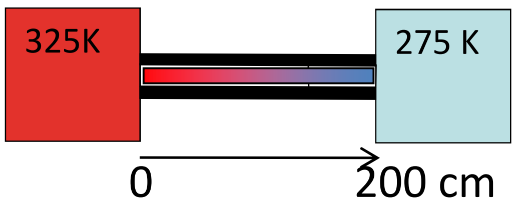
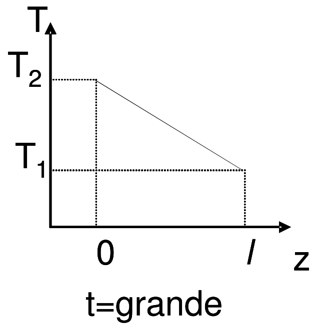
FT1.-Dos depósitos de calor con temperaturas respectivas de 325 y 275 K se ponen en contacto mediante una varilla de hierro de 200 cm de longitud y 24 cm^2 de sección transversal. Calcular el flujo de calor entre los depósitos cuando el sistema alcanza su estado estacionario. La conductividad térmica del hierro a 25 °C es 0.804 J K^{-1} cm^{-1} s^{-1}.(Solución: 4.824 J s^{-1})



$$J = \frac{1}{A}\frac{dQ}{dt} = -\kappa\frac{dT}{dz} \quad \Rightarrow \quad \frac{dQ}{dt} = -\kappa \cdot A \cdot \frac{dT}{dz}$$

Para calcular la fuerza (gradiente de T con z) podemos utilizar el hecho de que al alcanzar el estado estacionario tendremos un perfil lineal:



$$\frac{dT}{dz} = \frac{\Delta T}{\Delta z} = \frac{T_2 - T_1}{z_2 - z_1} = \frac{275-325}{200} = -0.25 K \cdot cm^{-1}$$

Sustituyendo en la ley de Fourier

$$\frac{dQ}{dt} = -\kappa \cdot A \cdot \frac{dT}{dz} = -\left(0.804 J \cdot K^{-1} \cdot cm^{-1} \cdot s^{-1}\right) \cdot \left(24 cm^2\right) \cdot \left(-0.25 K \cdot cm^{-1}\right) = 4.824 J \cdot s^{-1}$$

Aunque hemos mezclado unidades, nótese que todos los cm se van, quedando unidades del SI.

El resultado del flujo es positivo, lo que indica que el calor va del foco caliente al frío, como debe de ser

FT2.- Calcular la conductividad térmica del He a 1 atm y 0 °C y a 10 atm y 100 °C. Utilizar el valor del diámetro molecular que se obtiene a partir de medidas de viscosidad a 1 atm y 0 °C, $d = 2.2$ Å. El valor experimental a 0 °C y 1 atm es $1.4\cdot10^{-3}$ J K^{-1} cm^{-1} s^{-1}.(Solución: $1.421\ 10^{-3}$ y $1.66\ 10^{-3}$ J cm^{-1} $K^{-1}s^{-1}$)

$$\boxed{\kappa = \frac{25\pi}{64}\lambda < v > \rho \frac{C_{v,m}}{N_A}}$$

$$\rho = \frac{N}{V} = \frac{P}{kT}$$

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d_1^2}\frac{kT}{P}$$

$$\langle v \rangle = \left(\frac{8kT}{\pi m}\right)^{1/2}$$

$$\boxed{\kappa = \frac{25}{32}\left(\frac{RT}{\pi M}\right)^{1/2}\frac{1}{N_A d^2}C_{v,m}}$$

Datos que tenemos:

$d=2.2\cdot10^{-10}$ m

$M=4.003\cdot10^{-3}$ kg·mol^{-1}

$C_{V,m}$=3/2R (gas monoatómico)

a) T=273.15 K y P= 1 atm=101325 Pa

$$\kappa = \frac{25}{32}\left(\frac{RT}{\pi M}\right)^{1/2} \frac{1}{N_A d^2} C_{v,m}$$

$$= \frac{25}{32}\left(\frac{8.31451 J{\cdot}mol{\cdot}K^{-1}{\cdot}273.15K}{\pi 4.003{\cdot}10^{-3} kg{\cdot}mol^{-1}}\right)^{1/2} \frac{1}{6.02214{\cdot}10^{-23} mol^{-1}\left(2.2{\cdot}10^{-10} m\right)^2}\left[\frac{3}{2} 8.31451 J{\cdot}mol{\cdot}K^{-1}\right]$$

$$= 0.142 J{\cdot}m^{-1}{\cdot}K^{-1}{\cdot}s^{-1} = 1.42{\cdot}10^{-3} J{\cdot}cm^{-1}{\cdot}K^{-1}{\cdot}s^{-1}$$

b) T=373.15 K y P= 10 atm=1013250 Pa

$$\kappa = \frac{25}{32}\left(\frac{RT}{\pi M}\right)^{1/2} \frac{1}{N_A d^2} C_{v,m} = 0.166 J{\cdot}m^{-1}{\cdot}K^{-1}{\cdot}s^{-1} = 1.66{\cdot}10^{-3} J{\cdot}cm^{-1}{\cdot}K^{-1}{\cdot}s^{-1}$$

