

Capacidad geométrica y memoria visoespacial en población adulta

Ana Pérez^{*1}, Irene Mammarella², Francesco Del Prete¹, Teresa Bajo¹
y Cesare Cornoldi²

¹*Universidad de Granada, CIMCYC, España*

²*Universidad de Padova, Italia*

Un estudio llevado a cabo con una tribu indígena del Amazonas (Dehaene, Izard, Pica y Spelke, 2006) demostró la existencia de una capacidad intuitiva para la ejecución de categorías conceptuales de geometría. Posteriormente, se ha demostrado que algunas de estas categorías se relacionan con el componente Visoespacial de la Memoria de Trabajo (MTVE) en niños (Mammarella y cols., 2013) y adolescentes (Giofrè y cols., 2013). Nuestros resultados con población adulta (estudiantes universitarios), muestran que un alto grado de control o procesamiento activo en MTVE predice parte de la varianza encontrada sólo en aquellos conceptos geométricos que demandan un procesamiento más complejo, como es el caso de la transformación mental. Estos hallazgos se enmarcan dentro del modelo de continuidad de Cornoldi y Vecchi (2003).

La Memoria de Trabajo (MT) está implicada en la realización de numerosas tareas cognitivas que requieren el manejo de información verbal, visual o espacial. Esta memoria de carácter temporal se ha asociado a competencias tan relevantes como la capacidad de comprender información verbal, realizar cálculos matemáticos o resolver problemas de razonamiento. Recientemente, se ha propuesto que al menos algunos de sus componentes

* Agradecimientos: Esta investigación ha sido posible gracias a las subvenciones EDU2008-01111, y PSI2012-33625 del Ministerio Español de Ciencia e Innovación, la subvención P08-HUM-3600 de la Comunidad Autónoma de Andalucía concedida al cuarto autor, y la beca predoctoral FPU AP2008-01893 concedida al primer autor por el Ministerio Español de Educación y Ciencia. Correspondencia: Ana Isabel Pérez Muñoz. Centro de Investigación Mente, Cerebro y Comportamiento (CIMCYC). Departamento de Psicología Experimental, Universidad de Granada. C/ Profesor Clavera s/n, CIMCYC, 18011, Granada, España. Telf: (+34) 660308256. E-mail: antiterrenal@gmail.com

están también implicados en el conocimiento intuitivo de conceptos geométricos que los humanos poseemos para entender el espacio físico que nos rodea (Giofrè, Mammarella, Ronconi y Cornoldi, 2013). Sin embargo, hay pocas investigaciones que muestren la relación entre MT y el conocimiento geométrico, posiblemente porque desde un punto de vista cognitivo el estudio de la adquisición del conocimiento sobre esta “geometría intuitiva” es reciente y todavía escaso. De esta forma, a pesar de que el conocimiento de conceptos geométricos se utiliza en la vida diaria, aún no se conocen con claridad algunos de los procesos y representaciones mentales que nos permiten utilizar estos conceptos y movernos con soltura en nuestro ambiente. Por ello, el objetivo de este estudio es observar el papel que tiene la MT en la adquisición del conocimiento geométrico.

Según el modelo multicomponencial de Baddeley (Baddeley y Hitch, 1974; Baddeley, 2000), la MT es un sistema responsable del almacenamiento y manipulación temporal de la información necesaria en la ejecución de tareas cognitivas complejas como el aprendizaje, el razonamiento y la comprensión. De entre sus componentes, el *lazo fonológico* es el sistema de MT encargado del almacenamiento temporal de la información verbal (material lingüístico), mientras que la *agenda visoespacial* se ocupa del almacenamiento de la información visual y espacial, teniendo un papel esencial en la generación y manipulación de imágenes mentales. Ambos sistemas se conectan directamente con el *ejecutivo central*, responsable del control y coordinación del flujo de información mantenida en estos dos sistemas (Baddeley y Logie, 1999). En cuanto al componente Visoespacial de MT (MTVE), existe una distinción fundamental entre la información visual y la espacial (Logie y Marchetti, 1991; Logie, 1995): el primero (“visual cache”) provee un almacén temporal para la información relativa al color y la forma; el segundo (“inner scribe”) se ocupa tanto de la manipulación de la información de secuencias de movimientos, como del repaso activo de esa información visual en MT. A su vez, Darling, Della Sala y Logie (2007) diferencian también entre dos tipos de procesos de MTVE en función de la naturaleza de la información: a) *pasivo*, de conservación de los estímulos (naturaleza visual), y b) *activo*, caracterizado por una mayor elaboración y procesamiento de los estímulos (naturaleza de carácter espacial). Esta distinción parece sustentarse en la idea de que la representación visual conserva características estáticas (los objetos se perciben estables, invariantes, etc.), mientras que la representación espacial implica un dinamismo consecuente de la exploración de las relaciones que hay entre los objetos.

Recientemente, Cornoldi y cols. (Cornoldi y Vecchi, 2000; 2003; Mammarella, Toso, Pazzaglia y Cornoldi, 2008) han propuesto una forma

más dinámica de entender la relación entre los distintos componentes de la MT que resulta útil en el estudio de tareas complejas. Más concretamente, estos autores consideran que la distinción pasivo/activo propuesta por Darling y cols. (2007) no debería ser tan estricta puesto que en primer lugar, los aspectos espaciales y visuales de un objeto no son tan fáciles de diferenciar (p. ej. contorno, forma, orientación...), y en segundo lugar, porque resulta restrictivo considerar que los elementos visuales y verbales están privados de dinamismo y que los elementos espaciales son exclusivamente dinámicos. Por ello, Cornoldi y Vecchi (2000; 2003) prefieren adoptar un modelo que exprese la relación interactiva entre los componentes (incluido el verbal) de una forma continua. Así, sugieren la existencia de dos dimensiones conectadas: de un lado, el “continuo vertical” hace referencia al grado de control/actividad necesaria para el desempeño de operaciones cognitivas, como la integración, modificación o transformación (p. ej. la rotación mental) de estímulos; del otro lado, “el continuo horizontal” tiene en cuenta el procesamiento dependiente de la modalidad sensorial del material (p. ej. visual, espacial o verbal) que, junto con la información de memoria a largo plazo, elabora el grado de integración expresado en el continuo vertical (véase Figura 1). De esta forma, la distancia entre las tareas se establece en función del grado de solapamiento en su modalidad sensorial: por ejemplo, la distancia entre los procesos verbal y visoespacial es mayor que la distancia entre los procesos visual y espacial (Pazzaglia y Cornoldi, 1999). Por último, según Cornoldi y Vecchi (2003), cuanto más procesamiento activo conlleva una tarea, mayor cantidad de recursos se requiere para ejercer control. Por tanto, la asignación de recursos cognitivos depende de la interacción entre el grado de control (continuo vertical) y la modalidad (continuo horizontal).

Este modelo ha resultado especialmente útil para estudiar relaciones complejas en el ámbito de la geometría entre los componentes de la MT y es útil para entender diferencias individuales en la adquisición de algunas categorías conceptuales de geometría (Giofrè y cols., 2013; Mammarella, Giofrè, Ferrara y Cornoldi, 2013).

El concepto de “geometrías intuitivas” (Wynn, 1989) hace referencia a la competencia espacial que se extrae de la experiencia diaria en interacción con el medio, conectándose así con las funciones motoras de cada individuo. De esta forma, las personas necesitamos entender las propiedades espaciales de nuestro entorno para “navegar” hacia algún punto en el espacio (representación egocéntrica o allocéntrica), o simplemente para llevar a cabo una conducta de agarre (representación egocéntrica).

