APELLIDOS: _____ NOMBRE: _____

En cada pregunta no sólo se valorará la corrección del procedimiento y el resultado, sino también, en la misma medida, la corrección en la expresión de los cálculos e interpretaciones, así como la constancia explícita de todos los pasos intermedios necesarios.

1. La demanda de un artículo viene dada por la función

$$D(r, p) = \frac{100\sqrt{r-p}}{p},$$

donde r es la renta de los consumidores y p el precio. En la actualidad, la renta es $r = 630 \text{€}$ y el artículo se vende a 5€ .

- (0.5 ptos.)** Estudia si la demanda es homogénea y, en tal caso, calcula el grado de homogeneidad.
- (0.75 ptos.)** Calcula las derivadas parciales de D en el momento actual e interprétalas.
- (0.25 ptos.)** Calcula aproximadamente el incremento esperado si la renta aumentara en 10€ y el precio pasara a ser de 4.5€ .
- (0.5 ptos.)** Calcula e interpreta la elasticidad de la demanda respecto de la renta en el momento actual.
- (0.75 ptos.)** La empresa que fabrica el artículo ajusta su precio según la renta de los consumidores, de modo que $\left. \frac{dp}{dr} \right|_{630} = 0.15$. Razona, a partir de la derivada de la función compuesta, si teniendo en cuenta este dato la demanda aumentará o disminuirá ante un aumento de la renta de los consumidores.
- (0.5 ptos.)** Escribe la ecuación de la curva de nivel de demanda correspondiente a la demanda actual. Interpreta dicha ecuación, así como la función implícita $p(r)$ determinada por ella (pero no es necesario que la calcules).
- (0.75 ptos.)** Calcula e interpreta la derivada de la función implícita indicada en el apartado anterior para los valores actuales.

2. Dada la función $f(x, y) = x^{\operatorname{sen} y} \sqrt{1 + \ln x^6} + y$,

- (0.5 ptos.)** Calcula el dominio de f .
- (0.75 ptos.)** Calcula $\nabla f(1, 0)$.
- (0.5 ptos.)** Calcula $df(1, 0)(-1, 2)$.
- (0.25 ptos.)** Calcula la dirección de máximo crecimiento de f en el punto $(1, 0)$.

3. **(1 pto.)** Calcula el determinante de la matriz hessiana de la función

$$f(x, y, z, w) = x^2 + 2z^2 + 3w^2 + xy + 3xz + 5xw + 2yw + 3z.$$

4. (1 pto.) El coste marginal de una empresa es $C_m(q) = 10 - qe^{-q/10}$, donde q es la producción diaria. Los costes fijos son de 50 u.m. Calcula la función de coste $C(x)$.

5. (1 pto.) Calcula:

$$\int_0^2 \frac{6x^2}{x^3 - 1} dx$$

6. (1 pto.) Resuelve:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{y} \operatorname{sen}(2 - x) \quad y(2) = 1$$