

TEMA 2:

ECUACIONES EN DIFERENCIAS FINITAS

1. Halla los puntos de equilibrio de las siguientes ED:

(a) $X_{n+2} - 2X_{n+1} + X_n^2 = 3$

(b) $X_{n+1} = \frac{X_n^2}{n^2 + 1}$

(c) $X_{n+2} = \frac{X_{n+1}}{X_n^2}$

(d) $X_{n+1}\sqrt{X_{n+2}} - 2X_n = 0$

(e) $X_{n+2} = n(X_{n+1} - X_n) + 2$

(f) $X_{n+2} = \frac{X_{n+1}^2}{X_n}$

2. Halla los puntos de equilibrio y los puntos de periodo 2 de las siguientes ED:

(a) $X_{n+1} = 4X_n(1 - X_n)$

(b) $X_{n+1} = -X_n$

(c) $X_{n+1} = X_n^2 - 2$

(d) $X_{n+1} = \frac{1}{X_n^2 + X_n - 1}$

(e) $3X_{n+2} - X_{n+1}^2 - X_n = 0$

(f) $X_{n+2} = \frac{X_{n+1}^2}{X_n}$

(g) $X_{n+2}X_{n+1}^2 - 2X_n = 0$

(h) $X_{n+1}X_{n+2}^2 - 2X_n = 0$

3. Determina si las siguientes ED son monótonas y, en caso afirmativo, representa sus diagramas de monotonía:

(a) $X_{n+1} = X_n + e^{X_n}$

(b) $X_{n+1} = X_n(1 + X_n^2)$

(c) $10X_{n+1} = X_n(X_n^2 - 8X_n + 25)$

(d) $X_{n+1} = X_n^3 + X_n^2 + X_n$

(e) $X_{n+1} = \begin{cases} -X_n^2 - \frac{1}{4} & \text{si } X_n < 0 \\ X_n^2 - \frac{1}{4} & \text{si } X_n \geq 0 \end{cases}$

(f) $X_{n+1} = X_n + \text{sen}(X_n)$

4. Halla la solución general de las siguientes ED lineales homogéneas:

(a) $2X_{n+1} + 3X_n = 0$

(b) $X_{n+2} + X_{n+1} - X_n = 0$

(c) $X_{n+2} - 4X_{n+1} + 4X_n = 0$

(d) $X_{n+2} - 3X_{n+1} + 9X_n = 0$

5. Halla la solución general de

$$X_{n+6} - 10X_{n+5} + 37X_{n+4} - 66X_{n+3} + 68X_{n+2} - 56X_{n+1} + 32X_n = 0,$$

sabiendo que

$$x^6 - 10x^5 + 37x^4 - 66x^3 + 68x^2 - 56x + 32 = (x-2)^3(x-4)(x^2+1).$$

6. Halla la solución general de las siguientes ED lineales no homogéneas:

(a) $X_{n+2} + 4X_{n+1} + 4X_n = 27$

(b) $X_{n+2} - 4X_{n+1} + 3X_n = 10$

(c) $X_{n+3} - 4X_{n+2} + 5X_{n+1} - 2X_n = 2$

(d) $X_{n+1} - 2X_n = 2^n$

(e) $X_{n+2} - 2X_{n+1} + 3X_n = 22 \cdot 4^n$

(f) $X_{n+2} - 5X_{n+1} + 6X_n = 2n$

7. Resuelve los siguientes PVI:

(a) $\begin{cases} X_{n+2} = X_{n+1} + X_n \\ X_0 = 1, \quad X_1 = 1 \end{cases}$

(b) $\begin{cases} X_{n+1} = 2X_n - 3 \\ X_0 = 3 \end{cases}$

(c) $\begin{cases} X_{n+2} - 3X_{n+1} + 2X_n = 1 \\ X_0 = 0, \quad X_1 = 1 \end{cases}$

(d) $\begin{cases} X_{n+2} - 4X_{n+1} + X_n = 0 \\ X_0 = 3, \quad X_1 = 11 \end{cases}$

8. Halla un posible término general de las sucesiones del Ejercicio 4 del Tema 1.

9. Estudia el comportamiento (atracción, repulsión, estabilidad) de los puntos de equilibrio de las siguientes ED:

(a) $X_{n+1} - X_n = 0$

(b) $X_{n+1} - X_n = 2$

(c) $X_{n+1} + X_n = 0$

(d) $X_{n+1} + X_n = 2$

(e) $X_{n+1} - 2X_n = 1$

(f) $2X_{n+1} - X_n = 1$

(g) $X_{n+1} + 2X_n = 1$

(h) $2X_{n+1} + X_n = 1$

10. Estudia el comportamiento (atracción, repulsión, estabilidad) de los puntos de equilibrio de las ED de grado 1 del Ejercicio 2.