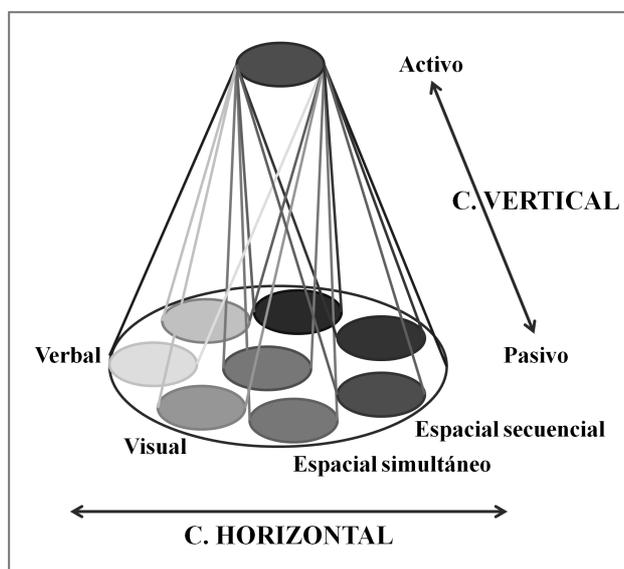


Figura 1. Representación esquemática del modelo de continuidad de Memoria de Trabajo (adaptado por Cornoldi, Dalla, Vecchia y Tressoldi, 1995; Cornoldi y Vecchi, 2003).

Dentro de este ámbito, se distingue por una parte el pensamiento espacial y la percepción de la forma (Clements y Sarama, 2007). A su vez, el pensamiento espacial incluye la *orientación espacial* (capacidad para comprender y operar las diferentes posiciones en el espacio incluyendo localización y navegación) y la capacidad de crear y manipular *imágenes mentales* (p. ej. Kosslyn, 1994; Shepard y Metzler, 1971). En segundo lugar, la *percepción de la forma* hace referencia al agrupamiento de elementos individuales formando un patrón coherente. Algunos ejemplos dentro de este campo de estudio son la existencia de una mayor preferencia por la simetría de eje vertical frente a la horizontal, y de la horizontal frente a la diagonal (Genkins, 1975; Palmer, 1985), o la demanda de acceso a la información de la proporción entre la altura y la anchura para la ejecución de transformaciones mentales (Clements y Sarama, 2007). En cuanto a la geometría, Clements y Sarama (2007) proponen que la reproducción de imágenes mentales de figuras geométricas sigue un desarrollo jerárquico que comienza con la pura codificación (configuración a partir de formas), pasando por la reproducción con el uso de memoria (configuración unida al recuerdo), para llegar hasta la propia transformación mental, donde participan tanto la rotación como la toma de perspectiva visual (con el uso del recuerdo después de una rotación u otra perspectiva). El estudio de

Miyake y cols. (Miyake, Friedman, Rettinger, Shah y Hegarty, 2001) está en directa conexión con este modelo. Estos autores observaron el papel que desempeñan tanto la capacidad visoespacial (que combina la memoria a corto plazo y la MT) como la función ejecutiva en tres capacidades espaciales¹: 1) la *visualización espacial* que conlleva “procesos de comprensión, codificación y manipulación mental de las formas espaciales” (Carroll, 1993) y está relacionado con la necesidad de llevar a cabo procesos de transformación mental; 2) las *relaciones espaciales* (también llamada “*rotación acelerada*”) que requieren la manipulación y transformación mental de una figura en relación a otra (p. ej. rotarla sobre el mismo plano) para poder realizar comparaciones entre dos figuras; y 3) la *velocidad perceptual visoespacial* que hace referencia a juicios perceptivos simples, como la capacidad de discriminar una figura entre un conjunto. Miyake y cols. (2001) propusieron que una mayor demanda de procesos de transformación mental iría acompañada de una mayor participación de funciones ejecutivas. En esta línea, sus resultados mostraron que las capacidades de visualización espacial y relaciones espaciales demandaron más función ejecutiva que la velocidad perceptual, mientras que la capacidad visoespacial por sí sola, explicó muy poco o nada de estas tres capacidades espaciales. Implícitamente, estos resultados apoyan la existencia de un continuo de dificultad que comienza con el reconocimiento de formas simples hasta la manipulación y transformación mental de imágenes complejas.

Un estudio especialmente importante para el presente trabajo fue el llevado a cabo por Dehaene, Izard, Pica y Spelke (2006). Este estudio es relevante porque aporta una herramienta de medición del conocimiento geométrico, y porque disocia entre los conceptos geométricos que se adquieren de forma intuitiva (principios esenciales) y los que se adquieren mediante la instrucción (principios mediados culturalmente). En su estudio, Dehaene y cols. utilizaron como muestra una tribu indígena del Amazonas totalmente aislada (la tribu “Mundurukú”) y midieron los conceptos geométricos primitivos en población infantil y adulta. Los autores hallaron intuiciones geométricas tanto en niños como en adultos indígenas del Amazonas, evidenciando que los seres humanos alcanzan un conocimiento sobre algunos principios geométricos (geometría intuitiva o principios geométricos esenciales) sin necesidad de educación previa sobre la materia. Sin embargo, a pesar de mostrar conocimiento de algunos conceptos geométricos, los participantes de la tribu indígena Mundurukú obtuvieron

¹ Estas tres habilidades parten de un conjunto más amplio, donde también se incluyen la “flexibilidad de cierre” y la “velocidad de cierre” (Carroll, 1993).

una pobre ejecución en ejercicios que implicaban *transformaciones geométricas y figuras especulares* (p. ej. ante la relación simétrica en espejo de dos triángulos). Es interesante notar que ambos conceptos requieren de la transformación mental de una forma a otra. Por otra parte, al comparar los datos de la tribu Mundurukú con los obtenidos en una muestra de participantes norteamericanos, los autores observaron que sólo los adultos norteamericanos tenían una ejecución general mucho mejor (con aproximadamente un 80% de aciertos) que los niños norteamericanos (aprox. 60%), y los niños (aprox. 62%) y adultos (aprox. 65%) indígenas. Esta diferencia de nuevo se debió a las categorías con conceptos geométricos complejos como las transformaciones, de lo que se deduce que sus principios están mediados culturalmente y que la instrucción puede ser esencial en la adquisición del conocimiento geométrico evolucionado.

En cuanto a estos hallazgos, recientemente algunos investigadores han estudiado la relación entre las categorías conceptuales de Dehaene y cols. (2006) y el componente de MTVE en niños (Mammarella y cols., 2013) y adolescentes (Giofrè y cols., 2013). Por ejemplo, Giofrè y cols. (2013) tomaron una muestra de estudiantes de secundaria inmersos en un contexto formativo de geometría, y encontraron que mientras las categorías geométricas con un componente más cultural (figuras simétricas, figuras especulares, propiedades métricas y transformaciones geométricas) estaban relacionadas con tareas de MTVE con un alto grado de control (p. ej. Puzle), las categorías esenciales (topología, geometría euclídea y figuras geométricas) no mostraban relación con ningún componente de la MTVE.

El objetivo general del presente estudio fue ver si la relación entre la capacidad geométrica y la MTVE mantiene el mismo patrón en población adulta universitaria que los adolescentes inmersos en un contexto formativo de geometría del estudio de Giofrè y cols. En este sentido, quisimos explorar si la disociación entre conceptos esenciales y culturalmente mediados en base a su relación con componentes de la MTVE se generaliza a poblaciones adultas que, aunque habían recibido formación en conceptos geométricos durante la educación secundaria, no estaban inmersos en ese contexto en el momento del estudio. Además, se examinó el papel de las habilidades verbales en la adquisición de la capacidad geometría. En nuestro trabajo, utilizamos como marco teórico el modelo de continuidad de Cornoldi y Vecchi (2003), a partir del cual seleccionamos seis pruebas de MTVE clasificadas según la modalidad y el grado de actividad requerida (véase descripción de las tareas en la sección “Método”).

La evaluación del conocimiento geométrico tomó en cuenta por una parte una prueba de geometría general, donde se evaluaron problemas

teóricos sobre distancias entre segmentos, suma de ángulos o condiciones suficientes para un tipo de figura geométrica. Por otra parte, utilizamos el test múltiple de categorías conceptuales de Dehaene y cols. (2006) que contiene tanto conceptos geométricos esenciales como conceptos mediados culturalmente.

