

Introducción: Medidas directas, determinación de errores

- Mejor estimador \pm Incertidumbre
- Guarismos significativos
- Discrepancia
- Comparación de valores medidos y aceptados
- Comparación de dos números medidos
- Comprobando relaciones con una gráfica
- Interpolación en tablas
- Incertidumbres relativas

• Mejor estimador \pm Incertidumbre

Ejemplo: Caída de graves

Intervalos de tiempo medidos: 2.3, 2.4, 2.5, 2.4 s

Mejor estimación de Δt = Promedio 2.4 s

Probable intervalo de Δt 2.3 – 2.5 s



Intervalo de tiempo medido = 2.4 ± 0.1 s

Norma general:

Valor medido de $x = x_{Mejor} \pm \sigma(x)$ Unidades



$x_{Mejor} - \sigma(x) < \text{Valor verdadero} < x_{Mejor} + \sigma(x)$

$\sigma(x)$ Error absoluto > 0

- El mejor estimador de x es x_{Mejor}
- El valor de la magnitud buscada se halla, razonablemente, entre $x_{Mejor} + \sigma(x)$ y $x_{Mejor} - \sigma(x)$

• Guarismos significativos

1. Las incertidumbres experimentales se dan casi siempre con sólo una cifra significativa.
2. Si la primera cifra significativa es un 1, se retiene la segunda.
3. Normas de redondeo:
 - Si la cifra que se omite es menor que 5, se procede a la eliminación sin más
 - Si la cifra eliminada es mayor que 5, se aumenta en una unidad la última cifra retenida
4. La última cifra significativa del valor de la magnitud debe ser del mismo orden de magnitud (en la misma posición decimal) que el de la incertidumbre.

Ejemplo:

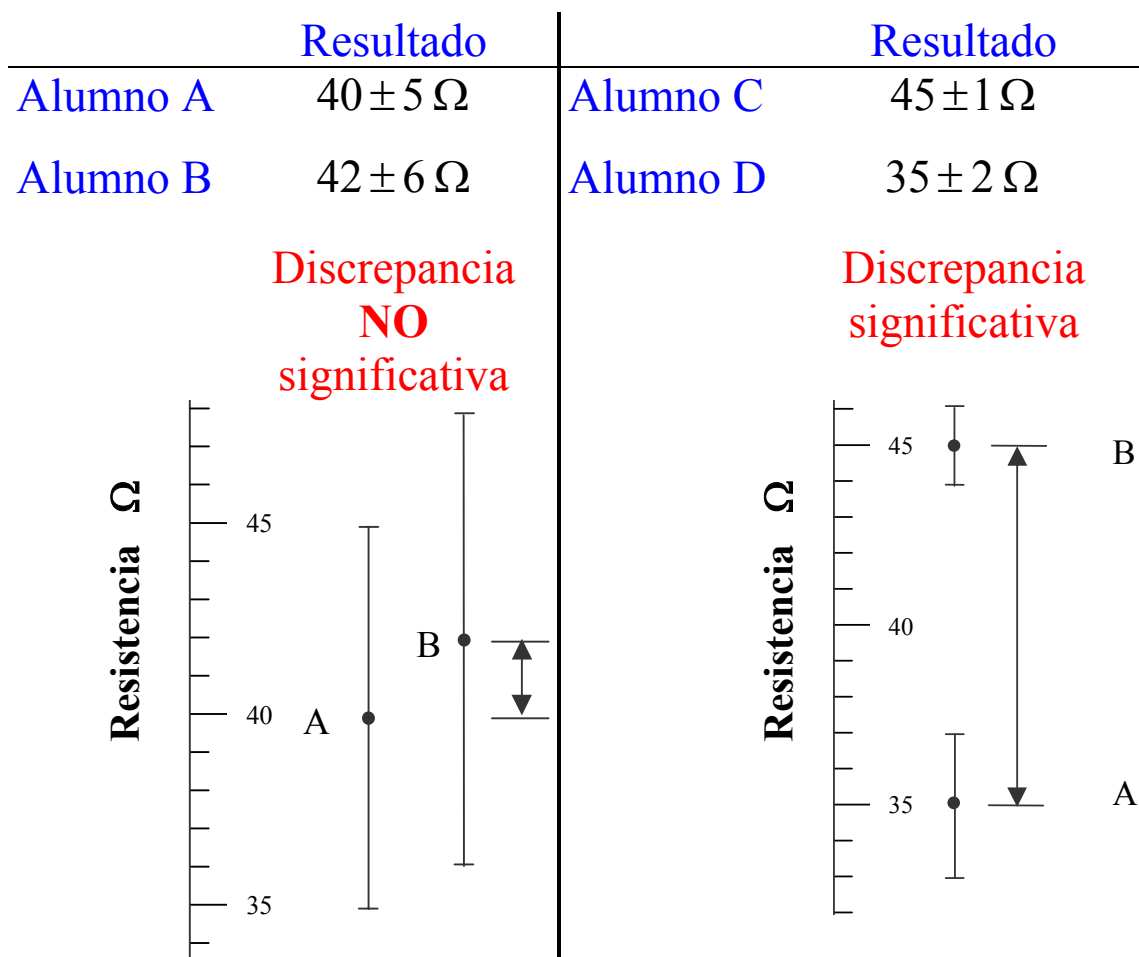
INCORRECTOS	CORRECTOS
3.418 ± 0.123	3.42 ± 0.12
6.3 ± 0.085	6.30 ± 0.09
46288 ± 1553	$46300 \pm 1600 = (4.63 \pm 0.16) \times 10^4$
428.351 ± 0.27	428.4 ± 0.3
0.01683 ± 0.0058	$0.017 \pm 0.006 = (1.7 \pm 0.6) \times 10^{-2}$

