Tema 2. teoría cinética de gases

Problemas (10-22)

TCG10.- Calcular la velocidad de escape de la superficie de un planeta de radio *R*.

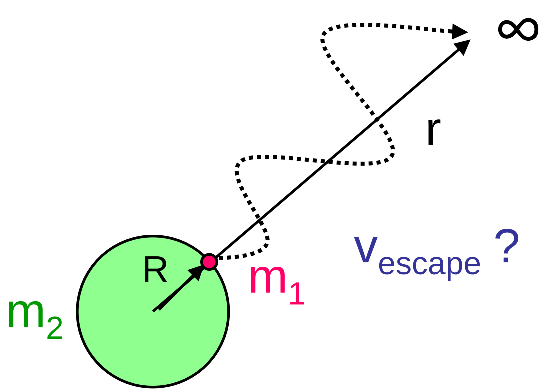
a) ¿Cuál es el valor para la Tierra ? $R = 6.37 \cdot 10^6$ m, $g = 9.81$ m s^{-2}

b) ¿Y para Marte ? $R = 3.38 \cdot 10^6$ m, $m_{Marte}/m_{Tierra} = 0.108$

c) ¿A qué temperaturas tienen el hidrógeno, el helio y el oxígeno velocidades medias iguales a las velocidades de escape?

d) ¿Qué proporción de moléculas tienen suficiente velocidad para escapar cuando la temperatura es (a) 240 K, (b) 1500 K?

Este tipo de cálculos es muy importante para explicar la composición de las atmósferas planetarias.



$$\tfrac{1}{2} m_1 v^2 = W_{R \to \infty}$$

$$F(r) = -\frac{G m_1 m_2}{r^2} \qquad dW = -F(r)dr$$

$$W = \int \frac{G m_1 m_2}{r^2} dr = \frac{G m_1 m_2}{r}$$

$$v_{escape} = \left(\frac{2 G m_2}{R}\right)^{\frac{1}{2}} = (2gR)^{\frac{1}{2}} \qquad g = \frac{G m_2}{R^2}$$

TCG10.- Calcular la velocidad de escape de la superficie de un planeta de radio *R*.

a) ¿Cuál es el valor para la Tierra, $R = 6.37\cdot10^6$ m, $g = 9.81$ m s^{-2}?

b) ¿Y para Marte ? $R = 3.38\cdot10^6$ m, $m_{Marte}/m_{Tierra} = 0.108$

c) ¿A qué temperaturas tienen el hidrógeno, el helio y el oxígeno velocidades medias iguales a las velocidades de escape?

d) ¿Qué proporción de moléculas tienen suficiente velocidad para escapar cuando la temperatura es (a) 240 K, (b) 1500 K?

Este tipo de cálculos es muy importante para explicar la composición de las atmósferas planetarias.

a) Tierra, $R = 6.37\cdot10^6$ m, $g = 9.81$ m s^{-2}

$$v_{escape} = 11179.4\ ms^{-1}$$

b) Marte, $R = 3.38\cdot10^6$ m, $m_{Marte}/m_{Tierra} = 0.108$

$$g_{Marte} = \frac{Gm_2}{R^2} \Rightarrow \frac{g_{Marte}}{g_{Tierra}} = \frac{\dfrac{m_{Marte}}{R^2_{Marte}}}{\dfrac{m_{Tierra}}{R^2_{Tierra}}} \Rightarrow v_{escape} = 5041.5\ ms^{-1}$$

$$v_{escape} = \left(\frac{2Gm_2}{R}\right)^{\frac{1}{2}} = (2gR)^{\frac{1}{2}} \qquad g = \frac{Gm_2}{R^2}$$

TCG10.- **Calcular la velocidad de escape de la superficie de un planeta de radio *R*.**

a) ¿Cuál es el valor para la Tierra, $R = 6.37 \cdot 10^6$ m, $g = 9.81$ m s^{-2}?

b) ¿Y para Marte ? $R = 3.38 \cdot 10^6$ m, $m_{Marte}/m_{Tierra} = 0.108$

c) ¿A qué temperaturas tienen el hidrógeno, el helio y el oxígeno velocidades medias iguales a las velocidades de escape?

d) ¿Qué proporción de moléculas tienen suficiente velocidad para escapar cuando la temperatura es (a) 240 K, (b) 1500 K?