MÉTODO

Participantes. Evaluamos cincuenta y cuatro participantes (48 chicas y 6 chicos) de la Facultad de Psicología de la Universidad de Pádua (Italia), con una media de edad de 22.54 años. Por tanto, aunque todos los participantes tenían formación en geometría como parte de sus estudios de Enseñanza Secundaria, ninguno de ellos estaba en contextos formativos relacionados con la geometría.

Materiales/Aparatos y Procedimiento. El estudio completo se llevó a cabo en dos sesiones. La primera sesión se realizó de forma grupal en un aula de la Facultad de Psicología, donde se midieron las pruebas sobre significado verbal y conocimiento general de geometría (aprox. 40 minutos). La segunda sesión se realizó de forma individual, administrándose tanto el test múltiple de las categorías geométricas de Dehaene y cols. (2006), como las seis pruebas de MTVE (aprox. 1 hora).

Para medir el conocimiento verbal general (tarea 1) se utilizó la prueba de papel y lápiz de Significado Verbal sacada de la batería de test PMA (Thurstone, 1938), la cual evalúa cincuenta conceptos semánticos a través de un test de elección múltiple con una dificultad gradual en aumento. Esta prueba duró alrededor de 20 minutos. Por su parte, el conocimiento geométrico general (tarea 2) se midió mediante la versión en papel y lápiz de la prueba Matemáticas B “*Geometría y otro*”, extraída del conjunto de pruebas avanzadas MT de lectura y matemáticas (Cornoldi, Friso y Pra Baldi, 2010). En esta prueba se evalúan doce conceptos teóricos de geometría (como la distancia entre segmentos o la suma de ángulos), a través de preguntas de elección múltiple con seis alternativas. Al igual que la medida de significado verbal, esta prueba también requirió alrededor de 20 minutos.

Para captar los aspectos geométricos esenciales y los mediados culturalmente se utilizó el test múltiple de las categorías conceptuales geométricas (tarea 3) evaluadas por Dehaene y cols. (2006). Los sujetos debían identificar la única figura o “intruso” que violaba la regla geométrica entre un grupo de seis. En nuestro estudio, la administración se llevó a cabo

de forma computerizada (programa E-prime), aleatorizándose la presentación de los estímulos para evitar posibles sesgos en el orden de administración de los conceptos, y sin límite de tiempo. Al inicio de la tarea, se presentaron dos ítems de práctica basados en las características de color y orientación. Se evaluaron un total de cuarenta y tres conceptos (puntuación total de la tarea) dentro de siete categorías geométricas (véase Figura 2):

a) *topología*, esta categoría trata especialmente la continuidad y otros conceptos originados por ella, como las propiedades de las figuras con independencia de su tamaño o forma. Los conceptos evaluados fueron “dentro”, “cierre”, “conectividad” y “agujeros”.

b) *geometría euclídea*, relativa a un sistema matemático que asume un conjunto pequeño de axiomas. Conceptos de “línea recta”, “curva”, “alineación de puntos en líneas”, “líneas paralelas”, “líneas secantes” y “ángulo recto”.

c) *figuras geométricas*, hace referencia a la información de la forma de un objeto, que permanece al eliminar los efectos de localización, escala y rotación, quedando los límites externos basados en puntos, líneas, curvas, etc. Los conceptos fueron “cuadrilátero”, “trapezoide”, “paralelogramo”, “rectángulo”, “cuadrado”, “triángulo equilátero”, “triángulo con ángulo recto”, “círculo”, y “forma convexa”.

d) *figuras simétricas*, se trata de una relación de equilibrio, correspondencia o igualdad que existe entre la forma, el tamaño, la distribución, el color, etc. En este caso se evaluó la simetría bilateral basada en la forma. Los conceptos se midieron en función del eje de presentación de las figuras, “vertical”, “horizontal”, y “oblicua”.

e) *figuras especulares*, se denomina “quilaridad geométrica” a una imagen u objeto que tiene plano de simetría. También aquí los conceptos dependieron del eje de presentación: “vertical” y “oblicuo”.

f) *propiedades métricas*, son propiedades geométricas que dependen de magnitudes o medidas, como por ejemplo la igualdad de dos triángulos, la de dos ángulos, la propiedad de un cuadrilátero de ser cuadrado, etc. Los conceptos fueron “distancia”, “equidistancia”, “incremento de la distancia”, “dentro del círculo”, “centro del cuadrilátero”, “mitad del segmento”, y “proporción fija”.

g) *transformaciones geométricas*, se trata de cambios de una forma o posición en otra, representando o moviendo cada punto de la figura geométrica original a una posición diferente mediante un procedimiento especificado. Al transformado se le llama “homólogo original”. Los conceptos medidos fueron “translación”, “dilatación” (de orientación fija y

tamaño fijo), “simetría” (horizontal, vertical y oblicua), “simetría del punto”, y “rotación”.

<u>Práctica</u>			<u>Principios esenciales de geometría</u>								
Orientación			a. Topología			b. Geometría euclídea			c. Figuras geométricas		
<u>Principios de geometría mediados culturalmente</u>											
d. Figuras simétricas			e. Figuras especulares			f. Propiedades métricas			g. Transformaciones geo.		

Figura 2. Test múltiple de las categorías conceptuales geométricas evaluadas por Dehaene, Izard, Pica y Spelke (2006). En la imagen, aparecen los conceptos de “conectividad” (*topología*), “líneas paralelas” (*geometría euclídea*), “círculo” (*figuras geométricas*), “eje oblicuo” (*figuras simétricas*), “eje oblicuo” (*figuras especulares*), “centro del cuadrilátero” (*propiedades métricas*), y “rotación” (*transformaciones geométricas*).

Las pruebas de MTVE fueron extraídas de la *Batería para la valoración de la memoria Visual y Espacial* o BVS-Corsi (Mammarella, y cols., 2008), creada expresamente sobre la base del modelo de continuidad de Cornoldi y Vecchi (2003). La evaluación de la MTVE por tanto, tuvo en cuenta por una parte el grado de control (continuo vertical), y por otra el procesamiento dependiente de tres modalidades (continuo horizontal). Para asegurar la alternancia entre las tres modalidades del continuo horizontal (espacial-simultáneo, espacial-secuencial, y visual); y entre el grado de control (pasivo y activo; véase Figura 3) se estableció un orden de presentación fijo. Concretamente, se midieron un total de seis pruebas administradas mediante ordenador (E-prime o Power Point). Cada prueba constaba de diferentes niveles que presentaban una dificultad en aumento.

Un nivel se consideraba correcto si el participante acertaba al menos dos de los tres problemas de ese nivel; por el contrario, si fallaba al menos dos de los tres, la tarea finalizaba dando lugar a la puntuación de ese participante. La puntuación total hizo referencia a la suma de las tres últimas respuestas correctas, de esta forma, si un participante acertaba dos problemas del nivel tres y sólo uno del nivel cuatro, se sumaba $3+3+4=10$. Las seis pruebas fueron:

1. *Matriz simultánea de puntos* (espacial-simultáneo/pasivo): tras la presentación simultánea de puntos (de dos a ocho) dispuestos en una matriz de 5×5 , los sujetos debían responder “verdadero” (V) o “falso” (F) ante la presentación de una segunda matriz, que podía ser igual (V) o diferente (F) según se correspondiese con el conjunto de puntos de la primera matriz.

2. *Matriz de puntos* (espacial-secuencial/activo): creada por Miyake, Friedman, Emerson, Witzki, Howerter y Wager (2000)². Después de presentar una ecuación (suma o resta) dispuesta en forma de matriz compuesta de nueve puntos, el participante debía contestar “V” o “F” según el cálculo se correspondiese con el resultado. Tras cada ecuación, se presentaba una matriz de 5×5 conteniendo un punto en una celda concreta, el cual variaba desde dos hasta cinco posiciones. Al final de cada ensayo, cada sujeto tenía que indicar en una matriz en blanco la posición de todos los puntos presentados después de cada cómputo (dos, tres, cuatro o cinco).

