especifican las relaciones entre variables observables y latentes en un análisis factorial confirmatorio. La parte estructural especifica las relaciones direccionales de las variables latentes entre sí (Loehlin, 1998). Estos modelos permiten incorporar medidas con error y aun así ofrecer estimadores no sesgados de la “verdadera” relación entre una variable antecedente y una consecuente (Reuterberg y Gustafsson, 1992). Permiten por tanto, estudiar las influencias entre constructos libres de error de medida, eliminando sesgos debidos a la atenuación (Huba y Harlow, 1987). Si el modelo de medida y, por tanto, los indicadores escogidos para medir el factor son adecuados, los teóricos en modelos de ecuaciones estructurales defienden que pueden encontrarse relaciones entre constructos que estén libres de error de medida aleatorio (por ejemplo, Bollen, 1989). Desde este punto de vista, los modelos de ecuaciones estructurales con variables latentes presentan frente a los modelos con variables observables, la ventaja de modelar

explícitamente el error de medida aleatorio, por lo que deberían estar libres de sesgos debidos a la falta de fiabilidad.

Las consecuencias del error de medida aleatorio en la estimación de la relación entre variables y/o factores ha sido objetivo clásico de investigación, pero sigue siéndolo en la actualidad (Bedrick, 1995; Muchinsky, 1996; Schmidt y Hunter, 1996). Algunos autores (Bedeian, Day y Kelloway, 1997) señalan la escasez de trabajos centrados en el estudio de los efectos del error de medida aleatorio en relación con los modelos de ecuaciones estructurales. Aun considerando que existe mucha investigación sobre los efectos del error de medida creemos, con Schmidt y Hunter (1996), que ésta ha tenido relativamente poco impacto a la hora de informar a los investigadores aplicados de los problemas que puede llevar asociados no tener en cuenta el error de medida aleatorio.

En este trabajo, el objetivo general es evaluar el impacto que tiene el error de medida aleatorio en las estimaciones de diversas técnicas estadísticas, tales como regresión múltiple, y modelos de ecuaciones estructurales con y sin variables latentes. Para lograr este objetivo se utilizan datos simulados y datos observados. Se pretenden delimitar dos efectos, (a) el efecto de variaciones en la fiabilidad de los indicadores para medir su correspondiente constructo, y otro, (b) el número de indicadores de que se dispone por constructo, en un intento por delimitar los efectos de distintos niveles de error de medida aleatorio, proponiendo guías para mejorar el análisis de modelos multiecuacionales. Todos los modelos estimados en este trabajo son modelos recursivos, por lo que los resultados y conclusiones derivadas sólo son generalizables a éstos. Presentan un número relativamente bajo de factores, cuatro, por lo que la capacidad de generalización queda limitada también en este aspecto. En general, y como en cualquier otro estudio de estas características, las condiciones particulares del estudio de simulación, junto con las variables controladas en él, son los límites de la capacidad de generalización del estudio.

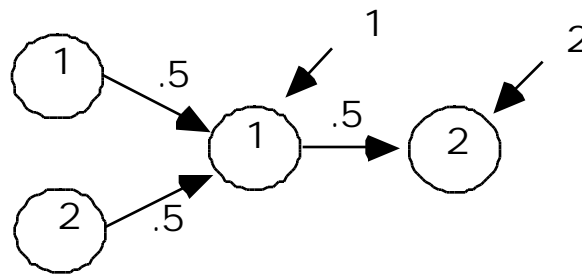
## MÉTODO

**Muestray procedimiento** Los datos analizados en este estudio provienen, por un lado, de simulaciones Monte Carlo, y por otro, de una investigación sobre clima de seguridad laboral en empresas del Reino Unido en que participaron los autores.