Este tipo de cálculos es muy importante para explicar la composición de las atmósferas planetarias.

c)

$$\langle v \rangle = v_{escape} \quad \Rightarrow \quad \langle v \rangle = \left(\frac{8RT}{\pi M} \right)^{\frac{1}{2}} \quad \Rightarrow \quad T = \frac{\pi M v_{escape}^2}{8R}$$

T (K)	H_2	He	O_2
Tierra	11899	23627	188877
Marte	2420	4806	38416

TCG10.- Calcular la velocidad de escape de la superficie de un planeta de radio *R*.

a) ¿Cuál es el valor para la Tierra, *R* = 6.37·10⁶ m, *g* = 9.81 m s⁻²?

b) ¿Y para Marte ? *R* = 3.38·10⁶ m, m_{Marte}/m_{Tierra} = 0.108

c) ¿A qué temperaturas tienen el hidrógeno, el helio y el oxígeno velocidades medias iguales a las velocidades de escape?

d) ¿Qué proporción de moléculas tienen suficiente velocidad para escapar cuando la temperatura es (a) 240 K, (b) 1500 K?

Este tipo de cálculos es muy importante para explicar la composición de las atmósferas planetarias.

d)

$$\frac{N\left(v>v_{escape}\right)}{N} = \int G(v)dv = 1-\int_0^{v_{escape}} G(v)dv = 1-\left[fer[x]-\frac{2}{\sqrt{\pi}}xe^{-x^2}\right] =$$

$$=1+\frac{2}{\sqrt{\pi}}xe^{-x^2} - fer[x] \qquad x=\left(\frac{M}{2RT}\right)^{\frac{1}{2}}v_{escape}$$

H_2 Tierra T = 240K

$$x=\left(\frac{2.016\cdot10^{-3}}{2\cdot8.31451\cdot240}\right)^{\frac{1}{2}}11179.4=7.9456 \Rightarrow fer[7.9456]\approx1$$

$$\frac{N\left(v>v_{escape}\right)}{N} = 1+\frac{2}{\sqrt{\pi}}7.9456e^{-7.9456^2}-1=3.45\cdot10^{-27}$$

TCG10- **Calcular la velocidad de escape de la superficie de un planeta de radio *R*.**

a) ¿Cuál es el valor para la Tierra, $R = 6.37\cdot10^6$ m, $g = 9.81$ m s^{-2}?

b) ¿Y para Marte ? $R = 3.38\cdot10^6$ m, $m_{Marte}/m_{Tierra} = 0.108$

c) ¿A qué temperaturas tienen el hidrógeno, el helio y el oxígeno velocidades medias iguales a las velocidades de escape?

d) ¿Qué proporción de moléculas tienen suficiente velocidad para escapar cuando la temperatura es (a) 240 K, (b) 1500 K?

Este tipo de cálculos es muy importante para explicar la composición de las atmósferas planetarias.

d)

$$\frac{N(v > v_{escape})}{N} = \int G(v)dv = 1 - \int_0^{v_{escape}} G(v)dv = 1 - \left[fer[x] - \frac{2}{\sqrt{\pi}} x e^{-x^2} \right] =$$

$$= 1 + \frac{2}{\sqrt{\pi}} x e^{-x^2} - fer[x] \qquad x = \left(\frac{m}{2kT} \right)^{\frac{1}{2}} v_{escape}$$

$\frac{N(v > v_{escape})}{N}$	240 K			1500K		
	H_2	He	O_2	H_2	He	O_2
Tierra	3.7E-27	4.6E-54	0	1.5E-4	1.0E-8	3E-69
Marte	1.14E-5	4.9E-11	5E-88	0.2499	0.0428	4.5E-14

TCG11.- **Calcular <*v*³> para las moléculas de un gas ideal.**
¿Es <*v*³> igual a <*v*><*v*²>?

$$\left\langle v^3\right\rangle = \int_0^\infty v^3 G(v)\,dv = 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}\int_0^\infty v^5 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}\,dv =$$

$$\left.\begin{aligned} n &= 2 \\ a &= \frac{m}{2kT} \end{aligned}\right\} \qquad \int = \frac{2!}{2\left(\frac{m}{2kT}\right)^3}$$

$$= 4\pi\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}}\left(\frac{2kT}{m}\right)^3 = \frac{2^{\frac{7}{2}}}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{kT}{m}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$\left\langle v\right\rangle\left\langle v^2\right\rangle = \left(\frac{8kT}{\pi m}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{3kT}{m}\right) = \frac{3\cdot 2^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{kT}{m}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$\left\langle g(x)h(x)\right\rangle \neq \left\langle g(x)\right\rangle\left\langle h(x)\right\rangle$$