3. *Figuras sin sentido* o *FSS* (visual/pasivo): en este caso, en vez de puntos se dispusieron simultáneamente figuras sin forma definida, con un número que varió desde dos hasta ocho. De nuevo, cada participante debía verificar si la segunda presentación era igual (V) o diferente (F) a la primera.

4. *Test del patrón visual activo* o *VPTA* (espacial-simultáneo/activo): tras la presentación de una matriz que variaba desde dos hasta diez casillas coloreadas, el participante debía marcar en una matriz en blanco las casillas que se correspondían con una posición por debajo de las posiciones mostradas en la primera matriz.

5. *Matriz secuencial de puntos* (espacial-secuencial/pasivo): similar a la prueba de Matriz simultánea de puntos, los sujetos debían responder “V” si la segunda matriz tenía la misma disposición de puntos que la primera, o “F” si difería. Sin embargo, en este caso la presentación de los puntos se hizo con tiempos diferentes, debiéndose verificar tanto la posición como el orden de presentación de los puntos.

² Única prueba de MTVE que no se extrajo de la BVS-Corsi.

6. *Puzle*³ (visual/activo): tras observar durante tres segundos un dibujo (p. ej. un teléfono), cada participante se enfrentaba al mismo dibujo conteniendo de dos a diez piezas. Su tarea era ordenar cada dibujo en una matriz de respuesta escribiendo en cada casilla el número correspondiente para formar la figura presentada.

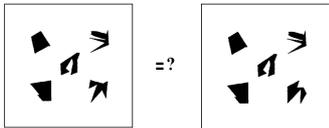
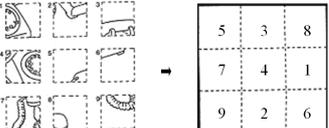
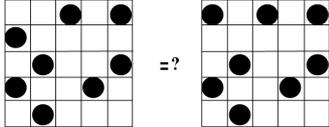
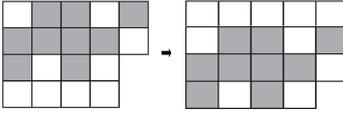
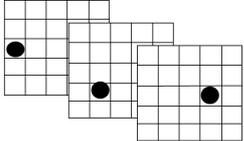
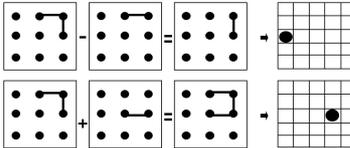
		CONTINUO VERTICAL	
		Pasivas	Activas
CONTINUO HORIZONTAL	Visual	<p>Figuras sin sentido (FSS)</p> 	<p>Puzle</p> 
	Espacial simultánea	<p>Matriz simultánea de puntos</p> 	<p>Prueba del patrón visual (VPTA)</p> 
	Espacial secuencial	<p>Matriz secuencial de puntos</p> 	<p>Matriz de puntos</p> 

Figura 3. Las seis pruebas de MTVE extraídas de la *Batería para la valoración de la memoria Visual y Espacial o BVS-Corsi* (Mammarella, Toso, Pazzaglia y Cornoldi, 2008).

Debido a que el número de preguntas (o niveles) varió en función de la prueba y/o categoría geométrica, como variable dependiente para nuestros análisis usamos el porcentaje de aciertos, en vez de la suma total de respuestas correctas.

³ Única prueba de MTVE administrada completamente en formato “lápiz y papel”.

RESULTADOS

La Tabla 1 muestra las medias y desviaciones estándar de las pruebas de significado verbal, geometría general, puntuación total y de las siete categorías conceptuales del test múltiple de Dehaene y cols. (2006), y las seis pruebas de MTVE. Por una parte, es interesante la similitud entre nuestro porcentaje total de aciertos en el test múltiple (79%) y el porcentaje con adultos occidentales hallado por Dehaene y cols. (aprox. 80%), el cual es algo mayor que el porcentaje encontrado por Giofrè y cols. (2013) en estudiantes de secundaria (65%), y el encontrado por Dehaene y cols. en niños norteamericanos (60%), niños indígenas (62%) y adultos indígenas (65%). Por otra parte, en cuanto al porcentaje de aciertos para cada categoría geométrica por separado, también observamos un patrón similar al obtenido por Dehaene y cols. (2006), con un mayor número de errores en la categoría de transformaciones geométricas (53,70%).

Como nuestro objetivo era explorar la relación entre los componentes de la MTVE y el conocimiento general verbal y de geometría, primero realizamos un análisis correlacional⁴ incluyendo las correlaciones surgidas entre las pruebas de significado verbal, geometría general, puntuación total del test múltiple, y las seis pruebas de MTVE (Tabla 2). Como se puede observar, la prueba de significado verbal no correlacionó con ninguna de las medidas de geometría, mientras que sí lo hizo con dos de las pruebas de MTVE: Matriz de puntos ($r = .30, p < 0.05$) y Matriz secuencial de puntos ($r = .51, p < 0.001$). A su vez, la prueba de geometría general correlacionó significativamente con cuatro de las seis pruebas de MTVE: Matriz de puntos ($r = .42, p < 0.01$), VPTA ($r = .40, p < 0.01$), Matriz secuencial de puntos ($r = .43, p < 0.01$), y Puzle ($r = .48, p < 0.01$). Más interesante, la prueba de geometría intuitiva sólo mostró correlación con las pruebas VPTA ($r = .48, p < 0.01$), y Puzle ($r = .52, p < 0.001$), ambas clasificadas en la BVS-Corsi como demandantes de procesamiento activo según el modelo de continuidad (Cornoldi y Vecchi, 2003).

Para entender mejor la relación entre el test múltiple de Dehaene y cols. (2006) y la MTVE realizamos un análisis más detallado de las correlaciones entre los porcentajes de aciertos de las siete categorías conceptuales evaluadas en este test y las seis pruebas de MTVE (Tabla 3).

⁴ Una limitación importante de nuestros análisis correlacionales es que no están corregidos con el test de Bonferroni, ya que el número tan elevado de pruebas y/o categorías que evaluamos restringe los resultados a un nivel de significación demasiado conservador. No obstante, estos resultados son preliminares y sirven de base para el análisis posterior.

Tabla 1. Estadísticos descriptivos con el porcentaje de aciertos en las pruebas de significado verbal, geometría general, puntuación total y de las categorías geométricas por separado en el test múltiple de Dehaene y cols. (2006), y las seis pruebas de MTVE.

Pruebas		M	D.T.	
Verbal	Significado	79.20	12,10	
Geometría	General	49.44	18,33	
	Test múltiple	78.67	9,16	
Categorías conceptuales de geometría	Esenciales	Topología	98.61	5.78
		Geometría euclídea	94.21	9.31
		Figuras geométricas	86.21	11.61
	Mediadas-culturalmente	Figuras simétricas	66.67	33.65
		Figuras especulares	74.54	21.44
		Propiedades métricas	76.72	13.96
		Transformaciones geo.	53.70	19.22
MTVE	Pasivas	Matriz simultánea	83.51	6.59
		FSS	64.64	8.46
		Matriz secuencial	79.37	9.06
	Activas	VPTA	68.93	16.14
		Matriz de puntos	43.06	18.79
		Puzle	75.51	17.35

Las pruebas de MTVE que correlacionaron con las categorías conceptuales de geometría fueron de nuevo la prueba Puzle: geometría euclídea ($r = .42$, $p < 0.01$), figuras especulares ($r = .42$, $p < 0.01$), transformaciones geométricas ($r = .42$, $p < 0.01$), y figuras geométricas ($r = .30$, $p < 0.05$); y

la prueba VPTA: transformaciones geométricas ($r = .40$, $p < 0.01$), geometría euclídea ($r = .33$, $p < 0.05$), figuras especulares ($r = .29$, $p < 0.05$), y figuras simétricas ($r = .27$, $p < 0.05$). Por su parte, la prueba Matriz secuencial de puntos correlacionó con la categoría figuras simétricas ($r = .31$, $p < 0.05$). Es decir, de nuevo las pruebas VPTA y Puzle surgieron de manera significativa para la geometría intuitiva, dándose conjuntamente en las categorías transformaciones geométricas, figuras especulares y geometría euclídea, mientras que la categoría figuras simétricas lo hizo mediante la prueba de Matriz secuencial de puntos.