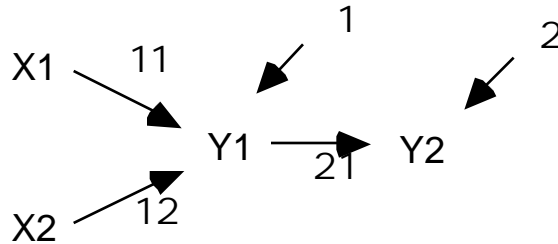
**Datos simulados.** El modelo estructural poblacional acorde al cual se generaron los datos puede verse en la figura 1. La primera variable independiente manipulada fue el número de indicadores por factor, con tres niveles (2, 4 y 6 indicadores). Esta operacionalización obedece a que 2 es el

mínimo posible (Anderson y Rubin, 1956) y suele ser 6 el número máximo de indicadores por factor en la mayoría de aplicaciones de Modelos de Ecuaciones Estructurales (MEE) (Ding, Velicer y Harlow, 1995). La segunda variable manipulada, saturaciones factoriales, o fiabilidad de los indicadores, se operacionalizó con otros tres niveles (0.4, 0.6 y 0.8), ya que un valor de 0.4 o mayor suele usarse como valor de referencia a partir del cual retener el indicador, y a partir de 0.8 los indicadores se consideran muy estables (Velicer, Peacock y Jackson, 1982). Este planteamiento da lugar a nueve celdillas. Para cada una de estas condiciones se realizaron 100 repeticiones de los datos, con 400 observaciones por matriz. Los datos fueron generados y analizados con el programa EQS 5.1 (Bentler, 1995) asumiendo normalidad multivariada. Los parámetros estructurales fueron fijados al valor 0.5.

Las 900 matrices de datos se analizaron según dos modelos estadísticos. El primero, el modelo de ecuaciones estructurales con variables latentes correctamente especificado que se muestra en la figura 1. El segundo, un modelo de ecuaciones estructurales con variables observables, como el de la figura 2, análisis correspondiente al modelo con variables latentes, pero incluyendo solamente variables observables. Las variables observables de la figura 2 se forman como la suma de los indicadores de cada factor. Estos modelos se estimaron en el paquete estadístico EQS 5.1 mediante máxima verosimilitud, método adecuado para variables normales multivariadas como las simuladas en este estudio.



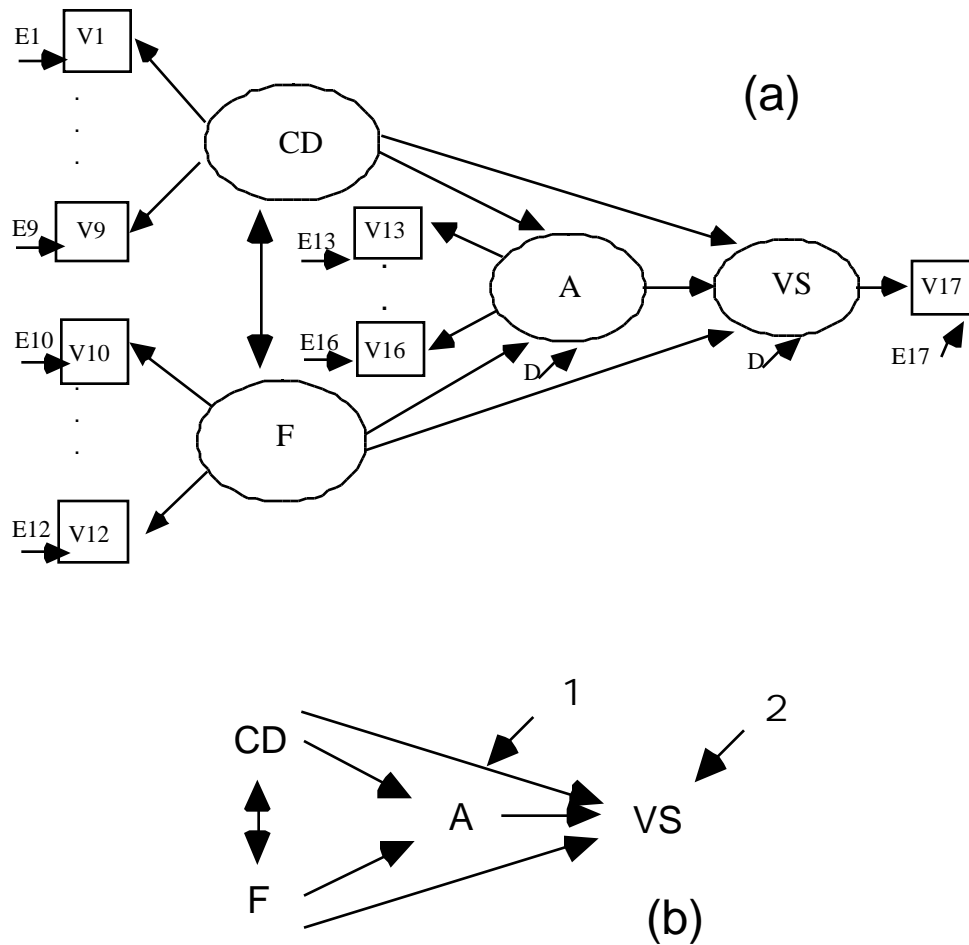
**Figura 1. Modelo recursivo de relación entre variables latentes.**