TCG12.- Determinar la proporción entre (a) las velocidades medias y (b) las energías cinéticas traslacionales medias de las moléculas de H_2 y los átomos de Hg a 20 °C

$$\langle v \rangle = \left(\frac{8RT}{\pi M} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{\langle v \rangle_{H_2}}{\langle v \rangle_{Hg}} = \left(\frac{M(Hg)}{M(H_2)} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{200.6}{2.016} \right)^{\frac{1}{2}} = 9.975 \quad \Rightarrow \quad \neq f(T)$$

$$\langle E_{tras} \rangle = \frac{1}{2} m \langle v \rangle^2 = \frac{1}{2} m \frac{3kT}{m} = \frac{3kT}{2}$$

$$\frac{\langle E_{tras} \rangle_{H_2}}{\langle E_{tras} \rangle_{Hg}} = 1 \quad \Rightarrow \quad \neq f(T)$$

TCG13.- Obtener la energía de traslación molecular media a partir de la distribución de Maxwell expresada como distribución de energías.

$$\frac{dN_E}{N} = G(E)dE \qquad G(E_{tras}) = 2\pi\left(\frac{1}{\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} E_{tras}^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{E_{tras}}{kT}} dE_{tras}$$

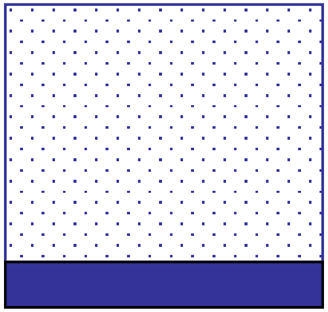
$$\langle E_{tras}\rangle = \int_0^\infty E_{tras} G(E_{tras})\, dE_{tras} = \frac{2\pi}{(\pi kT)^{\frac{3}{2}}} \int_0^\infty E_{tras}^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_{tras}}{kT}} dE_{tras} =$$

$$\boxed{x = (E_{tras})^{\frac{1}{2}} \qquad E_{tras} = x^2 \qquad dE_{tras} = 2xdx}$$

$$= \frac{2\pi}{(\pi kT)^{\frac{3}{2}}} \int_0^\infty x^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{x^2}{kT}} 2xdx = \frac{4\pi}{(\pi kT)^{\frac{3}{2}}} \int_0^\infty x^4 e^{-\frac{x^2}{kT}} dx = \frac{4\pi}{(\pi kT)^{\frac{3}{2}}} \frac{4!\,\pi^{\frac{1}{2}}}{2^5 2! \left(\frac{1}{kT}\right)^{\frac{5}{2}}} = \frac{3}{2} kT$$

$$\left.\begin{aligned} n &= 2 \\ a &= \frac{1}{kT} \end{aligned}\right\}$$

TCG14.- La presión de vapor de la plata a 2000 °C es de 170 torr. Calcular los gramos de plata que colisionan por unidad de área (cm^2) y de tiempo (s) de las paredes de un recipiente que contiene plata en equilibrio con su vapor a 2000 °C .



Ag(g)

Ag(l)

$$Z_P = \frac{1}{4}\frac{N}{V}\langle v\rangle$$

número de partículas que colisionan por s y por m^2

$$\frac{N}{V} = \frac{nN_A}{RT} = \frac{P}{kT}$$

$$Z_P = \frac{1}{4}\frac{P}{kT}\left(\frac{8RT}{\pi M}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{PN_A}{(2\pi MRT)^{\frac{1}{2}}} = 1.2060\cdot 10^{26} m^{-2}s^{-1} \Rightarrow = 2.16\ gcm^{-2}s^{-1}$$

