

TEMA 3:

ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

1. Halla los puntos de equilibrio de las siguientes EDO:

(a) $X'' - 2X' + X^2 = 3$

(b) $X' = \frac{X^2}{t^2 + 1}$

(c) $X'' = \frac{X'}{X^2}$

(d) $X'\sqrt{X''} - 2X = 0$

(e) $X'' = t(X' - X) + 2$

(f) $X'' = \frac{X'^2}{X}$

2. Halla la solución general de las siguientes EDO de primer orden:

(a) $X' = 2t^2 - t$

(b) $X' = X^2 + 2$

(c) $X' = (X^2 + 2)(2t^2 - t)$

(d) $X' = \frac{X + 1}{t}$

(e) $X' = X - 2t$

(f) $X' = X(2tX - 1)$

(g) $X' = (4t - 1)X + 2t(X^2 + 1) - 1$

(h) $X' = \frac{X^2 + Xt + t^2}{t^2}$

(i) $X' = (a + bt)X$

(j) $X' = \frac{1}{t}X + t^3$

3. Determina, para cada una de las EDO del ejercicio anterior, si existen soluciones con condición inicial $X(0) = 1$, y hálalas en caso afirmativo.

4. Halla la solución general de las siguientes EDO lineales homogéneas:

(a) $X'' + X' - 6X = 0$

(b) $X'' - 4X' + 4X = 0$

(c) $X'' - 4X' + 8X = 0$

5. Halla la solución general de

$$X^{(6)} - 10X^{(5)} + 37X^{(4)} - 66X''' + 68X'' - 56X' + 32X = 0$$

sabiendo que

$$x^6 - 10x^5 + 37x^4 - 66x^3 + 68x^2 - 56x + 32 = (x - 2)^3(x - 4)(x^2 + 1).$$

6. Halla la solución de los siguientes PVI:

$$(a) \begin{cases} X'' + X' - 6X = 0 \\ X(0) = 3 \\ X'(1) = 1 \end{cases} \quad (b) \begin{cases} X'' - 4X' + 4X = 0 \\ X(0) = 3 \\ X'(0) = 10 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} X'' - 4X' + 8X = 0 \\ X(0) = 4 \\ X'(0) = 10 \end{cases}$$

7. Halla la solución general de las siguientes EDO lineales no homogéneas:

$$\begin{array}{ll} (a) X'' + 4X' + 4X = 27 & (b) X'' - 4X' + 3X = 10 \\ (c) X''' - 4X'' + 5X' - 2X = 2 & (d) X' - 2X = 2^t \\ (e) X'' - 2X' + 3X = 22 \cdot 4^t & (f) X'' - 5X' + 6X = 2t \\ (g) X'' + X' = 6t + 1 & (h) X'' - X' + 2X = 4t + 7e^{2t} - 3 \end{array}$$