**Figura 2. Modelo recursivo de relación entre variables observables.**

**Datos reales.** Como una aplicación concreta a datos reales, para ilustrar las diferencias entre el modelo de ecuaciones estructurales con variables observables y con variables latentes, se ha escogido un modelo de medida del clima de seguridad en empresas de alto riesgo. El modelo de ecuaciones estructurales con variables latentes y su correspondiente modelo con variables observables se muestran en la figura 3. Estos dos modelos se estimaron en una muestra (N= 2719) de trabajadores con contrato indefinido de una agrupación de empresas del sector alimentario del Reino Unido. Con el fin de obtener resultados comparables a los ofrecidos en la literatura por procedimientos uniecuacionales, se estimó, además, un modelo de regresión múltiple, cuyos resultados pueden verse en la tabla 2.

El modelo estimado con datos reales está basado en las contestaciones a 17 indicadores, que se agrupaban teórica y empíricamente en cuatro factores. El factor etiquetado Compromiso de la Dirección (CD) agrupa nueve ítems, que incluyen contenidos sobre la prioridad de la seguridad en las empresas, interés en esquemas de seguridad, incentivos de seguridad, etc. El segundo factor exógeno, Formación en seguridad (F), incluye tres indicadores, referidos a frecuencia y adecuación de la formación de seguridad que ofrecen las empresas. El factor que en el modelo actúa como mediador es la Actitud del trabajador sobre la seguridad (A). Por último, se evalúa el impacto de todas estas variables sobre la Valoración que el trabajador hace sobre la situación de la Seguridad en su empresa (VS), medida con un indicador único. Los indicadores o variables observables del modelo son congénicos. En el modelo de ecuaciones estructurales con variables observables (figura 3, b), las variables observables se construyen como suma de sus indicadores.



**Figura 3. Modelo de ecuaciones estructurales, parametrizado como un modelo con variables latentes (a) o como un modelo únicamente con variables observables (b).**

## RESULTADOS

### Datos simulados

En la tabla 1 se presentan los resultados del experimento de Monte Carlo. Se muestran las medias para cada celdilla de la estimación de los coeficientes estructurales entre factores (entre variables en el modelo con variables observables) y de sus correspondientes errores estándar, por ser los datos de interés para comparar entre los modelos que explicitan el error de medida aleatorio (modelos con variables latentes) y los que lo asumen nulo o despreciable (modelo con variables observables).



El modelo de ecuaciones estructurales con variables latentes es capaz de reproducir los valores poblacionales de forma precisa a través de todas las condiciones bajo estudio. Las estimaciones son prácticamente insesgadas para todas las condiciones de número de indicadores y de saturación (fiabilidad). El sesgo máximo que se produce es de 0.01, prácticamente inapreciable. Estos resultados ocurren tanto para los estimadores de coeficientes estructurales desde factores exógenos a endógenos, coeficientes gamma, como en las relaciones entre factores endógenos, coeficientes beta.

Puede verse en la tabla, no obstante, que los errores típicos de estimación para las relaciones entre factores son, en general, más elevados que los correspondientes errores típicos en el caso de usarse un modelo de variables observables. Esta diferencia entre los errores típicos de uno y otro modelo se agudiza, haciéndose apreciable, conforme el número de indicadores disminuye y la fiabilidad de éstos baja. No obstante, la mayor cuantía de los errores de estimación no es muy importante. Con cuatro indicadores o más por factor, y cuando la fiabilidad de éstos alcanza el valor de 0.6, la cuantía de los errores de estimación es comparable a la que presentan las estimaciones mediante el modelo de variables observables.

