MATEMÁTICAS I Grupos F, H

APELLIDOS: ______________________________ NOMBRE: ____________________

En cada pregunta no sólo se valorará la corrección del procedimiento y el resultado, sino también, en la misma medida, la corrección en la expresión de los cálculos e interpretaciones, así como la constancia explícita de todos los pasos intermedios necesarios.

1. La demanda de un artículo viene dada por la función

$$D(r,p) = \frac{100\sqrt{r-p}}{p},$$

donde r es la renta de los consumidores y p el precio. En la actualidad, la renta es $r = 630$ y el artículo se vende a 5 €.

   (a) **(0.3 ptos.)** Estudia si la demanda es homogénea y, en tal caso, calcula el grado de homogeneidad.

   (b) **(0.5 ptos.)** Calcula las derivadas parciales de D en el momento actual e interprétalas.

   (c) **(0.3 ptos)** Calcula aproximadamente el incremento esperado si la renta aumentara en 10 unidades y el precio pasara a ser de 4.5 €.

   (d) **(0.5 ptos.)** Calcula e interpreta la elasticidad de la demanda respecto de la renta en el momento actual.

   (e) **(0.5 ptos.)** La empresa que fabrica el artículo ajusta su precio según la renta de los consumidores, de modo que $\left.\frac{dp}{dr}\right|_{630} = 0.15$. Razona, a partir de la derivada oportuna, si teniendo en cuenta este dato la demanda aumentará o disminuirá ante un aumento de la renta de los consumidores.

   (f) **(0.5 ptos.)** Escribe la ecuación de la curva de nivel de demanda correspondiente a la demanda actual. Interpreta dicha ecuación, así como la función implícita $p(r)$ determinada por ella (pero no es necesario que la calcules).

   (g) **(0.5 ptos.)** Calcula e interpreta la derivada de la función implícita indicada en el apartado anterior para los valores actuales.

2. Dada la función $f(x,y) = x^{\operatorname{sen} y}\sqrt{1+\ln x^6} + y$,

   (a) **(0.2 ptos.)** Calcula el dominio de f.

   (b) **(0.5 ptos.)** Calcula $\nabla f(1,0)$.

   (c) **(0.2 ptos.)** Calcula $df(1,0)(-1,2)$.

   (d) **(0.2 ptos.)** Calcula la dirección de máximo crecimiento de f en el punto $(1,0)$.

3. **(0.5 ptos.)** Calcula el determinante de la matriz hessiana de la función

$$f(x,y,z,w) = x^2 + 2z^2 + 3w^2 + xy + 3xz + 5xw + 2yw + 3z.$$

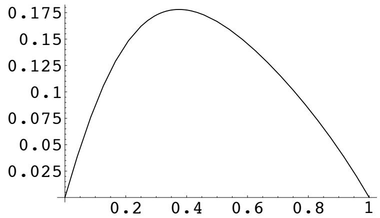
4. **(0.6 ptos.)**El coste marginal de una empresa es $C_m(q) = 10 - qe^{-q/10}$, donde q es la producción diaria. Los costes fijos son de 50 u.m. Calcula la función de coste $C(x)$.

5. **(0.5 ptos.)** Calcula:

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{2x}\sqrt[3]{3\ln x}\, dx$$

6. La función de densidad de una variable aleatoria X es de la forma

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{k(x^2 - x)}{2x^3 - 3x^2 - 1} & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$



   (a) **(0.5 ptos.)** Calcula el valor de k.

   (b) **(0.2 ptos.)** Representa en la figura $\mathrm{P}(0.5 \leq X \leq 1)$ y razona sin calcularla analíticamente si es mayor o menor que 0.5.

7. **(0.5 ptos.)** La rentabilidad de unas acciones (la derivada en tanto por uno de su valor) desde un instante $t = 0$ ha venido dada por la función

$$i_\infty(t) = 0.2\,\mathrm{sen}(2t + 0.05),$$

donde t es el tiempo en años. Determina el capital que tendríamos que haber invertido en $t = 0$ para obtener un capital de 10 000 € al cabo de dos años. ¿Hubiera convenido mantener la inversión durante 15 años?

8. **(0.5 ptos.)** Define función continua y explica la relación entre la continuidad y la diferenciabilidad.