$$g = Z_P\frac{1}{N_{Av}}\cdot M$$

$$M_{Ag} = 107.868\cdot 10^{-3}\,Kg\cdot mol^{-1}$$

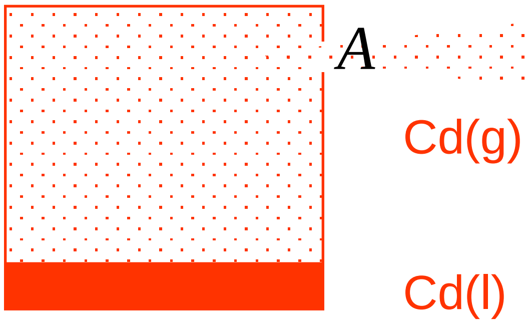
$$R = 8.31451\ JK^{-1}mol^{-1}$$

$$T = 2273.15\ K$$

$$N_A = 6.02214\cdot 10^{23}\ mol^{-1}$$

$$P = 170\ Torr\cdot\frac{1\ atm}{760\ Torr}\cdot\frac{101325\ Pa}{1\ atm} = 22664.8\ Pa$$

TCG15.- Se diseño un haz atómico para funcionar con: (a) cadmio, (b) mercurio. La fuente es un horno mantenido a 380 K, en el que hay una rendija de 1 cm · 10^{-3} cm. La presión de vapor del Cd a esa temperatura es 0.13 Pa y la del Hg 152 kPa. ¿Cuál es la corriente atómica (número de átomos por unidad de tiempo) en los haces?



$$E = A \cdot Z_P = \frac{1}{4}\frac{A \cdot N}{V}\langle v \rangle$$

número de partículas que salen por A por s

$$\frac{N}{V} = \frac{nN_A}{RT} = \frac{P}{kT}$$

$$E = A \cdot Z_P = \frac{PN_A}{(2\pi MRT)^{\frac{1}{2}}} A =$$

Cd:

$$= 1.657 \cdot 10^{11} s^{-1}$$

Hg:

$$= 1.451 \cdot 10^{20} s^{-1}$$

$$M_{Cd} = 112.41 \cdot 10^{-3}\, Kg \cdot mol^{-1}$$

$$P_{Cd} = 0.13\, Pa$$

$$M_{Hg} = 200.59 \cdot 10^{-3}\, Kg \cdot mol^{-1}$$

$$P_{Hg} = 152 \cdot 10^{3}\ Pa$$

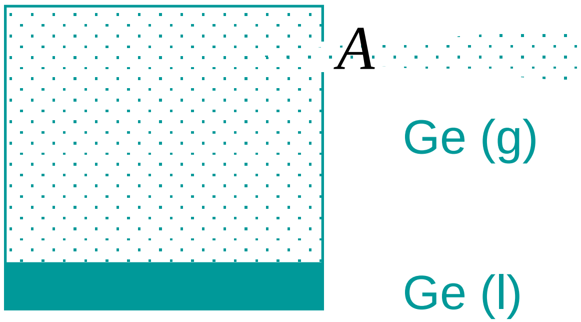
$$T = 380\ K$$

$$N_A = 6.02214 \cdot 10^{23}\ mol^{-1}$$

$$R = 8.31451\ JK^{-1} mol^{-1}$$

$$A = 10^{-7}\ m^2$$

TCG16.- Para determinar la presión de vapor del germanio a 1000 °C, se utilizó una celda de Knudsen. La pérdida de masa a través de un orificio de 0.5 mm de radio alcanzó el valor de $4.3 \cdot 10^{-2}$ mg en un tiempo de dos horas. ¿Cuál es la presión de vapor del germanio a 1000 °C? Suponer que el gas es monoatómico.



$$\Delta w = Z_P \cdot A \cdot m \cdot \Delta t$$

pérdida de masa a través de A en un Δt

$$\Delta w = \frac{P N_A}{(2\pi M R T)^{\frac{1}{2}}} A \cdot m \cdot \Delta t = \frac{P M}{(2\pi M R T)^{\frac{1}{2}}} A \cdot \Delta t \quad \Rightarrow \quad P = \frac{\Delta w}{A \cdot \Delta t}\left(\frac{2\pi R T}{M}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$M_{Ge} = 72.61 \cdot 10^{-3}\, Kg \cdot mol^{-1}$$

$$\Delta w = 4.3 \cdot 10^{-8}\, Kg$$

$$A = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot \left(0.5 \cdot 10^{-3}\right)^2\, m^2$$