El modelo de ecuaciones estructurales con variables observables presenta un patrón de resultados muy diferente al de los modelos con variables latentes. Resulta claro que se produce un fuerte sesgo en las estimaciones de los parámetros de interés, manteniéndose éste a través de todas las condiciones. La atenuación que se esperaba, se produce efectivamente. Esto es, el modelo de variables observables infraestima los valores poblacionales de los coeficientes estructurales.

La infraestimación de los parámetros es más acusada cuanto menor es el número de indicadores y mayor el error de medida aleatorio. En la menos favorable de las condiciones, dos indicadores y fiabilidad más baja, se pasa de un valor poblacional de 0.5 (gammas y beta) a valores estimados en torno a la mitad del valor poblacional. Únicamente en la condición más favorable, la de seis indicadores agregados para formar la variable y siendo que éstos son altamente fiables (saturaciones factoriales de 0.8), el sesgo es prácticamente despreciable, con coeficientes estructurales estimados cercanos a 0.46. Incluso en la condición más favorable, el sesgo para el modelo con variables observables es mayor que el que se produjo en la peor condición (dos indicadores y saturaciones de 0.4) con el modelo de variables latentes.

**Tabla 1. Medias por condición de las estimaciones de  $\gamma_1$  y entre paréntesis sus correspondientes errores típicos.**

		MEE variables <b>latentes</b> Saturaciones factoriales			MEE variables <b>observables</b> Saturaciones factoriales			
		0.4	0.6	0.8	0.4	0.6	0.8	
<b>Indicadores</b>	2	1	.49(.13)	.50(.07)	.50(.06)	.23(.06)	.35(.05)	.41(.05)
		2	.50(.16)	.48(.07)	.50(.06)	.25(.06)	.34(.05)	.41(.05)
		1	.50(.22)	.49(.07)	.50(.06)	.26(.05)	.32(.05)	.38(.04)
	4	1	.50(.09)	.51(.06)	.51(.05)	.30(.05)	.41(.05)	.47(.04)
		2	.50(.09)	.50(.06)	.50(.05)	.30(.05)	.40(.05)	.46(.04)
		1	.50(.09)	.51(.06)	.50(.05)	.28(.05)	.38(.05)	.44(.04)
	6	1	.50(.06)	.51(.05)	.50(.04)	.33(.05)	.43(.04)	.47(.04)
		2	.49(.07)	.50(.05)	.50(.04)	.33(.05)	.43(.04)	.47(.04)
		1	.50(.06)	.49(.05)	.50(.04)	.31(.05)	.40(.05)	.46(.04)

El efecto que produce la variación de la fiabilidad de las medidas sobre las estimaciones, es mayor que el que produce el aumento en el número de indicadores. La fiabilidad de los indicadores parece tener más peso en la adecuación de la estimación.

Finalmente, puede resaltarse que el modelo de ecuaciones estructurales con variables observables presenta mayor sesgo negativo para los coeficientes beta que para los gamma, exceptuando la condición definida por dos indicadores y saturaciones factoriales de 0.4. Este efecto no es muy fuerte, pero sí apreciable, y muy bien podría ser mayor en modelos más complejos.

### **Datos reales**

Se realizaron diversos análisis con los datos del modelo de la figura 3. En primer lugar, se realizó un análisis de regresión múltiple por mínimos cuadrados en que la variable VS actuó como criterio, y se incluyeron el resto de variables como predictoras. Los resultados de la regresión pueden consultarse en la tabla 2.

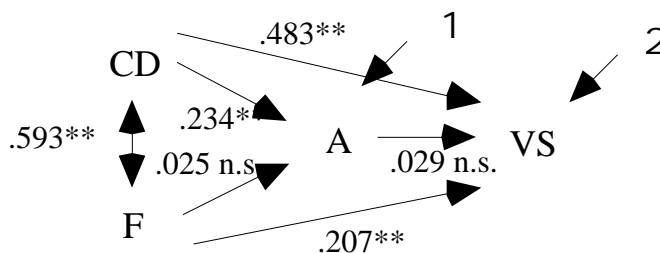
El predictor más importante es el compromiso de la dirección, seguido de la formación de seguridad. El coeficiente de determinación alcanzó un valor de 0.4, un 40% de la varianza de la variable dependiente es explicada por los tres predictores. El efecto de mediación planteado en los dos

modelos de la figura 3 no puede probarse mediante una única regresión múltiple, y tampoco puede especificarse la correlación que se anticipaba entre los predictores.