FT3.- La viscosidad y la densidad de la sangre humana a la temperatura del cuerpo son 4 cP y 1.0 g cm^{-3}, respectivamente. El flujo de la sangre desde el corazón a través de la aorta es 5 L min^{-1} en un cuerpo humano en reposo. El diámetro de la aorta es típicamente de 2.5 cm. Calcule: (a) el gradiente de presión a lo largo de la aorta; (b) la velocidad media de la sangre;

Ecuación de Poiseuille para líquidos

$$\boxed{\frac{\Delta V}{\Delta t} = -\frac{\pi r^4}{8\eta}\frac{\Delta P}{\ell}}$$

η= 4 cp= $4\cdot 10^{-3}$ $N\cdot s\cdot m^{-2}$

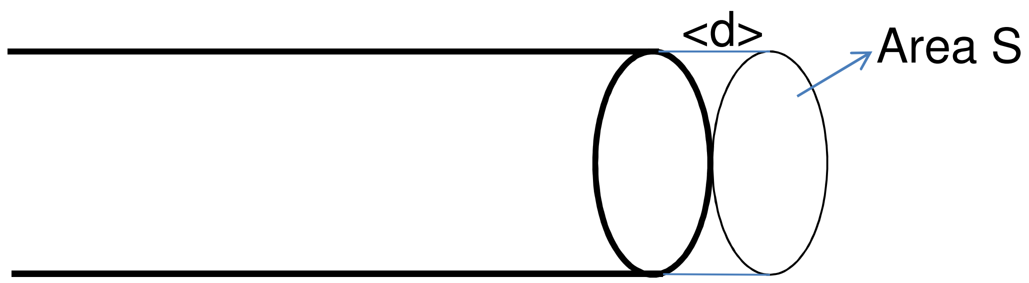
r= $1.25\cdot 10^{-2}$ m

$\Delta V/\Delta t$= 5 $l\cdot min^{-1}$= $(5/60)\cdot 10^{-3}$ $m^3\cdot s^{-1}$

$$\frac{\Delta P}{\ell} = -\frac{8\eta}{\pi r^4}\frac{\Delta V}{\Delta t} = -34.77 N\cdot m^{-3} = -34.77 Pa\cdot m^{-1}$$

b) Velocidad media

En un tiempo t el fluido avanza (en promedio) una distancia <d>, fluyendo un volumen V



V=<d>·S

Entonces, la velocidad de flujo o volumen que circula por unidad de tiempo será

$$\frac{V}{t} = \frac{< d > \cdot S}{t}$$

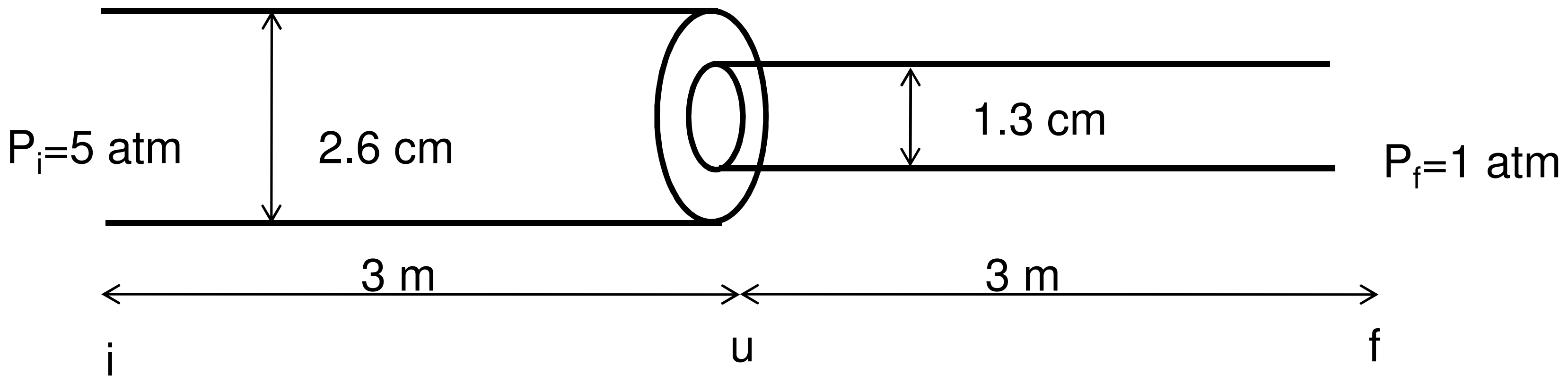
La distancia media recorrida por unidad de tiempo es la velocidad media:

$$\frac{V}{t} = < v > \cdot S$$

Quedando:

$$< v > = \frac{V/t}{S} = \frac{V/t}{\pi r^2} = \frac{(5/60) \cdot 10^{-3} m^3 s^{-1}}{\pi \cdot (1.25 \cdot 10^{-2} m)^2} = 0.17 m \cdot s^{-1}$$

FT4.- Dos tubos de cobre, cada uno de 3 m de longitud, con un diámetro interno el primero de 2.6 cm y de 1.3 cm el segundo, se conectan en serie. Se establece una presión de 5 atm en el extremo abierto del tubo más ancho, y del extremo más estrecho sale aceite a una presión de 1 atm. Para el aceite, *h* = 0.114 Pa s a 15 °C. a) Calcule la presión en el punto en que se unen los dos tubos. b) ¿Cuántos litros por minuto pueden obtenerse mediante esta combinación?