- **Discrepancia**

Diferencia entre dos valores medidos de la misma magnitud

¿Cuándo una discrepancia es significativa?

Ejemplo: Medida de una resistencia



- ¡¡ Comparar la diferencia con el error de las medidas !!

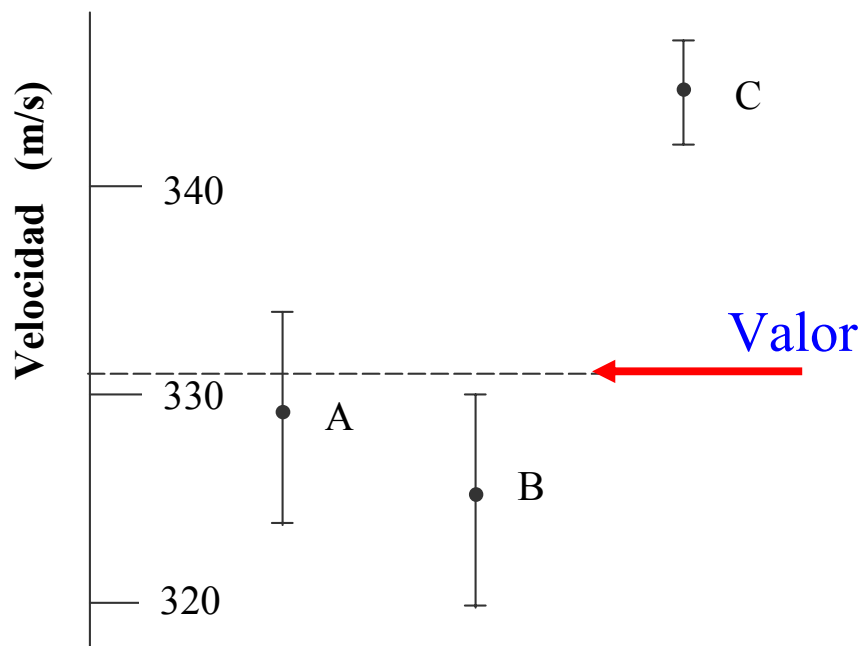
- Comparación de valores medidos y aceptados

¿Cuándo un valor medido de una magnitud se considera que coincide con el valor aceptado para ésta?

