

MICROECONOMIA AVANZADA II. LICENCIATURA DE ECONOMÍA  
CUESTIONARIO 1 y 2: EQUILIBRIO GENERAL

1. Sea una economía de intercambio constituida por dos agentes y dos bienes en la que las funciones de utilidad vienen dadas por  $U_1 = x_{11}x_{12}$  y  $U_2 = x_{21}x_{22}$ . Las dotaciones iniciales son  $w_1 = (1, 0)$  y  $w_2 = (0, 1)$ . Calcule y represente gráficamente:

- Las curvas de oferta de ambos agentes, la curva de contrato y el núcleo
- Obtenga de nuevo la curva de contrato y el núcleo si las dotaciones son:  $w_1 = (3/4, 1/4)$  y  $w_2 = (1/4, 3/4)$ , ¿y si fuesen  $(1/2, 1/2)$  para ambos individuos?

2. Suponga que hay 200 agentes en una economía de intercambio. Suponga que hay tres bienes y que los agentes poseen inicialmente las siguientes cantidades: 100 de los agentes poseen 10 unidades del bien 1 cada uno, 50 de los agentes poseen 5 unidades del bien 2 cada uno y 50 de los agentes poseen 20 unidades del bien 3 cada uno. Todos los agentes tienen la función de utilidad  $U_h = x_{h1}^{1/2} x_{h2}^{1/4} x_{h3}^{1/4}$ ,  $h = 1, 2, 3$ . ¿Cuáles son los precios relativos de equilibrio de los tres bienes? ¿Qué grupo de agentes está mejor?

3. Considere una economía de intercambio con dos bienes y tres agentes. Ana siempre demanda cantidades iguales de los dos bienes. El gasto de Bernardo en el bien 1 es siempre el doble que su gasto en el bien 2. Carlos nunca demanda el bien 2. Dibuje el mapa de curvas de indiferencia de los tres individuos y sugiera funciones de utilidad consistentes con su comportamiento. Si las dotaciones iniciales son  $(5, 0)$ ,  $(3, 6)$  y  $(0, 4)$  respectivamente, calcule los precios relativos de equilibrio. ¿Cuál sería el efecto sobre estos precios y las utilidades del equilibrio (i) se dieran 4 unidades extra del bien 1 a Ana; si (ii) se las dieran a Carlos?

4. Las funciones de exceso de demanda para los bienes 1 y 2, en una economía de 3 bienes, vienen dadas por las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} z_1(p_1, p_2, p_3) &= -\frac{p_2}{p_1 + p_2} + \frac{p_3}{p_1 + p_3} \\ z_2(p_1, p_2, p_3) &= -\frac{p_3}{p_2 + p_3} + \frac{p_1}{p_1 + p_2} \end{aligned}$$

Encuentre la función de exceso de demanda para el bien 3.

5. Considere una economía de intercambio con tres consumidores y dos bienes. Los consumidores se caracterizan por las siguientes funciones de utilidad y dotaciones iniciales:

$$U_1 = \min\{x_{11}, x_{12}\} \quad w_1 = (1 - \varepsilon, 0)$$

$$U_2 = \min\{x_{21}, x_{22}\} \quad w_2 = (0, 1 - \varepsilon)$$

$$U_3 = x_{31} + x_{32} \quad w_3 = (\varepsilon, \varepsilon)$$

con  $1 > \varepsilon \geq \frac{1}{3}$ . Se pide:

- a) Encontrar el equilibrio competitivo.
- b) Suponga la economía de dos individuos formada por el agente 3 y un cuarto agente con preferencias  $U_4 = \max\{x_{41}, x_{42}\}$  y dotación inicial  $w_4 = (1 - \varepsilon, 1 - \varepsilon)$ . Calcule el equilibrio competitivo. ¿Cuál sería el equilibrio competitivo si la dotación inicial del cuarto individuo fuera (2,1)?

6. Considere la siguiente economía de intercambio en la que hay dos agentes y dos bienes. La función de utilidad del individuo 1 es  $U_1 = x_{11}^\alpha x_{12}$  y la del individuo 2,  $U_2 = x_{21} x_{22}^\beta$ , siendo los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  estrictamente positivos. Si las dotaciones iniciales se representan por los vectores  $w_1$  y  $w_2$ , se pide:

- a) Derivar la curva de contrato como una función implícita de  $x_{11}$  y  $x_{12}$ .
- b) Obtener las condiciones bajo las cuales la curva de contrato es una recta.