**Tabla 2 Regresión múltiple para predecir la valoración de seguridad (VS) a partir del compromiso de la dirección (CD), formación de seguridad (F), y actitud de seguridad (A).** ( = coeficiente estandarizado; b= coeficiente en puntuaciones directas; E.T.= error típico; p= probabilidad).

<i>PREDICTORES</i>		<i>b</i>	<i>E.T.</i>	<i>p</i>
Compromiso de la dirección	.481	.302	.012	<.001
Formación de seguridad	.208	.100	.009	<.001
Actitud del trabajador en seguridad	.031	.028	.015	>.05
Coeficiente de determinación= .404				
Coeficiente de determinación ajustado= .403				

El modelo teórico de la figura 3 (b) es un modelo de ecuaciones estructurales con variables observables, que sí incluye la correlación entre las variables exógenas y el efecto mediador de la actitud del trabajador. Los resultados estandarizados de la estimación máximo verosímil de este modelo pueden consultarse en la figura 4.

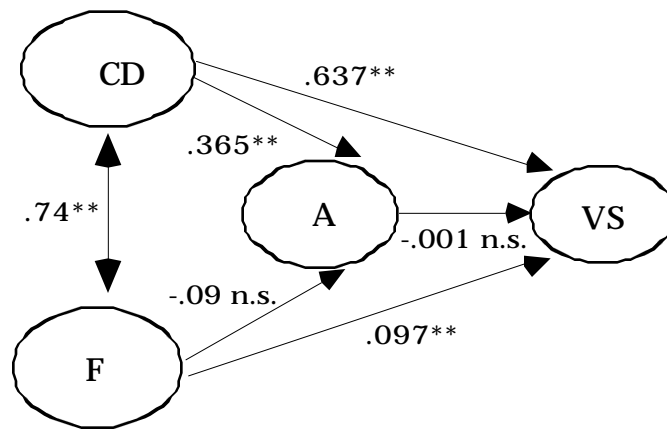


**Figura 4. Resultados estandarizados del modelo de ecuaciones estructurales con variables observables (significativamente diferente de cero con  $p < .01$ ; n.s.= estadísticamente no significativo).**

El orden de importancia de las variables en cuanto al poder predictivo de la variable criterio final se mantiene, y los cambios en la cuantía son mínimos. Por su parte, la correlación entre las variables exógenas ha resultado importante en cuantía, y este dato no podía recogerse en la regresión múltiple, así como el posible efecto indirecto del compromiso de la dirección (CD) sobre la valoración (VS) a través de la actitud del trabajador (A). Este último efecto no ha resultado significativo, pero podría serlo en otros modelos en los que el efecto directo de la variable de actitud sobre la

valoración fuera efectivo, esto es, allí donde exista, realmente, un efecto de mediación.

Por último, se especificó y estimó, también mediante máxima verosimilitud, el modelo de la figura 3 (a), un modelo de ecuaciones estructurales con variables latentes. Este modelo implica considerar relaciones entre factores libres de error. Este modelo ajusta razonablemente a los datos observados ( $\chi^2 = 1367.65$ ;  $gl=115$ ;  $p < 0.001$ ; índice de ajuste comparativo,  $CFI=0.931$ ; e índice de ajuste incremental,  $IFI= 0.932$ ) por lo que las estimaciones de los parámetros pueden interpretarse. Las estimaciones estandarizadas se ofrecen en la figura 5.