Ejemplo: Medida de la velocidad del sonido en aire

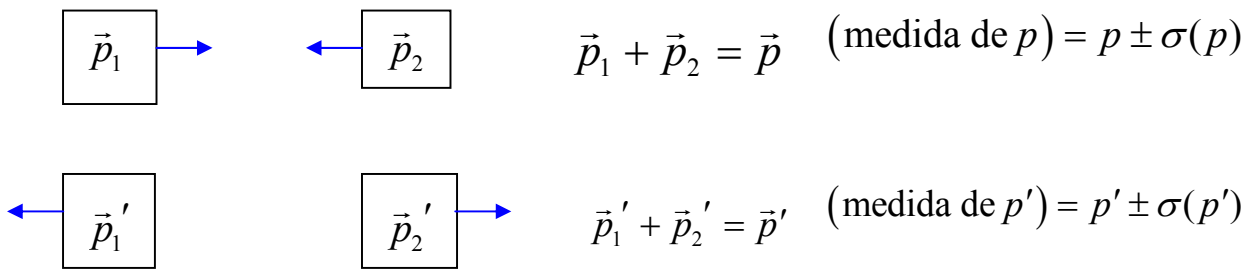
Valor aceptado: 331 m/s

	Resultado	Comentario
Alumno A:	329 ± 5 m/s	Compatible
Alumno B:	325 ± 5 m/s	Compatible
Alumno C:	345 ± 2 m/s	Incompatible



• Comparación de dos números medidos

Ejemplo: Conservación de la cantidad de movimiento



Momento inicial: p Kg m/s (± 0.04)	Momento final: p' Kg m/s (± 0.06)	Diferencia Δp Kg m/s (± 0.10)
1.49	1.56	-0.07
3.10	3.12	-0.02
2.16	2.05	+0.11

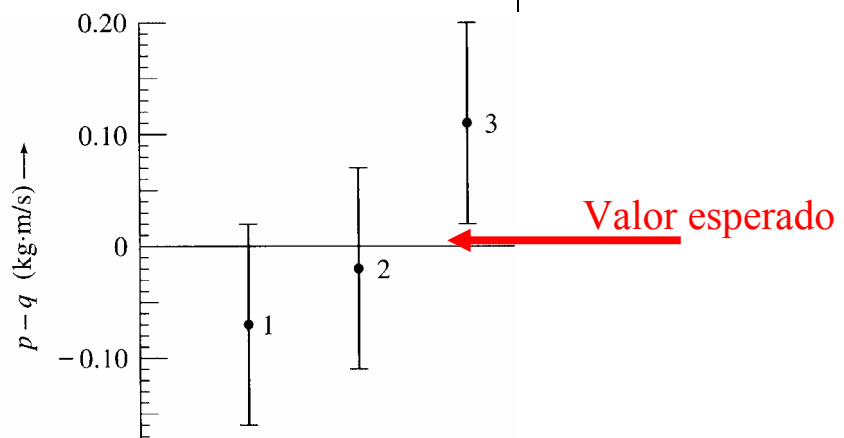
Valor probable más alto:

$$(p + \sigma(p)) - (p' - \sigma(p')) = (p - p') + (\sigma(p) + \sigma(p'))$$

Valor probable más bajo:

$$(p - \sigma(p)) - (p' + \sigma(p')) = (p - p') - (\sigma(p) + \sigma(p'))$$

$$\sigma(p - p') \approx 0.10$$



● Comprobando relaciones con una gráfica

- Estudio experimental o teórico de un fenómeno físico
- Representación gráfica
- Interpretación.