Tabla 2. Correlaciones de las nueve pruebas administradas: significado verbal, geometría general, puntuación total del test múltiple de categorías conceptuales y las seis pruebas de MTVE.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1. Significado verbal	1								
2. Geometría general	,29	1							
3. Test múltiple	,26	,23	1						
4. Matriz simultánea	-,01	-,08	-,18	1					
5. Matriz de puntos	,30*	,42**	,24	,20	1				
6. FSS	,04	,14	-,25	,02	-,16	1			
7. VPTA	,28	,40**	,48**	-,05	,54**	,02	1		
8. Matriz secuencial	,10	,43**	,26	-,22	,15	-,08	,26	1	
9. Puzle	,51**	,48**	,52**	-,10	,33*	,00	,61**	,25	1

Tabla 3. Correlaciones entre el porcentaje de aciertos de las siete categorías conceptuales de geometría del test múltiple de Dehaene y cols. (2006), y las seis pruebas de MTVE.

Categorías y pruebas	3a	3b	3c	3d	3e	3f	3g	4	5	6	7	8	9
3a. Topología	1												
3b. Geometría euclídea	-,04	1											
3c. Figuras geométricas	-,06	,29*	1										
3d. Figuras simétricas	-,16	,25	,22	1									
3e. Figuras especulares	-,10	,22	,54**	,11	1								
3f. Propiedades métricas	-,16	-,02	,27*	-,08	,08	1							
3g. Transformaciones geo.	-,01	,35**	,40**	,15	,33*	,18	1						
4. Matriz simultánea	,04	-,20	-,22	-,18	-,04	,12	-,12	1					
5. Matriz de puntos	-,02	,05	,13	,10	,23	,16	,18	,20	1				
6. FSS	,08	-,14	-,26	-,12	-,22	-,18	-,05	,02	-,19	1			
7. VPTA	,11	,33*	,17	,27*	,30*	,13	,40**	-,05	,54**	,02	1		
8. Matriz secuencial	-,07	,24	,26	,31*	,12	-,10	,02	-,22	,15	-,08	,26	1	
9. Puzle	-,05	,42**	,30*	,18	,42**	,21	,42**	-,10	,33*	,00	,61**	,25	1

Es interesante notar que las categorías conceptuales geométricas presentaron correlaciones acentuadas entre ellas mismas. Esto ocurrió principalmente entre las categorías de figuras geométricas, figuras especulares y transformaciones geométricas, lo que refleja la buena consistencia del test en la evaluación de la capacidad geométrica. Además, tres de las seis pruebas de MTVE correlacionaron significativamente entre sí: VPTA y Puzle ($r = .61, p < 0.001$), VPTA y Matriz de puntos ($r = .54, p < 0.001$), y Puzle y Matriz de puntos ($r = .33, p < 0.05$), siendo las tres, curiosamente, las pruebas que demandan un alto grado de control de la información. Además, llevamos a cabo un análisis de regresión lineal donde seleccionamos las seis pruebas de MTVE como posibles variables predictoras de la ejecución de 1) la prueba de geometría general; 2) el porcentaje total de aciertos en el test múltiple de Dehaene y cols. (2006); y 3) el porcentaje de aciertos de cada una de las categorías geométricas por separado (Tabla 4). En cuanto a la variable criterio geometría general, el análisis de regresión incluyó un modelo con dos de las seis pruebas de MTVE como predictoras: Puzle y Matriz secuencial de puntos ($R^2 = .34, p < 0.01$). En cambio, el modelo explicativo para el porcentaje de aciertos del test múltiple tomó las variables predictoras de Puzle y FSS ($R^2 = .33, p < 0.01$). Por último, el análisis de regresión para cada una de las categorías conceptuales de geometría por separado mostró lo siguiente: dos de las siete categorías (topología y propiedades métricas) no obtuvieron ningún modelo explicativo a través de las pruebas de MTVE; mientras que cuatro categorías lo hicieron mediante la prueba Puzle: geometría euclídea ($R^2 = .18, p < 0.01$); figuras geométricas, la cual también incluyó la prueba FSS ($R^2 = .16, p < 0.01$); figuras especulares ($R^2 = .18, p < 0.01$); y transformaciones geométricas ($R^2 = .18, p < 0.01$). Además, aunque en menor grado, la prueba Matriz secuencial de puntos explicó parte de la varianza de la categoría figuras simétricas ($R^2 = .10, p < 0.01$).

Finalmente, realizamos un análisis factorial confirmatorio con la matriz de correlación de las siete categorías geométricas del test múltiple de Dehaene y cols. (2006), a modo exploratorio⁵. Para ello se utilizó el programa LISREL 8.80 (Joreskog y Sorbom, 2006), mediante el método de estimación de máxima probabilidad. Este análisis nos permitió ver si las puntuaciones en el test múltiple se explicaban mejor mediante una dimensión básica (un solo factor) como la “capacidad geométrica”, o

⁵ El análisis factorial confirmatorio es una técnica que requiere de una gran muestra de participantes para obtener suficiente potencia estadística (p. ej. Arrindell y van der Ende, 1985; Comrey y Lee, 1992; Guilford, Christensen, Bond y Sutton, 1954). Por esta razón, el análisis aquí presente sólo tiene carácter exploratorio.

mediante la distinción definida por Giofrè y cols. (2013) entre “*categorías esenciales*” y “*categorías culturalmente mediadas*” (dos factores).

Tabla 4. Regresión lineal con el porcentaje de aciertos de las pruebas de geometría general, puntuación total en el test múltiple de Dehaene y cols. (2006), y puntuación específica de las siete categorías conceptuales geométricas por separado.

Variables Criterio		Variables Predictoras				
		Modelo	R^2	B	t	F
2	Geometría general	Puzle	.34	.40	3.1	11
		Matriz secuencial		.34	2.7	
3	Test múltiple	Puzle	.33	.52	4.5	13
		FSS		-.25	-2.2	
3a	Topología	No existe modelo				
3b	Geometría euclídea	Puzle	.18	.42	3.3	11
3c	Figuras geométricas	Puzle	.16	.30	2.3	4.9
		FSS		-.26	-2.0	
3d	Figuras simétricas	Matriz secuencial	.10	.31	2.4	5.7
3e	Figuras especulares	Puzle	.18	.42	3.3	11
3f	Propiedades métricas	No existe modelo				
3g	Transformaciones geo.	Puzle	.18	.42	3.3	11

Para la estimación del modelo que mejor explicaba las puntuaciones de las categorías, utilizamos tres índices de ajuste: 1) χ^2 relativo, o relación entre chi-cuadrado y los grados de libertad; 2) *RMSEA* (de sus siglas en inglés “*Root Mean Square Error of Approximation*”), o distancia que existe entre el modelo perfecto y el modelo estimado, donde los valores por debajo de 0.05 representan un buen ajuste (Hu y Bentler, 1995); y 3) *ECVI* (de sus siglas en inglés “*Expected Cross Validation Index*”), o discrepancia entre la matriz de correlación de la muestra analizada y la matriz de correlación que se esperaría en una muestra diferente con el mismo tamaño (Joreskog y Sorbom, 1993). En la confrontación de modelos, el ECVI más pequeño señala el mejor modelo. Los resultados mostraron que el modelo con dos factores (véase Figura 4) se ajustó bien al modelo perfecto (χ^2 relativo = 1.09; *RMSEA* = 0.041; *ECVI* = 0.83), mientras que el modelo de un factor no se ajustó (χ^2 relativo = 1.17; *RMSEA* = 0.056; *ECVI* =

0.84). Los coeficientes de fiabilidad fueron: $\alpha = .278$ para la dimensión de categorías esenciales, y $\alpha = .357$ para la dimensión de categorías mediadas culturalmente. Si bien estos valores son bajos, como ya se ha especificado, la muestra de sujetos no es suficientemente grande para este tipo de modelos, por lo que los valores de fiabilidad se ven afectados. Sin embargo, el cálculo de la fórmula profética de Spearman-Brown (1910) genera un coeficiente de 3.2 para el factor de categorías esenciales, y de 2.2 para el factor de categorías mediadas culturalmente. Esto significa que añadiendo pocos ítems a cada factor, los coeficientes de fiabilidad mejorarían notablemente.