**Figura 5. Resultados estandarizados del modelo de ecuaciones estructurales con variables latentes (\*\*= significativamente diferente de cero con  $p < .01$ ; n.s.= estadísticamente no significativo se eliminan los indicadores y sus relaciones con los factores, así como errores y unicidades)**

La consideración del error de medida aleatorio explícitamente en el modelo sí produce fuertes diferencias con respecto a los dos análisis anteriores, el análisis de regresión múltiple y el modelo de ecuaciones estructurales con variables observables. De hecho, se aprecian disminuciones en las estimaciones para ciertos coeficientes, y también aumentos en otros. Estas diferencias no son sistemáticas en función del tipo de coeficiente. En los coeficientes gamma se produce tanto sobreestimación como infraestimación. La sobreestimación aparece en los coeficientes en que se encuentra implicada la variable CD, mientras que en el resto de coeficientes estructurales se detecta una infraestimación.

## DISCUSIÓN

Analizando datos observados y también simulados, se ha ofrecido evidencia sobre algunos de los efectos que ocasiona el error de medida aleatorio en las variables incluidas en modelos recursivos, que incluyen tanto efectos directos como efectos indirectos.

En qué medida han de ser de utilidad los resultados derivados de este estudio, se basa en la selección de los niveles de las variables independientes a manipular. A criterios de selección de niveles orientados a la optimización de efectos en diseños experimentales, se suma haber constatado en la literatura que estos niveles recrean investigaciones actuales en el ámbito de las Ciencias del Comportamiento. Los efectos del error de medida aleatorio han sido ampliamente considerados, ejemplificados y desarrollados para distintos tipos de modelos, con resultados que aportan claridad y al tiempo son coherentes con el *corpus* de conocimiento.

Persiste en la investigación aplicada lo que se podría definir como cierto desinterés o condescendencia hacia los efectos del error de medida aleatorio. El conocimiento 'tácito' sugiere que el error de medida aleatorio existe, y que por ser inevitable no merece la pena tratarlo, por cuanto toda la investigación adolece del mismo problema. Consistentemente, se suele considerar la fiabilidad de las medidas en las investigaciones calculando el coeficiente alfa, (o similares), y aceptando como buenos valores mayores o iguales a 0.7 (por ejemplo, Litwin, 1995). Las fiabilidades se ofrecen de forma más bien descriptiva, rutinaria y a veces poco crítica, a pesar de que diversas condiciones de medida, diferentes constructos, etc. puedan requerir diferentes interpretaciones de un mismo valor del coeficiente. Incluso con valores inferiores al señalado 0.7, puede no detenerse la realización de análisis y la interpretación de resultados. Confrontado a esta situación, en este estudio se evidencia que el sesgo producido - incluso en modelos relativamente sencillos como los aquí considerados - puede ser de extraordinaria importancia.

Otra de las ideas 'tácitas' comunes, es que utilizar muchos indicadores agregados en una única variable observable evita, o aminora considerablemente, los sesgos debidos al error de medida aleatorio. A la luz de los resultados de este estudio, esto no es totalmente cierto. Aunque aumentando el número de indicadores la estimación se hace ligeramente menos sesgada, el principal problema sigue siendo la fiabilidad de esos indicadores. En el presente estudio, incluso la condición con mayor número de indicadores produce un sesgo que puede considerarse fuerte cuando las saturaciones son de 0.4, e incluso de 0.6. La cuantía del sesgo se ve mínimamente reducida por el aumento de indicadores, en comparación al efecto que produce la relación que éstos tengan con el constructo. Por otro lado, es habitual pensar que medidas muy fiables presentan un sesgo

despreciable. Aunque la mejora que se produce en la estimación al aumentar la fiabilidad es apreciable, de nuevo, hay que hacer matizaciones. Primero, es necesario elevar bastante la fiabilidad de los indicadores para conseguir estimadores poco sesgados. El punto de corte habitualmente defendido para las saturaciones de 0.4 parece, a todas luces, insuficiente. Por otro lado, el uso de estrategias de análisis más complejas que sí modelen explícitamente el error de medida aleatorio, los modelos de ecuaciones estructurales con variables latentes, ofrece resultados estables (y mejores que los modelos con variables observables) incluso con pocos indicadores y saturaciones bajas. En conclusión, cuando se disponga al menos de dos indicadores (por ejemplo, pares/impares) parece más oportuno plantear este tipo de modelos de mayor complejidad.