Normas para construir gráficas:

1. Papel milimetrado.

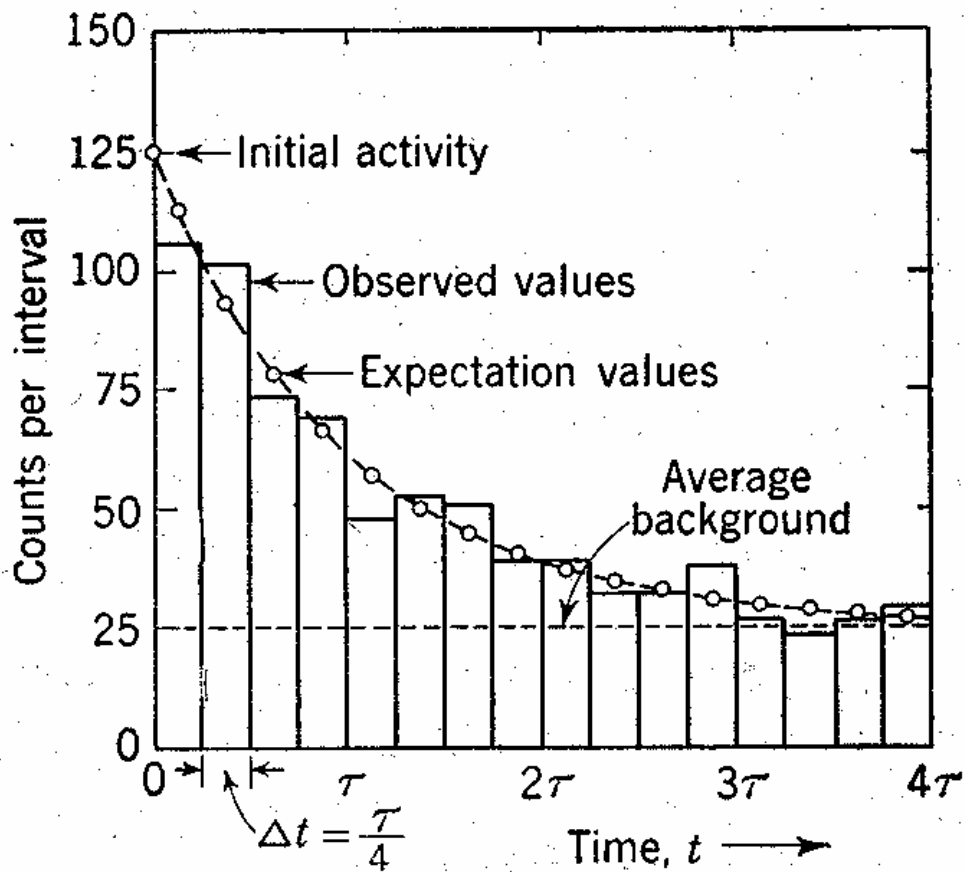
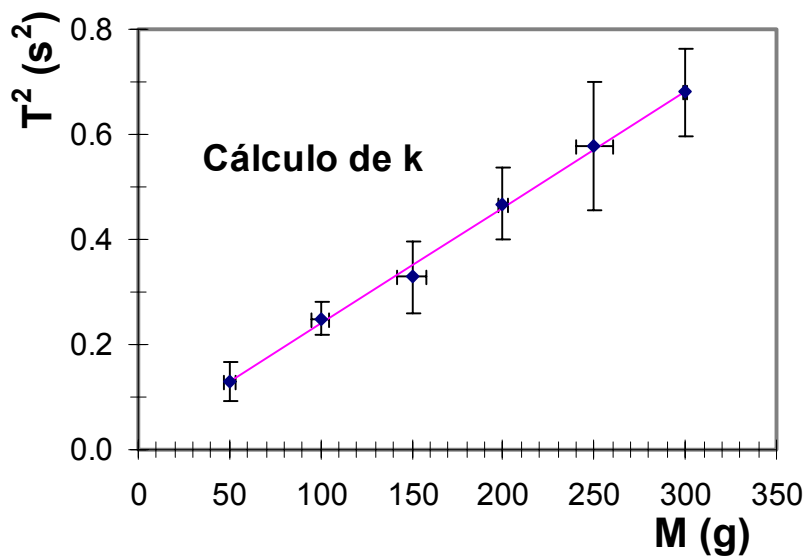
2. Escalas: lineal-lineal, lineal-logarítmica, doble logarítmica