El modelo de dos factores muestra como la dimensión de categorías esenciales correlaciona fuertemente con la categoría conceptual de figuras geométricas ($r = .70$), seguida de la categoría geometría euclídea ($r = .39$) y topología ($r = -.15$). Por su parte, la dimensión de categorías geométricas mediadas culturalmente correlaciona principalmente con las categorías de figuras especulares ($r = .44$) y transformaciones geométricas ($r = .37$), y en menor grado con las categorías propiedades métricas y figuras simétricas ($r = .25$ y $r = .24$ respectivamente). Por último, la correlación existente entre ambas dimensiones es alta ($r = 1.60$). A pesar de que el valor que el modelo arroja es teóricamente inadmisibles, desde un punto de vista estadístico se explica porque al tratarse de dos dimensiones del mismo constructo (capacidad geométrica), que a su vez están medidas con la misma tarea, se produce colinealidad. Cuando existe colinealidad entre los elementos y la muestra de sujetos es pequeña el modelo puede arrojar un valor inadmisibles (Joreskog y Sorbom, 2006).

DISCUSIÓN

El objetivo general de la presente investigación fue observar si la relación entre la capacidad geométrica y la MTVE encontrada en estudiantes de secundaria inmersos en un contexto formativo de geometría (Giofrè y cols., 2013), se mantiene en estudiantes universitarios. A su vez, quisimos ver la posible influencia que ejerce la habilidad verbal (significado de palabras) en la capacidad geométrica y la MTVE. No obstante, nuestro objetivo fundamental fue explorar si la disociación entre los conceptos geométricos esenciales y los mediados culturalmente basada en la participación de algunos procesos de la MTVE, se generaliza a poblaciones adultas. Para ello evaluamos una muestra de estudiantes universitarios en tareas de geometría, de MT y de habilidad verbal, y realizamos análisis correlacionales y de regresión.

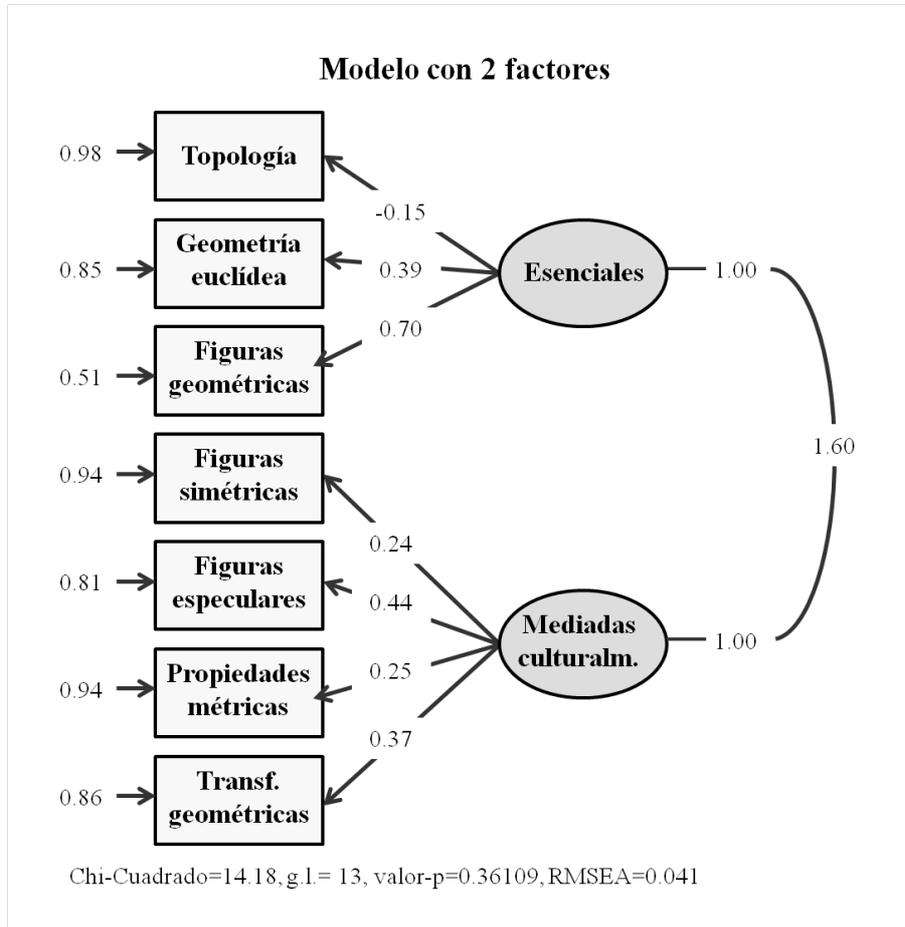


Figura 4. El modelo estimado para las dos dimensiones definidas por Giofrè y cols. (2013): categorías geométricas “esenciales” y “mediadas culturalmente”. Los números reflejados en las flechas que van hacia la izquierda (desde los constructos hasta las categorías) son los pesos estandarizados de los factores; los números que están junto a las flechas que van hacia la derecha representan el error cuadrado, que estima la varianza de cada tarea no explicada en los factores. La línea curva que une ambos factores indica la correlación estimada entre dichos componentes.

En primer lugar, las correlaciones entre la prueba general de geometría, la prueba verbal y las distintas tareas de MT mostraron que tanto la prueba de geometría general como el porcentaje total del test múltiple de las categorías conceptuales de geometría requieren la capacidad de MTVE,

especialmente mediante las pruebas que requieren un alto grado de control o procesamiento activo (Matriz de puntos, VPTA, Matriz secuencial de puntos y Puzle con la prueba general de geometría; VPTA y Puzle con la puntuación global en la prueba de Dehaene). Sin embargo, y a pesar de que la prueba de significado verbal correlacionó con dos tareas de MTVE de alto control (Matriz de puntos y Puzle), el análisis correlacional no mostró relación entre la prueba de significado verbal y las pruebas de geometría (geométrica general y test múltiple). En este sentido, aunque se ha demostrado que el aprendizaje lingüístico de conceptos geométricos ayuda en el proceso de maduración de la capacidad geométrica (van Hiele, 1986; van Hiele-Geldof, 1984), el conocimiento sobre el significado de conceptos generales no parece relacionarse con dicha capacidad. Por tanto, estos primeros análisis muestran que la capacidad geométrica parece depender principalmente de MTVE y más concretamente de aquellos procesos que requieren un alto grado de control visoespacial.

En segundo lugar, exploramos posibles diferencias entre distintas categorías geométricas para investigar si la disociación entre aspectos esenciales y mediados culturalmente (Dehaene y cols., 2006, con indígenas; Giofrè y cols. 2013, con adolescentes) se mantenían en nuestra población de adultos universitarios. Curiosamente, nuestros resultados mostraron que un alto grado de control en MTVE se asocia a categorías geométricas complejas, como son aquellas que demandan procesos de transformación mental. De esta forma, el análisis de las correlaciones entre las seis pruebas de MTVE y las siete categorías conceptuales geométricas de la prueba de Dehaene y cols. (2006) mostró que sólo tres categorías presentaban correlaciones significativas (geometría euclídea, figuras especulares y transformaciones geométricas) para las pruebas Puzle y VPTA. Por su parte, el análisis de regresión también mostró que la prueba Puzle, la cual requiere un alto grado de control, fue la que apareció de manera más consistente en los modelos de predicción de las categorías conceptuales de geometría euclídea, transformaciones geométricas y figuras especulares, mientras que las categorías geométricas esenciales no incluyeron de forma consistente pruebas de MTVE en el modelo de regresión. Por último, el análisis factorial confirmatorio reveló que sólo el modelo que distinguió entre categorías con principios esenciales de geometría y las categorías con principios de geometría mediados culturalmente (dos factores) se ajustó bien al modelo perfecto. Por tanto, a pesar de que el tamaño de nuestra muestra (54 participantes) no fue lo suficientemente grande para obtener una potencia estadística aceptable, nuestro patrón de resultados muestra una disociación entre los dos tipos de conocimiento geométrico, uno que depende de la MTVE más activa y otro que es relativamente independiente