7. Para una economía de intercambio puro formada por dos individuos con las siguientes preferencias y dotaciones iniciales:  $U_1 = x_{11}^{2/3} x_{12}^{1/3}$ ,  $U_2 = x_{21}^{1/3} x_{22}^{2/3}$ ,  $w_1 = (100, 650)$  y  $w_2 = (400, 200)$ . Se pide:

- a) Calcular el vector de precios de equilibrio y la asignación competitiva.
- b) Obtener la expresión de la curva de contrato.
- c) Representar gráficamente el equilibrio.

8. Sea una economía de intercambio constituida por dos agentes y dos bienes en la que las funciones de utilidad vienen dadas por  $U_1 = x_{11} x_{12}$  y  $U_2 = x_{21} x_{22}$ . Las dotaciones iniciales son  $w_1 = (1, 0)$  y  $w_2 = (0, 1)$ . Obtenga el equilibrio competitivo y verifique que pertenece al núcleo de la economía. Obtenga de nuevo el equilibrio competitivo si las dotaciones son:  $w_1 =$

$(3/4, 1/4)$  y  $w_2 = (1/4, 3/4)$ , y si fuesen  $(1/2, 1/2)$  para ambos individuos.

9. Considere una economía de intercambio con dos agentes y dos mercancías cuyas funciones de utilidad son:  $U_1 = x_{11}^\alpha x_{12}^{1-\alpha}$ , con  $\alpha \in (0, 1)$ , y  $U_2 = \min \{x_{21}, x_{22}\}$  y cuyas dotaciones iniciales vienen dadas por  $w_1 = (0, 1)$  y  $w_2 = (1, 0)$ . Se pide:

- Calcular el equilibrio competitivo.
- Calcular la curva de contrato y el núcleo de la economía.
- ¿Cuál sería la curva de contrato y el núcleo de la economía si el agente 1 tuviese una función de utilidad  $U_1 = \min \{x_{11}, x_{12}\}$ ? ¿Sería en este caso el equilibrio competitivo único?
- ¿Cuál sería la curva de contrato y el núcleo de la economía si además la dotación de los agentes fuese  $w_1 = (1/4, 3/4)$  y  $w_2 = (3/4, 1/4)$ ?

10. Considere cada una de las siguientes economías de intercambio con dos consumidores y dos bienes cuyos consumidores se caracterizan por las siguientes funciones de utilidad y dotaciones iniciales.

- $U_1 = x_{11} + x_{12}$ ;  $w_1 = (3, 3)$  y  $U_2 = \min\{x_{21}, x_{22}\}$ ;  $w_2 = (3, 0)$
- $U_1 = x_{11} + x_{12}$ ;  $w_1 = (3, 3)$  y  $U_3 = \min\{x_{31}, 5x_{32}\}$ ;  $w_3 = (0, 3)$
- $U_2 = \min\{x_{21}, x_{22}\}$ ;  $w_2 = (3, 0)$  y  $U_3 = \min\{x_{31}, 5x_{32}\}$ ;  $w_3 = (0, 3)$

Encuentre la curva de contrato, núcleo y equilibrio competitivo de cada una de ellas.

d) Considere la economía formada por los tres agentes anteriores:  $U_1 = x_{11} + x_{12}$  con  $w_1 = (3, 3)$ ,  $U_2 = \min\{x_{21}, x_{22}\}$  con  $w_2 = (3, 0)$  y  $U_3 = \min\{x_{31}, 5x_{32}\}$ , con  $w_3 = (0, 3)$  y las siguientes asignaciones:

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \left[ \left( \frac{11}{4}, \frac{15}{4} \right), (3, 3), \left( \frac{5}{4}, \frac{1}{4} \right) \right] \\
 a_2 &= \left[ \left( \frac{7}{4}, \frac{11}{4} \right), (3, 3), \left( \frac{5}{4}, \frac{1}{4} \right) \right] \\
 a_3 &= \left[ \left( \frac{9}{4}, \frac{15}{4} \right), (3, 2), \left( \frac{3}{4}, \frac{1}{4} \right) \right] \\
 a_4 &= \left[ \left( \frac{11}{4}, \frac{15}{4} \right), (2, 2), \left( \frac{5}{4}, \frac{1}{4} \right) \right]
 \end{aligned}$$

¿Pertencen al núcleo de la economía? Razone su respuesta.