3. Trazado de los ejes:

- ✓ Título
- ✓ Eje de **abscisas** → **variable independiente**
- ✓ Eje de **ordenadas** → **variable dependiente.**
- ✓ **Magnitudes** y sus **unidades**
- ✓ **Escalas** claras y regularmente distribuidas (módulos 1, 2, 5, 10,...), de modo que abarquen **todo y sólo el intervalo de valores experimentales medidos.**

4. Símbolos para los valores experimentales

● × ◆ ■ ★



➤ **Construcción de tablas**

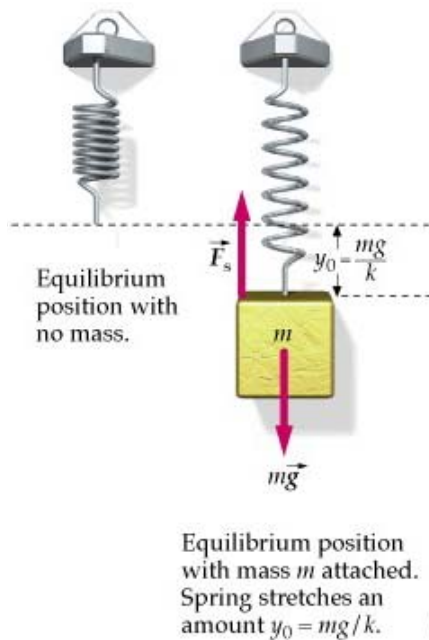
1. **Identificación y breve explicación.**
2. Descripción del contenido de filas y columnas.
3. **Magnitud, error y unidades.**
4. Utilizar potencias de 10 cuando los datos salgan del rango 0-1, 1000.

Ejemplo

Tabla 1.- Ejemplo de tabla

z	t
(cm)	(±0.01 s)
55.0 ±0.3	1.10
67.20 ±0.15	1.30
80.20 ±0.10	1.48
94.5 ±0.3	1.67
106.2±0.7	1.80

