MATEMÁTICAS PARA LOS MODELOS DINÁMICOS

19 de enero de 2022

1. (1 punto) Dada la ED
$$X_{n+2} = aX_{n+1} + bX_n,$$
determina el valor de los parámetros $a, b \in \mathbb{R}$ tales que los siguientes conjuntos sean solución:
   (a) $S = \{0, 1, 2, 5, 12\}$.
   (b) $S = \{0, 1, 2, 5, 13\}$.

2. (1 punto) Halla los puntos de equilibrio y las soluciones de periodo 2 de la ED
$$X_{n+1} = 2 - X_n.$$

3. Resuelve los siguientes PVI:
   (a) (1 punto) $\begin{cases} X_{n+2} - 2X_{n+1} + 5X_n = 0 \\ X_0 = 0, \quad X_1 = 1. \end{cases}$
   (b) (1.5 puntos) $\begin{cases} X_{n+2} - 4X_{n+1} + 4X_n = 4n \\ X_0 = 10, \quad X_1 = 12. \end{cases}$

4. (1 punto) Estudia el comportamiento de los puntos de equilibrio de $4X_{n+1} - X_n^2 = 3$.

5. (1 punto) Discretiza el siguiente PVI usando el método de Euler, con paso $h = 1/10$:
$$\begin{cases} X' + X^2 = t \\ X(2) = 1. \end{cases}$$
Suponiendo que $\varphi(t)$ sea la solución (desconocida) del PVI anterior, indica cómo hallarías una aproximación de $\varphi(4)$ usando la discretización anterior.

6. (1 punto) Halla la solución general de la EDO:
$$\frac{X'X}{t^2} = 1.$$
¿Cuál es la única solución que cumple la condición inicial $X(0) = -1$?

7. Resuelve los siguientes PVI:
   (a) (1 punto) $\begin{cases} X'' - 6X' + 9X = 0 \\ X(0) = -1, \quad X'(0) = -1. \end{cases}$
   (b) (1.5 puntos) $\begin{cases} X'' - X' - 2X = 3e^{2t} \\ X(0) = 3, \quad X'(0) = 1. \end{cases}$