Cuando se conectan 2 tuberías se cumple que el volumen que circula por unidad de tiempo es igual en ambas

Para el tramo 1 podemos escribir: $$\frac{\Delta V}{\Delta t} = -\frac{\pi r_1^4}{8\eta}\frac{P_u - P_i}{z_u - z_i}$$

Para el tramo 2 podemos escribir: $$\frac{\Delta V}{\Delta t} = -\frac{\pi r_2^4}{8\eta}\frac{P_f - P_u}{z_f - z_u}$$

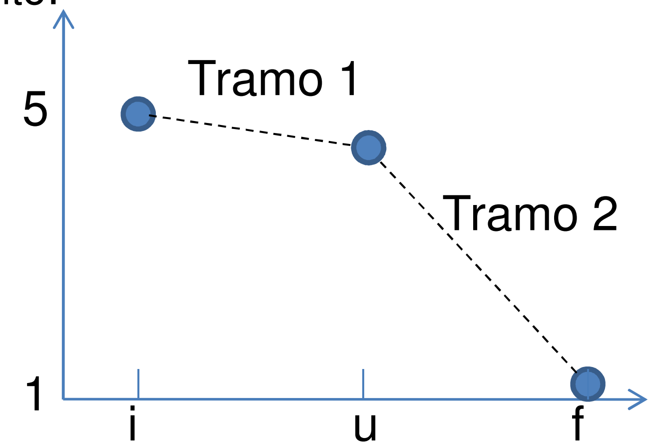
Igualando y teniendo en cuenta que los dos tramos miden igual:

$$-\frac{\pi r_2^4}{8\eta}\frac{P_f - P_u}{z_f - z_u} = -\frac{\pi r_1^4}{8\eta}\frac{P_u - P_i}{z_u - z_i} \Rightarrow \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^4 = \frac{P_u - P_i}{P_f - P_u}$$

La única incógnita que queda es la presión en el punto de unión P_u

$$\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{P_u - 5}{1 - P_u} \quad \Rightarrow \quad P_u = 4.765 \text{ m}$$

El perfil de presiones que tenemos es por tanto:



El flujo se iguala porque la caída de presión se reparte de manera desigual entre los 2 tramos. El flujo lo podemos calcular usando cualquiera de los tramos:

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = -\frac{\pi r_2^4}{8\eta}\frac{P_f - P_u}{z_f - z_u} = -\frac{\pi r_1^4}{8\eta}\frac{P_u - P_i}{z_u - z_i} = 7.82 \cdot 10^{-4}\, m^3 s^{-1} = 46.92\, l \cdot min^{-1}$$

FT5.- La viscosidad del O_2 a 0 °C y presiones del orden de magnitud de 1 atm es $1.92 \cdot 10^{-4}$ P. Calcular el flujo, en g s^{-1}, del O_2 a 0 °C a través de un tubo de 0.420 mm de diámetro interior y 220 cm de longitud, cuando las presiones a la entrada y salida son de 2.00 y 1.00 atm, respectivamente.

La ecuación de Poiseuille en forma diferencial es: $\frac{dV}{dt} = -\frac{\pi r^4}{8\eta}\frac{dP}{dz}$

Para gases no se puede integrar directamente, puesto que el volumen es función de la presión. Para integrarla podemos expresar el flujo en masa que circula por unidad de tiempo:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{RT}{PM}\frac{dm}{dt}$$

Sustituyendo en la ec. de Poiseuille nos queda:

$$\frac{RT}{PM}\frac{dm}{dt} = -\frac{\pi r^4}{8\eta}\frac{dP}{dz}$$

En el régimen estacionario, la masa de gas que circula por unidad de tiempo es una constante por lo que podemos integrar la ecuación anterior:

$$\frac{\Delta m}{\Delta t}dz = -\frac{\pi r^4 M}{8\eta RT}PdP \Rightarrow \frac{\Delta m}{\Delta t}\int_{z_i}^{z_f} dz = -\frac{\pi r^4 M}{8\eta RT}\int_{P_i}^{P_f} PdP$$

$$\boxed{\frac{\Delta m}{\Delta t} = -\frac{\pi r^4 M}{16\eta RT}\frac{P_f^2 - P_i^2}{z_f - z_i}}$$

Ecuación de Poiseuille para gases

Sustituyendo los datos que nos da el problema:

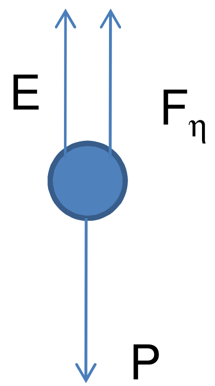
$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = -\frac{\pi r^4 M}{16\eta RT}\frac{P_f^2 - P_i^2}{z_f - z_i}$$

$$= -\frac{\pi(2.1\cdot 10^{-4}\,m)^4(32\cdot 10^{-3}\,Kg\cdot mol^{-1})}{16(1.94\cdot 10^{-5}\,Pa\cdot s)(8.3145\,J\cdot K^{-1}\cdot mol^{-1})273.15\,K}\frac{(1^2 - 2^2)\cdot(101325\,Pa)^2}{2.20\,m}$$

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = 3.88\cdot 10^{-6}\,Kg\cdot s^{-1} = 3.88\cdot 10^{-3}\,g\cdot s^{-1}$$

FT6.- Calcule la velocidad final de caída de una bola de acero de 1.00 mm de diámetro y 4 mg de masa, en agua a 25 °C. Repita el cálculo para glicerina (densidad 1.25 g cm-3). Las viscosidades del agua y de la glicerina a 25 °C y 1 atm son 0.89 y 954 cP. respectivamente.

Cuando la bola cae en el interior de un fluido hay tres fuerzas actuando sobre ella: el peso, el empuje y el rozamiento (relacionado con la viscosidad del medio y la velocidad de la bola)



Si el cuerpo es más denso que el fluido, el peso es mayor que el empuje y la bola cae en su interior. Al haber una fuerza resultante, la bola se irá acelerando poco a poco. Sin embargo, a medida que aumenta su velocidad, aumenta también el rozamiento, con lo que llega un momento en el que la suma de todas las fuerzas se anula. Es la condición de estado estacionario, momento en el que la bola pasa a moverse con velocidad constante

El peso, m·g, se puede escribir teniendo en cuenta el volumen y densidad de la bola:

$$P = m \cdot g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_b g$$

Siendo ρ_b la densidad de la bola

El empuje es el peso del volumen de fluido desplazado:

$$E = m_f \cdot g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_f g$$

Por último, la fuerza de rozamiento de un cuerpo esférico de radio r en el interior de un fluido de viscosidad η viene dado por la ley de Stokes, y es función de la velocidad v con la que se mueve el cuerpo en el fluido

$$F_\eta = 6\pi\eta r v$$

En el estado estacionario se cumplirá:

$$\sum \vec{F} = 0, \quad P - E - F_\eta = 0$$

Sustituyendo las expresiones anteriores:

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_b g - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_f g - 6\pi r \eta v = 0$$

Simplificando y despejando la incógnita (v):

$$v = \frac{2gr^2(\rho_b - \rho_f)}{9\eta}$$

Esta relación puede emplearse también para, una vez medida experimentalmente la velocidad de caída, calcular la viscosidad del fluido.

a) agua

$$\left.\begin{array}{l} \rho_b = m/V = 7.64\ g\cdot cm^{-3} \\ \rho_f = 1.0\ g\cdot cm^{-3} \\ \eta = 0.89\cdot 10^{-2}\ \text{Posies} \\ g = 980.665\ cm\cdot s^{2} \end{array}\right\} \quad v = \frac{2gr^2\left(\rho_b - \rho_f\right)}{9\eta} = 406 cm\cdot s^{-1}$$

b) glicerina

$$\left.\begin{array}{l} \rho_b = m/V = 7.64\ g\cdot cm^{-3} \\ \rho_f = 1.25\ g\cdot cm^{-3} \\ \eta = 9.54\ \text{Posies} \\ g = 980.665\ cm\cdot s^{2} \end{array}\right\} \quad v = \frac{2gr^2\left(\rho_b - \rho_f\right)}{9\eta} = 0.36 cm\cdot s^{-1}$$

FT7.- Las viscosidades del $CO_2(g)$ a 1 atm y 0, 490 y 850 °C son 139, 330 y 436 mP, respectivamente. Calcule el diámetro de esfera rígida aparente del CO_2 a cada una de estas temperaturas.

$$\boxed{\eta = \frac{5}{16\sqrt{\pi}} \frac{(MRT)^{1/2}}{N_A d^2}}$$

Despejando el diámetro: $$d^2 = \frac{5}{16\sqrt{\pi}} \frac{(MRT)^{1/2}}{N_A \eta}$$

Los datos son:

$M=44\cdot10^{-3}\ kg\cdot mol^{-1}$
$R=8.3145\ J\cdot K^{-1}\cdot mol^{-1}$
$N_A=6.022\cdot10^{23}\ mol^{-1}$