➤ Estudio de la ley de Hooke



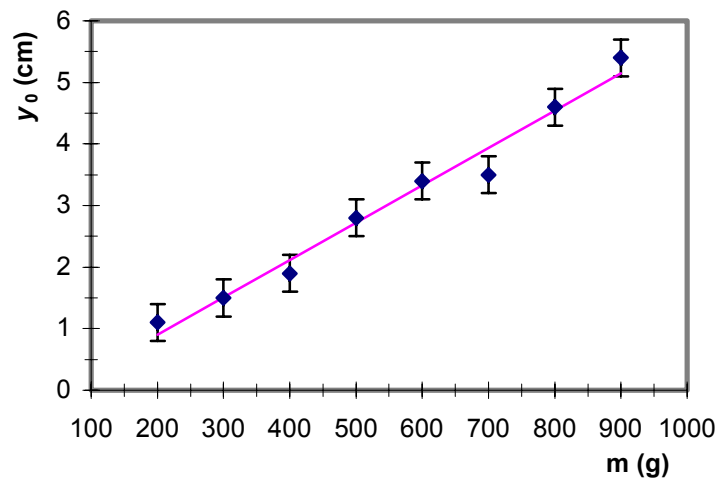
Ley de Hooke

$$F = k(x - x_0) = k\Delta x$$

Condición de equilibrio

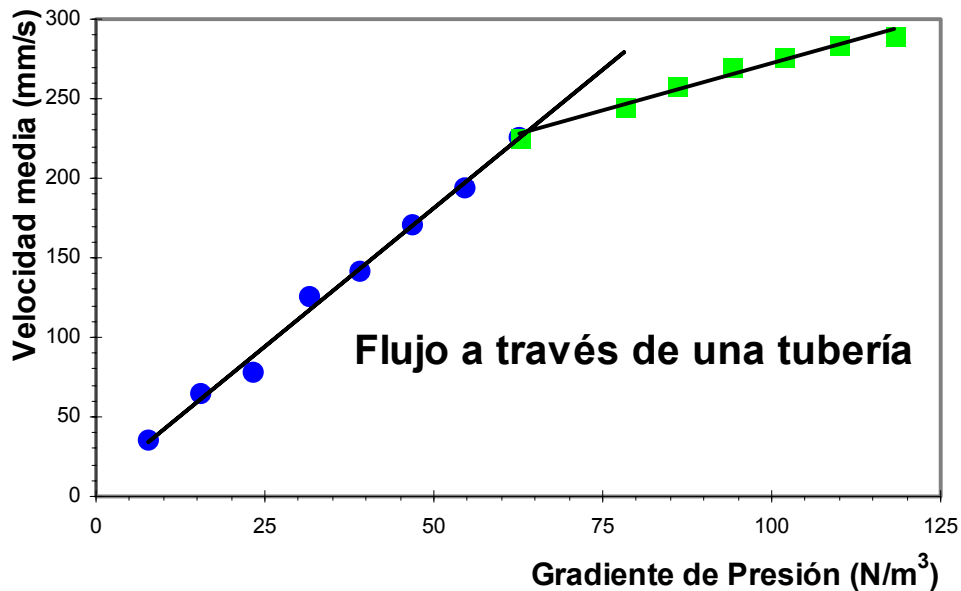
$$ky_0 = mg \rightarrow y_0 = \frac{g}{k}m$$

m (g)	y_0 (cm) (± 0.3)
200	1.1
300	1.5
400	1.9
500	2.8
600	3.4
700	3.5
800	4.6
900	5.4



➤ Flujo a través de una tubería (Lin-Lin)

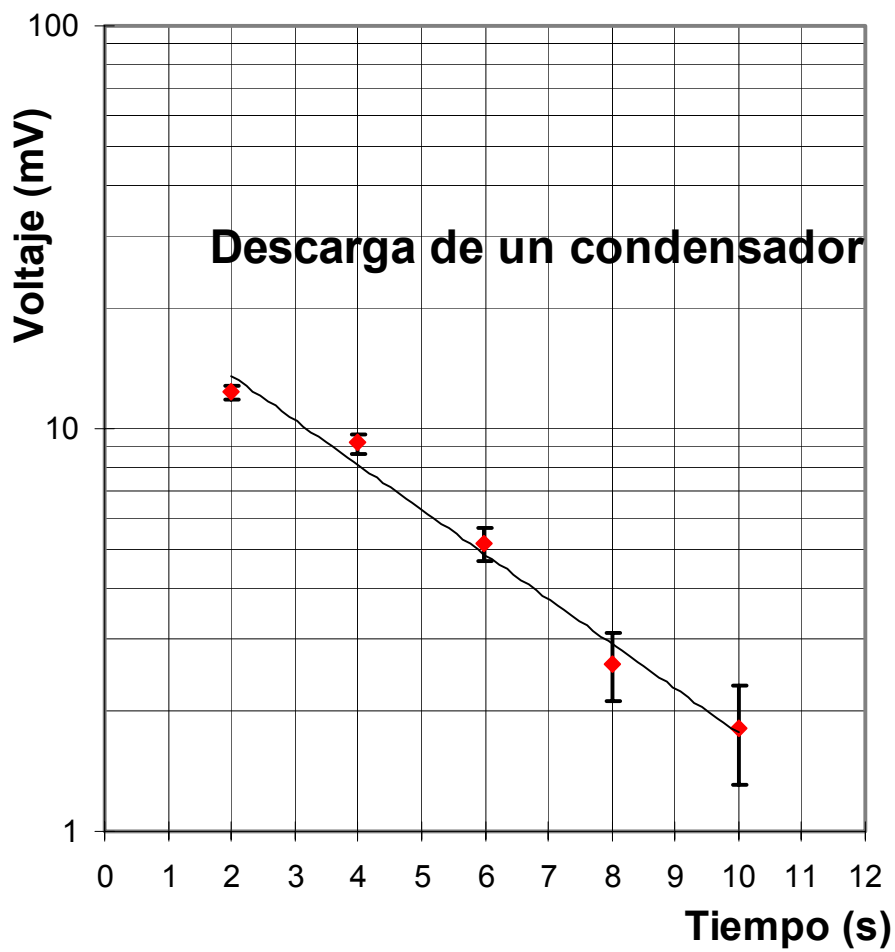
Gradiente de Presión ($\pm 0.2 \text{ N/m}^3$)	Velocidad Promedio ($\pm 3 \text{ mm/s}$)
7.8	35
15.6	65
23.4	78
31.5	126
39.0	142
46.9	171
54.7	194
62.6	226
78.3	245
86.0	258
93.9	271
101.6	277
109.8	284
118.0	290