El uso de modelos de ecuaciones estructurales con variables latentes se encuentra, no obstante, inherentemente limitado por sus supuestos y condiciones de aplicación en estos casos. Diversos autores han notado entre otros: el problema del establecimiento del sentido de las relaciones entre indicadores y constructos (Bollen y Lennox, 1991; Cohen, Cohen, Teresi, Marchi y Velez, 1990); correlaciones entre errores (Bookstein, 1986); adecuación del tamaño de la muestra a los tipos de estimación empleados (Jöreskog, 1993), etc... En resumen, la mayoría de los estudios insiste en que el uso de modelos más complejos presenta la contrapartida de sus condiciones de aplicación, y que en cualquiera de los casos la sofisticación de la técnicas estadísticas puede no compensar la utilización de medidas psicométricamente pobres (Baumrind, 1983). Sin embargo, estas alertas son tan predicables de cualquier otra aproximación estadística como de los modelos de ecuaciones estructurales con variables latentes.

La aplicabilidad de los resultados presentados en este trabajo, en opinión de los autores, señala la conveniencia de realizar investigaciones con diseños que extiendan las condiciones tanto en número de indicadores, como en complejidad de los modelos en términos de número de indicadores por constructos implicados. La aportación de los modelos de ecuaciones estructurales a la estimación de la relación entre variables medidas con error aleatorio no debería obviarse en ningún caso. Siendo quizá más una cuestión psicométrica que estadística, se debe insistir en que incluso una selección óptima de indicadores del constructo, no garantiza una correcta estimación de la relación entre las variables de interés, puesto que éstas prácticamente siempre van a presentar una parte de error de necesaria consideración.

## ABSTRACT

### **The effects of random measurement error on structural equation models with observed variables and models with latent variables.**

The effects of random measurement error on multiple regression, structural equation models with observed variables and models with latent variables are assessed. This paper analyzes data from two sources: observed data gathered from a sample of 2719 workers and Monte Carlo simulated data. The Monte Carlo simulation experiment considered three manipulated factors: *number of indicators* (2, 4, 6); *factor loadings strength* (0.4, 0.6, 0.8) and finally *type of model* (modeling with observed variables and modeling with latent variables). The results of models with latent variables shown a lack of biases applicable to all number of indicators and factor loadings conditions. On the other hand, the model with observed variables showed strong biases when the number of indicators decreased and error of measurement increased. The results from the observed data also highlighted significant differences between these techniques.

**Key words.** Error of measurement, estimation, recursive structural equation modelling, Monte Carlo simulation.

## REFERENCIAS

- Anderson, T. W. & Gerbing, D. W. (1956). Statistical inference on factor analysis. En J. Neyman (Ed.), *Proceedings of the third Berkeley Symposium on mathematical statistics and probability* (pp. 111-150). Berkeley: University of California Press.
- Bartlett, M. S. (1949). Fitting a straight line when both variables are subject to error. *Biometrics*, 5, pp. 293-318.
- Bedeian, A. G., Day, D. V., & Kelloway, E. K. (1997). Correcting for measurement error attenuation in structural equation models: Some important reminders. *Educational and Psychological Measurement*, 57, 785-799.
- Bedrick, E. J. (1995). A note on the attenuation of correlation. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, 48, 271-280.
- Bentler, P. M. (1995). *EQS Structural Equations Program Manual*. Encino, CA: Multivariate Software, Inc.
- Bollen, K. A. (1989). *Structural equations with latent variables*. New York: Wiley & Sons.
- Bollen, K. A., & Lennox, R. (1991). Conventional Wisdom on Measurement: A structural equation perspective. *Psychological Bulletin*, 110, 305-314.
- Bollen, K. A., & Schwing, R. C. (1987). Air pollution-mortality models. A demonstration of the effects of random measurement error. *Quality & Quantity*, 21, 37-48.
- Bookstein, F. L. (1986). The elements of latent variable models. A cautionary lecture. *Advances in Developmental Psychology*, 4, 203-230.