$$t = 2\, h = 7200\, s$$

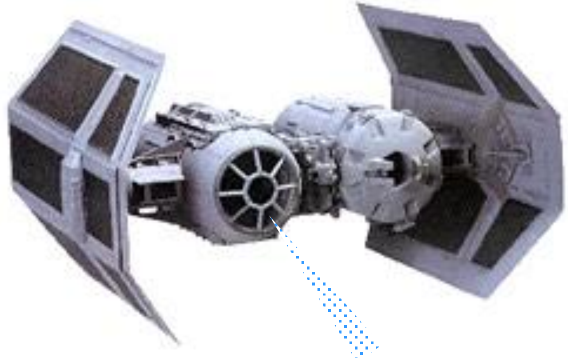
$$T = 1273.15\, K$$

$$N_A = 6.02214 \cdot 10^{23}\, mol^{-1}$$

$$R = 8.31451\, JK^{-1} mol^{-1}$$

$$\boxed{P = 7.278 \cdot 10^{-3}\, Pa}$$

TCG17.- Un vehículo espacial con un volumen interno de 3.0 m^3 choca con un meteorito originándose un orificio de 0.1mm de radio. Si la presión del oxígeno dentro del vehículo es inicialmente de 0.8 atm y su temperatura de 298K, ¿cuánto tiempo tardará la presión en reducirse a 0.7atm?



número de moléculas que escapan en un Δt

$$\frac{dN}{dt} = Z_P \cdot A$$

variación de la presión en un Δt

$$\frac{dP}{dt} = \frac{dNkT}{V} = \frac{kT}{V}\frac{dN}{dt} = -\frac{kT}{V} Z_P \cdot A = -\frac{kT}{V}\frac{P}{(2\pi mkT)^{\frac{1}{2}}} A = -\frac{PA}{V}\left(\frac{kT}{2\pi m}\right)^{\frac{1}{2}} =$$

$$\frac{dP}{dt} = -\frac{PA}{V}\left(\frac{RT}{2\pi M}\right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \int_{P_0}^{P}\frac{dP}{P} = -\frac{A}{V}\left(\frac{RT}{2\pi M}\right)^{\frac{1}{2}}\int_0^t dt \Rightarrow \ln\frac{P}{P_0} = -\frac{A}{V}\left(\frac{RT}{2\pi M}\right)^{\frac{1}{2}} t$$

$$t = \frac{V}{A}\left(\frac{2\pi M}{RT}\right)^{\frac{1}{2}} \ln\frac{P_0}{P} \Rightarrow t = 1.1487 \cdot 10^5\ s \approx 31.91\, h$$

TCG18.- La temperatura media de la superficie de Marte es 220 K y la presión es 4.7 torr. La atmósfera marciana está compuesta principalmente por CO_2 y N_2, con pequeñas cantidades de Ar, O_2, CO, H_2O y Ne. Considerando sólo los dos componentes principales, se puede aproximar la composición de la atmósfera marciana como $x(CO_2) \approx 0.97$ y $x(N_2) \approx 0.03$. Los diámetros de colisión son 4.6 Å para el CO_2 y 3.7 Å para el N_2. Para la atmósfera de la superficie marciana, calcular:

(a) la frecuencia de colisión de una determinada molécula de CO_2 con otras moléculas de CO_2;

(b) la frecuencia de colisión de una determinada molécula de N_2 con moléculas de CO_2;

(c) el número de colisiones por segundo de una determinada molécula de N_2;

(d) el número de colisiones CO_2-N_2 por segundo en 1.0 cm^3;

(e) el número total de colisiones por segundo en 1 cm^3.

TCG18.- La temperatura media de la superficie de Marte es 220 K y la presión es 4.7 torr. La atmósfera marciana está compuesta principalmente por CO_2 y N_2, con pequeñas cantidades de Ar, O_2, CO, H_2O y Ne. Considerando sólo los dos componentes principales, se puede aproximar la composición de la atmósfera marciana como $x(CO_2) \approx 0.97$ y $x(N_2) \approx 0.03$. Los diámetros de colisión son 4.6 Å para el CO_2 y 3.7 Å para el N_2. Para la atmósfera de la superficie marciana, calcular:

(a) la frecuencia de colisión de una determinada molécula de CO_2 con otras moléculas de CO_2;

$$z_{11} = \sqrt{2}\pi d_1^2 \left(\frac{8RT}{\pi M_1}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{N_1}{V} =$$

