

MATEMÁTICAS PARA LOS MODELOS DINÁMICOS

11 de Enero de 2021

1. (1 punto) Determina los valores del parámetro $\alpha \in \mathbb{R}$ para que la sucesión cuyo término general es

$$S_n = \alpha n^2 + 1$$

sea solución de

$$X_{n+1} - X_n - 2\sqrt{X_n - 1} = 1.$$

2. (1 punto) Halla los puntos de equilibrio y las soluciones de periodo 2 de las siguientes ED:

(a) $X_{n+2} = 2X_{n+1} - X_n.$

(b) $X_{n+2} = \frac{X_{n+1}}{X_n} - 1.$

3. (1 punto) Estudia si las siguientes ED son monótonas y, en caso afirmativo, representa sus diagramas de monotonía. Por el contrario, en caso negativo, estudia el comportamiento (atracción, repulsión) de sus puntos de equilibrio con otra técnica:

(a) $X_{n+1} = X_n^3 - 3X_n^2 + 3X_n.$

(b) $X_{n+1} = X_n^3 - 3X_n^2 - 3X_n.$

4. Resuelve los siguientes PVI:

(a) (1 punto)
$$\begin{cases} X_{n+2} - 2X_{n+1} + 2X_n = 0 \\ X_0 = 0, \quad X_1 = 1. \end{cases}$$

(b) (1.5 puntos)
$$\begin{cases} X_{n+2} - X_n = 2 \\ X_0 = 1, \quad X_1 = 4. \end{cases}$$

5. (1 punto) Halla la solución general de la EDO:

$$\frac{X'X}{t^2} = 1.$$

¿Cuál es la única solución que cumple la condición inicial $X(1)=0$?

6. (1 punto) Determina los valores de los parámetros $a, b \in \mathbb{R}$ para que la función $\varphi(t) = \ln(at + b)$ sea solución de

$$X''e^X + X' = 0.$$

7. Resuelve los siguientes PVI:

(a) (1 punto)
$$\begin{cases} X'' - 4X' + 4X = 0 \\ X(0) = 1, \quad X'(0) = 4. \end{cases}$$

(b) (1.5 puntos)
$$\begin{cases} X'' + X = e^t \\ X(0) = 1, \quad X'(0) = 1. \end{cases}$$