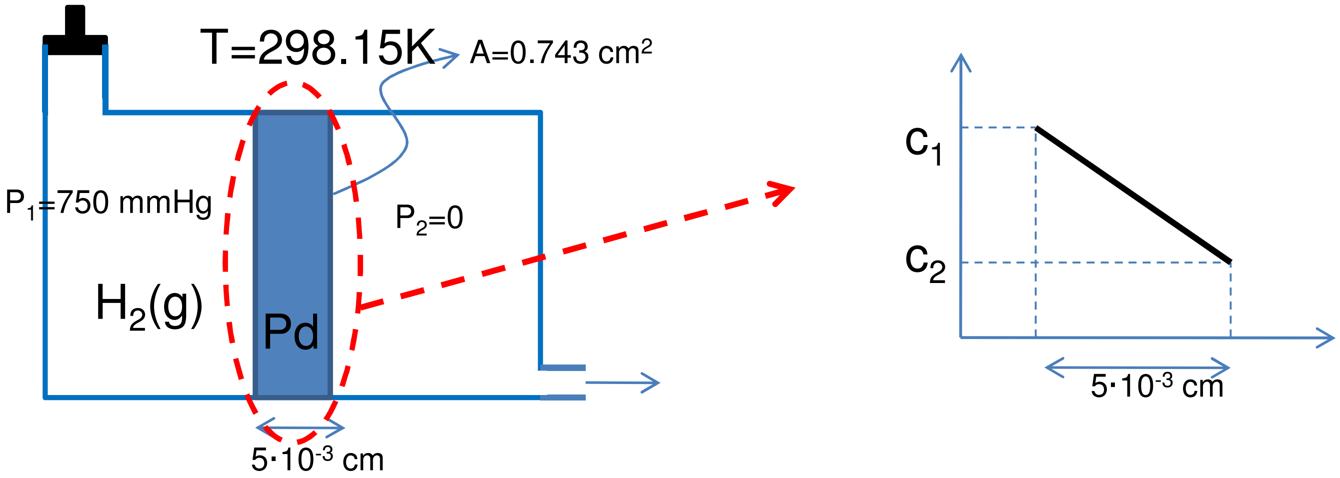
a) $T=273.15$ K y $\eta=139\cdot10^{-7}$ Pa·s ⇒ $d^2=2.106\cdot10^{-19}\ m^2$,, $d= 4.59\cdot10^{-10}$ m = 4.59 Å

b) $T=763.15$ K y $\eta=330\cdot10^{-7}$ Pa·s ⇒ $d= 3.85\cdot10^{-10}$ m = 3.85 Å

c) $T=1123.15$ K y $\eta=436\cdot10^{-7}$ Pa·s ⇒ $d= 3.69\cdot10^{-10}$ m = 3.69 Å

En principio, el diámetro de esfera rígida debería ser constante, con lo que estos resultados nos muestran las limitaciones de esta aproximación.
El diámetro disminuye porque al aumentar la temperatura aumenta la velocidad de las moléculas, pudiendo producirse un mayor acercamiento de las mismas durante la colisión.

FT8.- El hidrógeno gaseoso se difunde a través de una lámina de paladio de 0.0050 cm de espesor. Del lado izquierdo de la lámina, el hidrógeno se mantiene a 25.0 °C y una presión de 750 mm, mientras que del lado derecho se mantiene un buen vacío. Después de 24 h, el volumen de hidrógeno en el compartimento de la izquierda disminuye en 14.1 cm3. Si el área de la lámina a través de la cual ocurre la difusión es 0.743 cm2. ¿Cuál es el coeficiente de difusión del hidrógeno en el paladio?



Si mantenemos las presiones de hidrógeno constantes a cada lado de la lámina entonces se alcanzará un estado estacionario con un perfil lineal de concentraciones en la lámina de Paladio

$$c_1 = \frac{P_1}{RT} = 40.34 \mathrm{mol{\cdot}m^{-3}}$$

$$c_2 = \frac{P_2}{RT} = 0$$

Con lo que el gradiente de concentraciones será

$$\frac{dc}{dz} = \frac{\Delta c}{\Delta z} = \frac{0 - 40.34}{5{\cdot}10^{-5}} = -8.067{\cdot}10^{5} \mathrm{mol{\cdot}m^{-4}}$$

El coeficiente de difusión lo podremos obtener de la primera ley de Fick:

$$\boxed{\frac{dn}{dt} = -D\ A\frac{dc}{dz}}$$

Para despejar el coeficiente de difusión necesitamos saber lo que vale el flujo, que al alcanzarse el estado estacionario lo podemos obtener simplemente como el número de moles que han pasado de una lado al otro dividido por el tiempo. El número de moles que han pasado de la izquierda a la derecha lo podemos obtener por la disminución de volumen que se ha producido, ya que la presión en ese lado permanece constante:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{\frac{P\Delta V}{RT}}{\Delta t} = \frac{\frac{(750/760)\cdot 101325\cdot 14.1\cdot 10^{-6}}{8.3145\cdot 298.15}}{24\cdot 3600} = 6.583\cdot 10^{-9}\,mol\cdot s^{-1}$$

Quedando para el coeficiente de difusión

$$D = \frac{\frac{dn}{dt}}{A\frac{dc}{dz}} = \frac{-6.583\cdot 10^{-9}\,mol\cdot s^{-1}}{0.743\cdot 10^{-4}\,m^2\cdot(-8.067\cdot 10^{5}\,mol\cdot m^{-4})} = 1.098\cdot 10^{-10}\,m^2\cdot s^{-1}$$

FT9.- El diámetro molecular que se obtienen para el O_2 a partir de medidas de viscosidad a 0 °C y 1 atm es 3.6 Å. Calcular el coeficiente de autodifusión del O_2 a 0 °C y presiones de 1.00 atm y 10.0 atm. El valor experimental a 0 °C y 1 atm es 0.19 $cm^2\ s^{-1}$