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{CO_2} = 44.00 \cdot 10^{-3}\, Kg \cdot mol^{-1} \\ R = 8.31451\, JK^{-1} mol^{-1} \\ \dfrac{N_1}{V} = \dfrac{P_1 N_A}{RT} = \dfrac{x_1 P N_A}{RT} \\ P = 626.6\, Pa \\ x_{CO_2} = 0.97 \qquad d_{CO_2} = 4.6\, \overset{0}{\mathrm{A}} \\ T = 220\, K \end{array} \right.$$

$$z_{11} = \sqrt{2}\pi \left(4.6 \cdot 10^{-10} m\right)^2 \left(\frac{8RT}{\pi M_1}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{0.97 \cdot 626.6 Pa \cdot N_A}{RT} = 6.12 \cdot 10^7\, s^{-1}$$

TCG18.-

(b) la frecuencia de colisión de una determinada molécula de N_2 con moléculas de CO_2;

$$z_{12} = \pi d_{12}^2 \left(\frac{8RT}{\pi} \left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right) \right)^{\frac{1}{2}} \frac{P_2 N_A}{RT} = 5.65 \cdot 10^7 \, s^{-1}$$

$$d_{CO_2} = 4.6 \overset{0}{\mathrm{A}}$$

$$d_{N_2} = 3.7 \overset{0}{\mathrm{A}}$$

$$d_{12} = \frac{1}{2}(4.6 + 3.7) = 4.15$$

$$M_{CO_2} = 44.00 \cdot 10^{-3} \, Kg \cdot mol^{-1}$$

$$M_{N_2} = 28.00 \cdot 10^{-3} \, Kg \cdot mol^{-1}$$

$$x_{N_2} = 0.97$$

$$\frac{N_2}{V} = \frac{P_2 N_A}{RT} = \frac{x_2 P N_A}{RT}$$

$$R = 8.31451 \, JK^{-1} mol^{-1}$$

TCG18.- (c) el número de colisiones por segundo de una determinada molécula de N_2;

$$z_{11}+z_{12}= \sqrt{2}\pi d_2^2\left(\frac{8RT}{\pi M_2}\right)^{\frac{1}{2}}\frac{P_2N_A}{RT}= 1.54\cdot 10^6+5.65\cdot 10^7=5.80\cdot 10^7\,s^{-1}$$

(d) el número de colisiones CO_2-N_2 por segundo en 1.0 cm^3;

$$Z_{12}= \frac{N_1}{V}z_{12}=\frac{N_2}{V}z_{21}=\frac{P_2N_A}{RT}z_{21}=$$

$$=\frac{0.03\cdot 626.6\cdot 6.022\cdot 10^{23}}{8.31451\cdot 220}\cdot 5.65\cdot 10^7=3.51\cdot 10^{29}m^{-3}s^{-1}\;=3.51\cdot 10^{23}cm^{-3}s^{-1}$$

(e) el número total de colisiones por segundo en 1 cm^3.

$$Z_{11}+Z_{12}+Z_{22}=\left\{\begin{array}{l} Z_{11}=\frac{1}{2}\frac{P_1N_A}{RT}z_{11}=6.12\cdot 10^{24}cm^3s^{-1} \\ Z_{12}=\frac{1}{2}\frac{P_2N_A}{RT}z_{12}=3.51\cdot 10^{23}cm^3s^{-1} \\ Z_{22}=\frac{1}{2}\frac{P_2N_A}{RT}z_{22}=4.78\cdot 10^{21}cm^3s^{-1}\end{array}\right\}=6.48\cdot 10^{24}cm^{-3}s^{-1}$$

TCG19.- Calcular el número total de colisiones por segundo y por cm^3 en la atmósfera terrestre a 25 °C y 1 atm entre:

(a) moléculas de oxígeno;

(b) moléculas de nitrógeno;