de estos procesos activos. Así, nuestros datos coinciden con los estudios previos en mostrar una mayor dificultad (Dehaene y cols., 2006), así como mayor dependencia de la MTVE (Giofrè y cols., 2013) en las categorías de transformaciones geométricas y figuras especulares, las cuales requieren llevar a cabo procesos de transformación mental y parecen captar conceptos geométricos menos básicos como aquellos mediados culturalmente. Por su parte, Dehaene y cols. (2006) apuntaron que la transformación mental se asocia a juicios de segundo orden, los cuales según el modelo de van Hiele sobre el proceso jerárquico del aprendizaje geométrico (van Hiele, 1986; van Hiele-Geldof, 1984), conllevan establecer relaciones de relaciones. Por ejemplo, aplicado a la geometría, muchas tareas requieren establecer relaciones entre distintas figuras (p. ej. relación espacial entre dos triángulos o relación de segundo orden) que a su vez están definidas por un conjunto de relaciones entre sus propiedades (p. ej. propiedades necesarias para definir un triángulo o relación de primer orden). Esta asociación de asociaciones está presente en las transformaciones mentales, las cuales necesitan el almacenamiento de la información de la configuración original, el procesamiento de las relaciones entre las distintas formas, y la extracción de la configuración final. Todo esto requiere de un procesamiento controlado en la MTVE.

Por otra parte, nuestros modelos de regresión también son parcialmente congruentes con los resultados encontrados en estudiantes de secundaria en el estudio de Giofrè y cols., (2013), donde se observó una relación entre la prueba Puzle y aquellas categorías “mediadas culturalmente por principios geométricos” (figuras simétricas, figuras especulares, propiedades métricas y transformaciones geométricas). De esta forma, si bien los estudiantes universitarios continúan demandando un procesamiento activo de MTVE en las categorías figuras especulares y transformaciones geométricas, las figuras simétricas y propiedades métricas ya no parecen necesitar un alto grado de control en MTVE. En relación a esto, un dato significativo fue la diferencia entre el porcentaje total de aciertos del test múltiple de categorías conceptuales de geometría en estudiantes universitarios (79%) y la encontrada con estudiantes de secundaria (65%). Estos resultados concuerdan con el promedio hallado por Dehaene y cols. (2006) en adultos occidentales (aprox. 80%), frente al promedio de niños norteamericanos e indígenas (aprox. 61%). Puesto que nuestra muestra de estudiantes universitarios no estaba inmersa en un contexto formativo de geometría, la diferencia principal entre ambos grupos parece deberse al hecho de que fueran adolescentes (17-18 años) en el estudio de Giofrè y cols. (2013), o adultos tempranos (más de 22 años) en nuestro estudio. Sin embargo, Dehaene y cols. (2006) también observaron

un porcentaje más bajo en adultos indígenas (aprox. 65%), de lo que se desprende la idea de que existen cambios madurativos entre la adolescencia y la adultez que afectan sólo al procesamiento cognitivo de principios geométricos mediados culturalmente. Más concretamente, las categorías figuras simétricas y propiedades métricas no parecen depender de un alto grado de control en edad adulta, mientras que las figuras especulares y las transformaciones geométricas siguen necesitando de un procesamiento activo en MTVE, lo que de nuevo refleja la implicación de procesos cognitivos complejos como es el caso de las transformaciones mentales. De esta manera, diversos estudios han demostrado diferencias de sexo en procesos cognitivos como la capacidad visoespacial (p. ej. Halpern, 2000). En general, mientras que las mujeres son mejores en tareas de memoria y capacidad verbal, los hombres realizan mejor tareas que implican la capacidad matemática y visoespacial. Puesto que nuestra muestra cuenta con un porcentaje bajo de hombres (11%), sería importante aclarar si las diferencias en MTVE encontradas para ciertas categorías geométricas se mantienen al igualar el número de mujeres y hombres. A su vez, la comprobación de estos resultados en personas que han desarrollado una buena capacidad visoespacial (p. ej. estudiantes de carreras científico-técnicas), ayudaría a comprender más profundamente el papel que desempeña la MTVE en operaciones complejas como la transformación mental⁶. Finalmente, nuestros resultados muestran la utilidad del modelo de continuidad de Cornoldi y Vecchi (2003) para explicar datos de tareas cognitivas complejas. La dimensión vertical por una parte, refleja una división entre las funciones de almacenamiento, asociadas a procesos pasivos, y las de procesamiento, asociadas a un grado alto de control o procesos activos, relacionándose a ambas con dimensiones como la automaticidad, complejidad, dificultad, atención solicitada o compensación del almacenamiento-procesamiento. Un ejemplo interesante de operación controlada o activa (proceso más central) defendida en el modelo, es la rotación mental. De esta forma, la definición de transformación mental como operación que requiere tanto el almacenamiento (procesos periféricos) como el procesamiento (procesos centrales), nos conduce de nuevo a la idea de que aquellos conceptos que demandan esta operación mental (como dilatación, rotación o figuras especulares), necesitan de un alto grado de control o proceso activo situado en el eje vertical de dicho modelo. Puesto que tanto el análisis correlacional como el análisis de regresión indican que las categorías de transformaciones geométricas y figuras especulares se

⁶ Agradecemos a un revisor anónimo que apuntase la necesidad de incluir este tipo de muestras.

explican a partir de la prueba Puzle, caracterizada como “activa” según la BVS-Corsi (Mammarella y cols., 2008), podemos concluir que al menos aquellas categorías geométricas que demandan procesos complejos como las transformaciones mentales, necesitan del componente visoespacial de MT mediante procesos activos. Esto es congruente con los resultados hallados por Miyake y cols. (2001), donde las capacidades de “visualización espacial” (similar a los procesos de transformación geométrica) y “relación espacial” (tareas muy similares a la de figuras especulares), ambas demandantes de transformación mental, se asociaron a una dimensión más central o función ejecutiva, y menos a la capacidad visoespacial por sí sola. El continuo horizontal por otra parte, representa el procesamiento dependiente de la modalidad de la información (visual, espacial, verbal, táctil, etc.). En base a esto, nuestros resultados indicaron que tres de las seis pruebas de MTVE correlacionaron significativamente entre sí: VPTA y Puzle, VPTA y Matriz de puntos, y Puzle y Matriz de puntos. Por tanto, la distancia teorizada por el modelo se refleja claramente en los datos obtenidos ya que según la varianza explicada a través de las correlaciones, la distancia entre los procesos visual (Puzle) y secuencial-simultáneo (VPTA), y a su vez entre los procesos espacial-simultáneo y espacial-secuencial (Matriz de puntos), es bastante menor (relación inversa con la correlación) que la hallada entre los procesos visual y espacial-secuencial. A su vez, siguiendo con la distinción del procesamiento dependiente de la modalidad y concretamente refiriéndonos al proceso visual, un dato significativo en el análisis correlacional y de regresión fue la relación entre la prueba Puzle y la categoría geometría euclídea. Según el sistema de coordenadas euclidiano la intuición del espacio no es una “lectura” o aprehensión innata de las propiedades de los objetos, sino un sistema de relaciones nacido de la experiencia directa con esos objetos. En este sentido necesitamos observar las propiedades físicas de nuestro entorno para ejecutar cualquier movimiento o “navegar” hacia algún punto en el espacio físico. Este proceso visual como vínculo establecido entre el movimiento y las características físicas de los objetos, también se refleja en la distinción teorizada entre los sistemas del dónde, más propiamente espacial, y del qué, vinculado mayormente a la modalidad visual (Ungerleider y Mishkin, 1982; Ungerleider y Haxby, 1994).