Para calcular el coeficiente de autodifusión usamos la expresión proporcionada por la teoría cinética de gases (versión rigurosa)

$$\boxed{D = \frac{3\pi}{16}\lambda\langle v\rangle} \Rightarrow \boxed{D = \frac{3}{8d^2}\left(\frac{kT}{\pi m}\right)^{1/2}\frac{kT}{P}}$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{a) Datos: } T=273.15 \\ m=32\cdot10^{-3}/N_A \text{ kg} \\ P= 1 \text{ atm}= 101325 \text{ Pa} \\ d=3.6\cdot10^{-10} \text{ m} \end{array}\right\} \quad D=1.62\cdot10^{-5} m^2 s^{-1}=0.162\ cm^2 s^{-1}$$

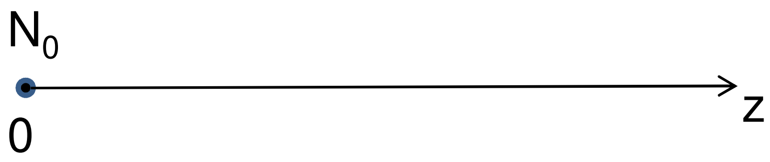
El error es del 15% aprox.

$$\left.\begin{array}{l} \text{a) Datos: } T=273.15 \\ m=32\cdot10^{-3}/N_A \text{ kg} \\ P= 10 \text{ atm}= 1013250 \text{ Pa} \\ d=3.6\cdot10^{-10} \text{ m} \end{array}\right\} \quad D=1.62\cdot10^{-6} m^2 s^{-1}=0.0162\ cm^2 s^{-1}$$

FT10.-Suponga un sistema unidimensional que se extiende desde $z = 0$ a $z = \infty$. En el instante $t = 0$ hay N_o partículas en el punto $z = 0$. Supuesta válida la segunda ley de Fick se ha deducido que:

$$c(z,t) = \frac{N_0}{(\pi D t)^{1/2}} e^{-\frac{z^2}{4Dt}}$$

Calcule cuál es la probabilidad de encontrar una partícula en una posición comprendida entre z y $z+dz$. Por último, calcule los valores de $\langle z \rangle$ y $\langle z^2 \rangle$. NOTA:La concentración en un sistema unidimensional viene dada en "partículas por unidad de longitud".



Probabilidad de encontrar una molécula entre z y z+dz en instante t será:

$$dp(z,t) = \frac{dN(z,t)}{N_0}$$

El número de moléculas dN(z,t) se puede calcular como concentración por longitud. Teniendo en cuenta que es un sistema unidimensional:

$$dN(z,t) = C(z,t) \cdot dz = \frac{N_0}{(\pi Dt)^{1/2}} e^{-\frac{z^2}{4Dt}} dz$$

Con lo que la probabilidad de encontrar una molécula entre z y z+dz en el instante t será:

$$dp(z,t) = \frac{dN(z,t)}{N_0} = \frac{C(z,t) \cdot dz}{N_0} = \frac{1}{(\pi Dt)^{1/2}} e^{-\frac{z^2}{4Dt}} \cdot dz$$

Para calcular cualquier propiedad promedio hacemos uso de la probabilidad. Así, para <z>:

$$< z > = \int_0^\infty z \cdot dp(z,t) = \int_0^\infty z \cdot \frac{1}{(\pi Dt)^{1/2}} e^{-\frac{z^2}{4Dt}} \cdot dz = \frac{1}{(\pi Dt)^{1/2}} \int_0^\infty z \cdot e^{-\frac{z^2}{4Dt}} \cdot dz$$

Los límites (0,∞) vienen dados por el sistema que estamos estudiando. La integral se resuelve con ayuda de las tablas:

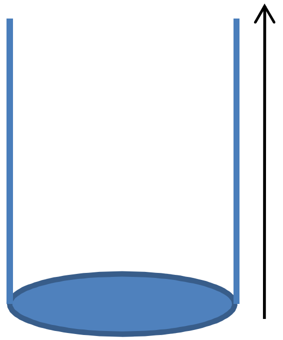
$$< z > = \frac{1}{(\pi Dt)^{1/2}} \int_0^\infty z \cdot e^{-\frac{z^2}{4Dt}} \cdot dz = \frac{1}{(\pi Dt)^{1/2}} \cdot \frac{1}{2\left(\frac{1}{4Dt}\right)} = 2\left(\frac{Dt}{\pi}\right)^{1/2}$$

De igual modo podemos operar para calcular <z²>:

$$< z^2 > = \int_0^\infty z^2 \cdot dp(z,t) = \frac{1}{(\pi Dt)^{1/2}} \int_0^\infty z^2 \cdot e^{-\frac{z^2}{4Dt}} \cdot dz = \frac{1}{(\pi Dt)^{1/2}} \cdot \frac{2\pi^{1/2}}{2^3 \left(\frac{1}{4Dt}\right)^{3/2}} = 2Dt$$