- Cohen, P., Cohen, J., Teresi, J., Marchi, M., & Velez, C. M. (1990). Problems in the measurement of latent variables in structural equations causal models. *Applied Psychological Measurement, 14*, 183-196.
- Ding, L., Velicer, W. F., & Harlow, L. L. (1995). Effects of estimation methods, number of indicators per factor, and improper solutions on structural equation modeling fit indices. *Structural Equation Modeling, 2* (2), 119-144.
- Durbin, J. M. (1954). Errors in variables. *Review of International Statistical Institute, 22*, pp. 23-32.
- Fergusson, D. M. & Horwood, L. J. (1986). The effects of test reliability on relationships between measures of life events and depression. *Social Psychiatry, 21*, 53-62.
- Gillespie, M. W. & Fox, J. (1980). Specification errors and negatively correlated disturbances in parallel simultaneous-equation models. *Sociological Methods and Research, 8*, 273-308.
- Goldberger, A. S. (1984). Reverse regression and salary discrimination. *Journal of Human Resources, 19*, pp. 293-318.
- Griliches, Z. & Ringstad, V. (1971). *Economies of scale and the form of the production function*. Amsterdam: North-Holland.
- Gulliksen, H. (1950). *Theory of mental tests*. New York, Wiley.
- Huba, G. J., & Harlow, L. L. (1987). Robust structural equation models: Implications for developmental psychology. *Child Development, 58*, 147-166.
- Johnston, J. (1984). *Econometric methods*. New York, McGraw-Hill.
- Jöreskog, K. G. (1970). A general model for analysis of covariance structures. *Biometrika, 57*, 293-351.
- Jöreskog, K. G. (1973). A general method for estimating a linear structural equation system. In A. S. Goldberger & O. D. Duncan (Eds.), *Structural equation models in the social sciences* (pp. 85-112). New York: Seminar.
- Jöreskog, K. G. (1993). Testing structural equation models. In K. A. Bollen & J. S. Long (Eds.), *Testing structural equation models* (pp. 294-316). Newbury Park, CA: Sage.
- Litwin, M. S. (1995). *How to measure survey reliability and validity*. Thousand Oaks: Sage.
- Loehlin, J. C. (1998). *Latent variable models* (3<sup>rd</sup> ed.). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lord, F.M. y Novick, M.R. (1968). *Statistical Theories of Mental Tests Score*. Reading-Mass., Addison-Wesley.
- Maddala, G. S. (1988). *Introduction to econometrics*. New York: Macmillan.
- Muchinsky, P. M. (1996). The correction for attenuation. *Educational and Psychological Measurement, 56*, 63-75.
- Pakes, A. (1982). On the asymptotic bias of Wald-type estimators of a straight line when both variables are subject to error. *International Economic Review, 23*, pp. 491-497.
- Pedhazur, E. J., & Schmelkin, L. P. (1991). *Measurement, design and analysis: An integrated approach*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Reuterberg, S. E., & Gustafsson, J. E. (1992). Confirmatory factor analysis and reliability: Testing measurement models assumptions. *Educational and Psychological Measurement, 52*, 795-811.
- Rigdon, E. E. (1994). Demonstrating the effects of unmodeled random measurement error. *Structural Equation Modeling, 1* (4), 375-380.



- Schmidt, F. L. , & Hunter, J. E. (1996). Measurement error in psychological research: Lessons from 26 research scenarios. *Psychological Methods, 1*, 199-223.
- Spearman, C. (1904). The proof and measurement of association between two things. *American Journal of Psychology, 15*, 72-101.
- Spearman, C. (1907). Demonstration of formulae for true measurement of correlation. *American Journal of Psychology, 18*, 161-169.
- Thompson, K. N. & Getty, J. M. (1994). Structural model of relations among quality, satisfaction, and recommending behavior in lodging decisions. *Structural Equation Modeling, 1*, 146-160.
- Velicer, W. F., Peacock, A. C. & Jackson, D. N. (1982). A comparison of component and factor patterns: A Monte Carlo study. *Multivariate Behavioral Research, 17*, 371-388.
- Wald, A. (1940). The fitting of straight line if both variables are subject to error. *Annals of Mathematical Statistics, 11*, pp: 284-300.
- Williams, L. J. & James, L. R. (1994). Causal models in organizational behavior research: From path analysis to LISREL and beyond. In J. Greenberg (Ed.), *Organizational behavior: State of the art (pp. 181-205)*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

(Revisión aceptada: 11/1/99)