En conclusión, el presente trabajo sugiere el uso consistente del modelo de continuidad de Cornoldi y Vecchi (2003) para el estudio de la capacidad geométrica, y arroja luz sobre el procesamiento de operaciones mentales complejas en población adulta.

ABSTRACT

Geometry ability and visuospatial memory in adult population. A study carried out with an indigenous tribe from Amazon (Dehaene, Izard, Pica, & Spelke, 2006) demonstrated the existence of an intuitive ability in the performance of conceptual categories of geometry. Subsequently, some of these categories have been related to the Visuospatial Working Memory (VSWM) component in children (Mammarella, & cols., 2013) and adolescents (Giofrè, & cols., 2013). Our results with adult population (undergraduate students) show that a high level of control or active processing in VSWM predicts part of the variance found in those geometric concepts demanding a more complex processing, as it is the case of mental transformation. These findings are explained from the continuity model of Cornoldi and Vecchi (2003).

REFERENCIAS

- Arrindell, W. A. y van der Ende. J. (1985). An empirical test of the utility of the observations-to-variables ratio in factor and components analysis. *Applied Psychological Measurement*, 9, 165 - 178.
- Baddeley, A. D. (2000). The episodic buffer: A new component of working memory? *Trends in Cognitive Sciences*, 4, 417-422.
- Baddeley, A. D., y Hitch, G. J. (1974). Working memory. En G. Bower (Ed.), *Recent advances in learning and motivation*. 47-90. New York: Academic Press.
- Baddeley, A., y Logie, R. (1999). Working memory: The multiple component model. En A. Miyake y P. Shah (Eds.), *Models of working memory*. 28-61. New York: Cambridge University Press.
- Carroll, J. B. (1993). *Human cognitive abilities: A survey of factor-analytic studies*. New York: Cambridge University Press.
- Clements, D. H., y Sarama, J. (2007). Effects of a preschool mathematics curriculum: Summative research on the *Building Blocks* project. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38, 136-163.
- Comrey, A. L. y Lee, H. B. (1992). *A first course in factor analysis*. Routledge.
- Cornoldi, C., Dalla, Vecchia, R., y Tressoldi, P. E. (1995). Visuo-spatial working memory limitation in low visuo-spatial high verbal intelligence children. *Journal of child psychology and child psychiatry*, 36, 1053-64.
- Cornoldi, C., Friso, G., y Pra Baldi, A. (2010). *Prove MT avanzate-2. Prove MT avanzate di lettura e matematica 2 per il biennio della scuola secondaria di II grado. [Advanced MT 2 test – Advanced MT test of reading and mathematics for 9th and 10th grades]*. Florence, Italy: Organizzazioni Speciali.
- Cornoldi, C., y Vecchi, T. (2000). Mental Imagery in blind people: The role of passive and active visuospatial processes. En A. H. Morton (Ed.), *Touch, representation and blindness*. 29-58. Oxford: Oxford University Press.
- Cornoldi, C., y Vecchi, T. (2003). *Visuo-spatial working memory and individual differences*. Hove, UK: Psychology Press. 87-110.
- Darling, S., Della Sala, S., y Logie, R. H. (2007). Behavioural evidence for separating components within visuo-spatial working memory. *Cognitive Processing*, 8, 175-181.

- Dehaene, S., Izard, V., Pica, P., y Spelke, E. (2006). Core Knowledge of Geometry in an Amazonian Indigene Group. *Science*, 311, 381.
- Genkins, E. F. (1975). The concept of bilateral symmetry in young children. En M. F. Roszkopf (Ed.), *Children's mathematical concepts: Six Piagetian studies in mathematics education*. 5-43. New York: Teaching College Press.
- Giofrè, D., Mammarella, I. C., Ronconi, L., y Cornoldi, C. (2013). Visuospatial working memory in intuitive geometry, and in academic achievement in geometry. *Learning and Individual Differences*, 23, 114-122.
- Guilford, J. P., Christensen, P. R., A. Bond Jr. N. y Sutton, M. A. (1954). A factor analysis study of human interests. *Psychological monographs: General and applied*, 68, 1-38.
- Halpern, D. F. (2000). *Sex differences in cognitive abilities*. Mahwah, NJ: LEA.
- Hasher, L. y Zacks, R. T. (1988). Working memory, comprehension, and aging: A review and a new view. En G. H. Bower (Ed); *The psychology of learning and motivation: Advances in research and theory*. San Diego, CA: Academic Press.
- Hu, L. T. y Bentler, P. M. (1999). Cutoff criteria for fit indexes in covariance structure analysis: Conventional criteria versus new alternatives. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 6, 1-55.
- Jöreskog, K. G. y Sörbom, D. (1993). *Lisrel 8: Structured equation modeling with the Simplis command language*. Scientific Software International.
- Jöreskog, K. G. y Sörbom, D. (2006). *LISREL 8.8 statistical program [Scientific Software]*. Chicago, IL: Scientific Software International.
- Kosslyn, S. M., (1994). *Image and brain*. Cambridge, MA: MIT Press
- Logie, R. H. (1995). *Visuo-spatial working memory*. Hove, UK: Lawrence Erlbaum Associates Ltd.
- Logie, R. H., y Marchetti, C. (1991). Visuo-spatial working memory: Visual, spatial or central executive. En R. H. Logie y M. Denis (Eds.), *Mental images ni human cognition*. 105-115. Amsterdam: North-Holland, Elsevier.
- Mammarella, I. C., Giofrè, D., Ferrara, R., y Cornoldi, C. (2013). Intuitive geometry and visuospatial working memory in children showing symptoms of nonverbal learning disabilities. *Child Neuropsychology*, 19, 235-249.
- Mammarella, I. C., Toso, C. Pazzaglia, F. y Cornoldi, C. (2008). *BVS-Corsi- Batteria per la valutazione della memoria visiva e spaziale*.
- Miyake, A., Friedman, N. P., Emerson, M. J., Witzki, A. H., Howerter, A. y Wager, T. D. (2000). The unity and diversity of executive functions and their contributions to complex "frontal lobe" tasks: A latent variable analysis. *Cognitive Psychology*, 41, 49-100.
- Miyake, A, Friedman, N. P., Rettinger, D. A., Shah, P., y Hegarty, M. (2001). How are visuospatial working memory, executive functioning and spatial abilities related? A latent-variable analysis. *Journal of Experimental Psychology: General*, 130, 621-640.
- Palmer, S. E. (1985). The role of symmetry in shape perception. *Acta Psychologica*, 59, 67-90.
- Pazzaglia, F., y Cornoldi, C. (1999). The role of distinct components of visuo-spatial working memory in the processing texts. *Memory*, 7, 19-41.
- Shepard, R. N., y Metzler, M. (1971). Mental rotation of three-dimensional objects. *Science*, 171, 701-703.
- Thurstone, L. L. (1938). *Primary mental abilities*. Chicago: University of Chicago Press.

- Ungerleider, L. G., y Haxby, J. V. (1994). “What” and “where” in the human brain. *Current Opinion Neurobiology*, 4, 157-165.
- Ungerleider, L. G., y Mishkin, M. (1982). Two cortical visual systems. En D. J. Ingle, M. S. Goodale, y R. J. W. Mansfield (Eds.), *The analysis of visual behaviour* 549–586. Cambridge, MA: MIT Press.
- Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and insight: A theory of mathematics education*. Orlando, FL: Academic Press.
- Van Hiele-Geldof, D. (1984). The didactics of geometry in the lowest class of secondary school (M. Verdonck, Trans.). En D. Fuys, D. Geddes, y R. Tischler (Eds.), *English translation of selected writings of Dina van Hiele-Geldof and Pierre M. van Hiele*. 1–214. Brooklyn, NY: Brooklyn College, School of Education.
- Wynn, T. (1989). *The evolution of spatial competence*. Chicago: University of Illinois Press.

(Manuscrito recibido: 26 Junio 2013; aceptado: 18 Noviembre 2013)