FT11.-Una disolución concentrada de 10 g de sacarosa en 5 mL de agua se introdujo en un cilindro de 5 cm de diámetro. Posteriormente, se añadió un litro de agua con sumo cuidado para no perturbar la superficie de la capa de disolución. Calcule la concentración a 5 cm por encima de la capa transcurrido un tiempo de (a) 10 s y (b) 1 año. Ignore los efectos gravitacionales y considere únicamente el proceso de difusión. El coeficiente de difusión de la sacarosa a 25 °C es 5.2 ·10^{-6} cm^2 s^{-1}. La solución de la 2a ley de Fick para este caso es:

$$c(z,t) = \frac{n_0}{A(\pi D t)^{1/2}} e^{-\frac{z^2}{4Dt}}$$



La concentración de sacarosa en función de z y t viene dada por:

$$c(z,t) = \frac{n_0}{A(\pi D t)^{1/2}} e^{-z^2/4Dt} \qquad (1)$$

n_0 es el número de moles, que podemos calcular sabiendo la masa molar de la sacarosa ($C_{12}H_{22}O_{11}$). Si expresamos todos los datos en el sistema CGS:

N_0= 10 / 342.3 = 2.92·10^{-2} moles
A=π·r^2= 19.64 cm^2
D= 5.2·10^{-6} cm^2·s^{-1}

La concentración (en moles/cm^3) en z=5cm vendrá dada en función del tiempo sustituyendo los datos en (1):

$$c(5,t) = \frac{n_0}{A(\pi D t)^{1/2}} e^{-z^2/4Dt} = \frac{2.92 \cdot 10^{-2}}{19.64 \cdot (\pi \cdot 5.2 \cdot 10^{-6} \cdot t)^{1/2}} e^{-\frac{25}{4 \cdot 5.2 \cdot 10^{-6} t}} =$$

$$= \frac{0.368}{t^{1/2}} e^{-\frac{1.202 \cdot 10^{6}}{t}} (mol/cm^3)$$

(a) $t = 10s$

$$c(5,10) = \frac{0.368}{t^{1/2}} e^{-\frac{1.202 \cdot 10^{6}}{t}} = 0.1164 \cdot e^{-1.202 \cdot 10^{5}} \approx 0$$

(b) $t = 1 \text{año} = 3.1536 \cdot 10^7$ s

$$c(5, 3.1536 \cdot 10^7) = \frac{0.368}{t^{1/2}} e^{-\frac{1.202 \cdot 10^{6}}{t}} = 6.554 \cdot 10^{-5} \cdot e^{-0.038} =$$

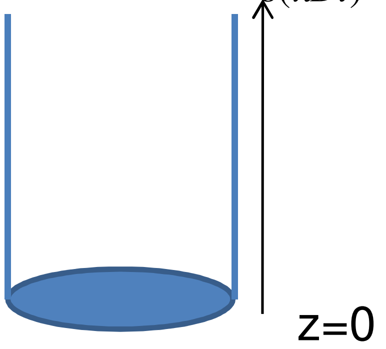
$$= 6.3 \cdot 10^{-5} \frac{mol}{cm^3} = 0.063\,M$$

FT12.- Calcular la distancia cuadrática media recorrida por una molécula de glucosa en agua a 25 °C en 30 minutos. Suponer que las moléculas de glucosa se difunden a partir de (a) una capa depositada en el fondo del vaso y (b) un pequeño terrón suspendido en el seno del agua. ¿Cuánto tiempo tardarán las moléculas de glucosa en recorrer una distancia de 1 mm y 1 cm desde su punto de partida en el caso a? El coeficiente de difusión de la glucosa en agua a 25 °C es $0.673 \cdot 10^{-9}$ m^2 s^{-1}. Las soluciones de la 2ª ley de Fick son:

a) $c(z,t) = \dfrac{n_0}{A(\pi D t)^{1/2}} e^{-\frac{z^2}{4Dt}}$

b) $c(z,t) = \dfrac{n_0}{8(\pi D t)^{3/2}} e^{-\frac{r^2}{4Dt}}$

a)



$$< z^2 > = \int_0^{\infty} z^2 \cdot dp(z,t) = \int_0^{\infty} z^2 \cdot f(z,t) \cdot dz$$

Siendo f(z,t) la función de distribución

La probabilidad de encontrar un mol de azúcar entre z y z+dz en el instante t será:

$$dp(z,t) = \frac{dn(z,t)}{n_0} = \frac{C(z,t) \cdot A \cdot dz}{n_0} = \frac{1}{(\pi D t)^{1/2}} e^{-\frac{z^2}{4Dt}} \cdot dz$$

Por otro lado la probabilidad se puede escribir como:

$$dp(z,t) = f(z,t) \cdot dz \quad \Rightarrow \quad \boxed{f(z,t) = \frac{1}{(\pi D t)^{1/2}} e^{-\frac{z^2}{4Dt}}}$$

Así, el valor medio de z^2 será:

$$< z^2 >= \int_0^{\infty} z^2 \cdot f(z,t) \cdot dz = \frac{1}{(\pi Dt)^{1/2}} \int_0^{\infty} z^2 \cdot e^{-\frac{z^2}{4Dt}} \cdot dz = \frac{1}{(\pi Dt)^{1/2}} \cdot \frac{2\pi^{1/2}}{2^3 \left(\frac{1}{4Dt}\right)^{3/2}} = 2Dt$$