(c) moléculas de oxígeno y de nitrógeno. Utilizar los siguientes radios moleculares $r(O_2)$ = 178 pm y $r(N_2)$ = 185pm

$$Z_{11} = \frac{1}{\sqrt{2}}\pi\sigma_1^2\left(\frac{8RT}{\pi M_1}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{P_1 N_A}{RT}\right)^2 = 3.31\cdot 10^{33} m^{-3}s^{-1}$$

$$Z_{22} = 5.32\cdot 10^{34} m^{-3}s^{-1}$$

$$Z_{12} = \pi d_{12}^2\left[\left(\frac{8RT}{\pi}\right)\left(\frac{1}{M_1}+\frac{1}{M_2}\right)\right]^{\frac{1}{2}}\left(\frac{P_1 N_A}{RT}\right)\left(\frac{P_2 N_A}{RT}\right) = 2.66\cdot 10^{34} m^{-3}s^{-1}$$

$$\left\{\begin{array}{ll} M_{N_2} = 28.00\cdot 10^{-3}\,Kg\cdot mol^{-1} & \sigma_{N_2} = 2\cdot 185\ pm = 3.7\cdot 10^{-10}\,m \\ x_{N_2} = 0.78 & \sigma_{O_2} = 2\cdot 178\,pm = 3.56\cdot 10^{-10}\,m \\ x_{O_2} = 0.21 & R = 8.31451\ JK^{-1}mol^{-1} \\ \dfrac{N_b}{V} = \dfrac{P_b N_A}{RT} = \dfrac{x_b P N_A}{RT} & T = 298\ K \end{array}\right\}$$

TCG19.- Calcular el número total de colisiones por segundo y por cm^3 en la atmósfera terrestre a 25 °C y 1 atm entre:

(a) moléculas de oxígeno;

(b) moléculas de nitrógeno;

(c) moléculas de oxígeno y de nitrógeno. Utilizar los siguientes radios moleculares $r(O_2)$ = 178 pm y $r(N_2)$ = 185pm

$$Z_{11} = \frac{1}{\sqrt{2}}\pi\sigma_1^2\left(\frac{8RT}{\pi M_1}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{P_1 N_A}{RT}\right)^2 = 3.31\cdot 10^{33} m^{-3}s^{-1}$$

$$Z_{22} = 5.32\cdot 10^{34} m^{-3}s^{-1}$$

$$Z_{12} = \pi d_{12}^2\left[\left(\frac{8RT}{\pi}\right)\left(\frac{1}{M_1}+\frac{1}{M_2}\right)\right]^{\frac{1}{2}}\left(\frac{P_1 N_A}{RT}\right)\left(\frac{P_2 N_A}{RT}\right) = 2.66\cdot 10^{34} m^{-3}s^{-1}$$

número total de colisiones por cm^3 y s : $8.31\cdot 10^{34} m^{-3}s^{-1} = 8.31\cdot 10^{28} cm^{-3}s^{-1}$

TCG20.- Para el N_2(g) con un diámetro de colisión de 3.7 Å, calcular el recorrido libre medio a 300 K y: (a) 1.00 bar; (b) 1.00 torr; (c) 1.0 ·10^{-6} torr (presión típica de "vacío").

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d_1^2}\left(\frac{RT}{PN_A}\right)$$

(a) 1.00 bar $= 1.00 \cdot 10^5\ Pa$

$$\lambda = 6.81 \cdot 10^{-8}\, m$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda << \text{longitud recipiente} \\ \lambda >> \text{tamaño de la molécula} \end{array} \right.$$

(b) 1.00 torr $= 133.32\ Pa$

$$\lambda = 5.11 \cdot 10^{-5}\, m$$

(c) 1.00·10^{-6} torr $= 133.32\ Pa$

$$\lambda = \quad 51.1\, m$$

¿más/menos? choques con el recipiente que entre ellas

TCG21.- La velocidad de la reacción $H_2 + I_2 \rightarrow 2HI$ depende de las colisiones entre las distintas especies en la mezcla de reacción. Calcular las frecuencias de colisión para los encuentros: (a) $H_2 + H_2$; (b) $I_2 + I_2$; (c) $H_2 + I_2$, para un gas a 400 K y 1 atm con cantidades equimoleculares de ambos componentes. Las secciones eficaces de colisión son $\sigma(H_2) \approx 0.27\ nm^2$.y $\sigma(I_2) \approx 1.2\ nm^2$.

