

APELLIDOS: _____ NOMBRE: _____

1. (a) ¿Qué debe cumplir una matriz para que tenga inversa?
 (b) Dada la siguiente matriz

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Justifica si la matriz A tiene inversa. En caso afirmativo calcúlala.

- (c) Resuelve el siguiente sistema:

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 5 \\ x + y = -1 \end{array} \right\}$$

2. (a) Calcula el dominio de la función

$$f(x, y) = \left(x^2 - \sqrt{y+2}, \frac{x}{y+1}, \ln(y+1) \right)$$

- (b) Estudia la homogeneidad de

$$f(x, y) = \frac{x+y}{\sqrt{x^2-y^2}}$$

3. La función de producción de una empresa viene dada por $P(x, y) = 6\sqrt[3]{xy} + \frac{2x}{y}$ donde x es la cantidad (en unidades) utilizada de la materia prima A y y de la materia prima B. En el momento actual $(x, y) = (4, 2)$.

- (a) Calcula e interpreta las derivadas parciales de la función de producción en el momento actual.
 (b) Justifica si la función de producción es diferenciable en $(x, y) = (4, 2)$.
 (c) Calcula aproximadamente, utilizando la diferencial, cuál será la variación de la función de producción si la cantidad utilizada de la materia prima A aumenta 0'6 unidades y la de B disminuye 0'2 unidades.

4. (a) Calcula la matriz jacobiana en el punto $(1, 1, 1)$ de la función

$$f(x, y, z) = \left(e^{xz^2-y}, \ln \frac{x}{z} \right)$$

- (b) Sea $f(u, v) = u^2 - 3\sqrt{v}$ siendo $u = y - x^3$, $v = \sin^2(x + y)$. Calcula, utilizando la regla de la cadena, $\frac{\partial f}{\partial x}$.

5. Clasifica y calcula las siguientes integrales:

$$a) \int_{-\infty}^0 \frac{1}{(x+1)^2} dx \qquad b) \int_4^6 \frac{1}{\sqrt[3]{3x-6}} dx$$