Y por tanto

$$< z^2 >= 2Dt = 2 \cdot 0.673 \cdot 10^{-9} m^2 \cdot s^{-1} \cdot 1.8 \cdot 10^3 s = 2.423 \cdot 10^{-6} m^2$$

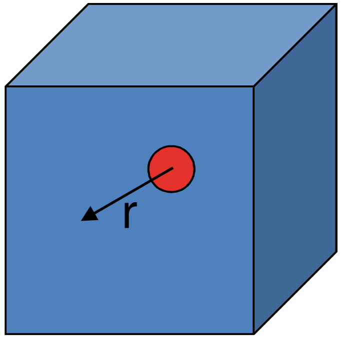
Y la raíz de la distancia cuadrática media:

$$z_{rms} = \left(< z^2 >\right)^{1/2} = 1.56 \cdot 10^{-3} m$$

¿Cuánto tiempo tardarán las moléculas de glucosa en recorrer una distancia de 1 mm y 1 cm desde su punto de partida en el caso a?

$$t = \frac{< z^2 >}{2D} = \frac{z_{rms}^2}{2D} \begin{cases} z_{rms} = 10^{-3} m \Rightarrow t = 743 s \\ z_{rms} = 10^{-2} m \Rightarrow t = 74294 s = 20.6 h \end{cases}$$

b)



$$<r^2> = \int_0^\infty r^2 f(r,t)dr$$

Probabilidad de encontrar un mol entre r y r+dr en instante t:

$$dp(r,t) = \frac{dn(r,t)}{n_0}$$

$$dp(r,t) = \frac{dn(r,t)}{n_0} = \frac{c(r,t)dV}{n_0} = \frac{c(r,t)4\pi r^2 dr}{n_0} = \frac{4\pi r^2}{8(\pi Dt)^{3/2}} e^{-r^2/4Dt} dr$$

$$dp(r,t) = f(r,t)dr$$

Quedando la función de distribución como:

$$\boxed{f(r,t) = \frac{4r^2}{2\pi^{1/2}(Dt)^{3/2}} e^{-r^2/4Dt}}$$

$$<r^2> = \int_0^\infty r^2 f(r)dr = \int_0^\infty r^2 \frac{r^2 e^{-r^2/4Dt}}{2\pi^{1/2}(Dt)^{3/2}} dr = \frac{1}{2\pi^{1/2}(Dt)^{3/2}} \int_0^\infty r^4 e^{-r^2/4Dt} dr = 6Dt$$

Y por tanto

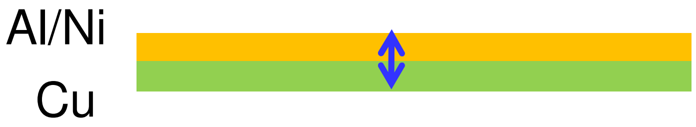
$$<r^2> = 7.268 \cdot 10^{-6}\ m^2$$

Y la raíz de la distancia cuadrática media:

$$r_{rms} = \left(<r^2>\right)^{1/2} = 2.70 \cdot 10^{-3}\ m$$

FT13.- El coeficiente de difusión del níquel en cobre es 10^{-9} cm2 s-1 a 1025 °C. Calcular el tiempo necesario para que los átomos de níquel se difundan una distancia de 1 cm en el cobre. Repita el cálculo para la difusión del aluminio en cobre a 20 °

Si consideramos la difusión en 1-D

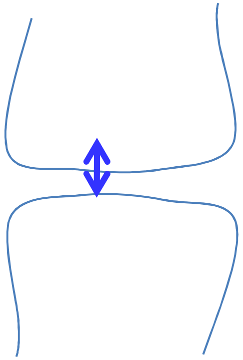


$$< z^2 >= 2Dt \quad \Rightarrow \quad t = \frac{z_{rms}^2}{2D}$$

Ni en Cu $$t = \frac{z_{rms}^2}{2D} = \frac{1^2}{2 \cdot 10^{-9}} = 5 \cdot 10^{8}\,\mathrm{s} = 15.85\text{años}$$

AL en Cu $$t = \frac{z_{rms}^2}{2D} = \frac{1^2}{2 \cdot 10^{-30}} = 5 \cdot 10^{29}\,\mathrm{s} = 1.6 \cdot 10^{22}\,\text{años}$$

FT14.- Estimar el tiempo requerido por las moléculas de un neurotransmisor para difundirse a través de una sinapsis (separación entre dos células nerviosas) de 50 nm, si su coeficiente de difusión a la temperatura del cuerpo humano es 5 x 10-10 m^2 s-1.



Si consideramos la difusión en 1-D

$$\langle z^2 \rangle = 2Dt \quad \Rightarrow \quad t = \frac{z_{rms}^2}{2D}$$

$$t = \frac{z_{rms}^2}{2D} = \frac{\left(5 \cdot 10^{-8}\right)^2}{2 \cdot 5 \cdot 10^{-10}} = 2.5 \cdot 10^{-6}\,s$$