$$Z_{11} = \frac{1}{\sqrt{2}}\pi d_1^2\left(\frac{8RT}{\pi M_1}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{P_1 N_A}{RT}\right)^2 = 3.29\cdot 10^{34} m^{-3}s^{-1}$$

$$Z_{22} = 1.30\cdot 10^{34} m^{-3}s^{-1}$$

$$Z_{12} = \pi d_{12}^2\left[\left(\frac{8RT}{\pi}\right)\left(\frac{1}{M_1}+\frac{1}{M_2}\right)\right]^{\frac{1}{2}}\left(\frac{P_1 N_A}{RT}\right)\left(\frac{P_2 N_A}{RT}\right) = 1.13\cdot 10^{35} m^{-3}s^{-1}$$

$$M_{H_2} = 2.016\cdot 10^{-3}\,Kg\cdot mol^{-1} \qquad M_{I_2} = 253.808\cdot 10^{-3}\,Kg\cdot mol^{-1}$$

$$\sigma_{H_2} = \pi\cdot d_{H_2}^2 = 0.27\cdot 10^{-18} m^2 \qquad \sigma_{I_2} = \pi\cdot d_{I_2}^2 = 1.2\cdot 10^{-18} m^2 \qquad \sigma_{HI} = \pi\cdot\left(\frac{d_H + d_I}{2}\right)^2$$

$$P_{H_2} = 0.5\,atm = 50662.5\,Pa \qquad R = 8.31451\,JK^{-1}mol^{-1}$$

TCG22.- (a) Calcular Z (frecuencia total de colisión) para el N_2 a 1 atm y 300 K, suponiendo que la molécula es esférica y que su diámetro es 3.7 Å. (b) Calcular el tiempo medio entre colisiones. (c) En este tiempo, ¿cuántas oscilaciones realiza la molécula de N_2? Suponer que las moléculas de nitrógeno se comportan como osciladores armónicos con frecuencia 2360 cm^{-1}. (d) ¿Cuántas rotaciones realiza la molécula durante ese tiempo? La longitud de enlace de equilibrio es 1.0976 Å.

$$Z_{11} = \frac{1}{\sqrt{2}}\pi d_1^2\left(\frac{8RT}{\pi M_1}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{P_1 N_A}{RT}\right)^2 = 8.67 \cdot 10^{34} m^{-3} s^{-1}$$

$$M_{N_2} = 28.00 \cdot 10^{-3} Kg \cdot mol^{-1} \qquad T = 300\ K$$

$$d_{N_2} = 3.7 \cdot 10^{-10} m \qquad P_b = 1\ atm = 1.01325\ Pa$$

(b) Calcular el tiempo medio entre colisiones.

$$Z_{11} = \frac{1}{2} z_{11} \frac{N_1}{V}$$

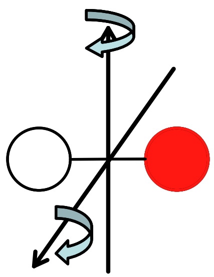
$$z_{11} = 2Z_{11}\frac{V}{N_1} = 2Z_{11}\frac{RT}{P_1 N_A} = 7.09 \cdot 10^9 s^{-1} \Rightarrow \langle t \rangle = \frac{1}{z_{11}} = 1.41 \cdot 10^{-10} s$$

TCG22.- (c) En este tiempo, ¿cuántas oscilaciones realiza la molécula de N_2? Suponer que las moléculas de nitrógeno se comportan como osciladores armónicos con frecuencia 2360 cm^{-1}.

$$\bar{\nu}_e = 2360\ cm^{-1} \qquad \nu_e = c\,\bar{\nu}_e = 7.075\cdot 10^{13}\ s^{-1}$$

$$n^{o}\ \text{oscilaciones} = \nu_e \cdot \langle t \rangle = 9981\ \text{oscilaciones}$$

(d) ¿Cuántas rotaciones realiza la molécula durante ese tiempo? La longitud de enlace de equilibrio es 1.0976 Å.

molécula diatómica: 

$$E_{rot} = \frac{1}{2}kT + \frac{1}{2}kT = kT = \frac{1}{2}Iw^2$$

$$w = \left(\frac{2kT}{I}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{2kT}{\mu R^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\mu = \frac{m_N m_N}{m_N + m_N} = \frac{1}{2}m_N$$

$$\Rightarrow n^{o}\ \text{rotaciones} = \left(\frac{4\mathrm{kT}}{\mathrm{m_N}\left(\frac{d_{enlace}}{2}\right)^2}\right)^{1/2} \cdot \langle t \rangle = 7.69\cdot 10^{12}$$