➤ Descarga de un condensador (Lin –Log)

$$V = V_0 e^{-t/RC} \rightarrow \ln V = \ln V_0 - \frac{t}{RC}$$

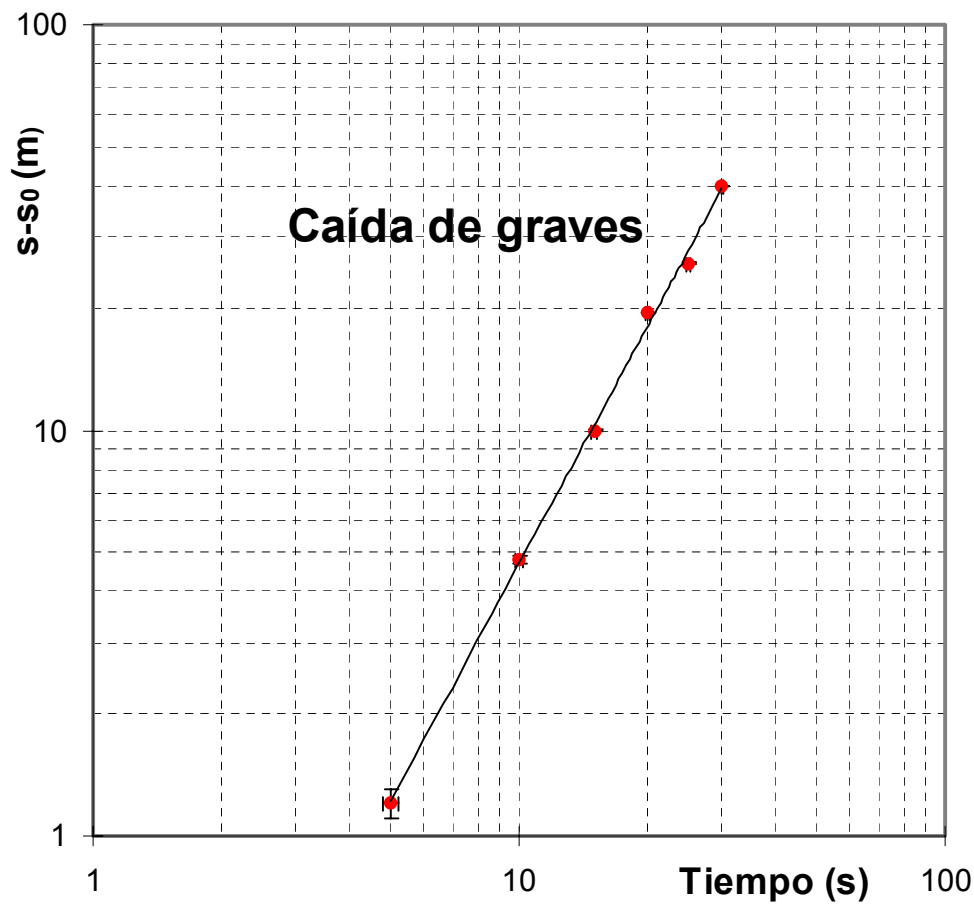
Tiempo (± 0.1 s)	Voltaje (± 0.5 mV)
2.0	12.3
4.0	9.2
6.0	5.2
8.0	2.6
10.0	1.8



➤ Caída de graves (Log -Log)

$$s = s_0 + \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow \ln(s - s_0) = \ln\left(\frac{1}{2} g\right) + 2 \ln t$$

Tiempo (± 0.2 s)	s-s ₀ (± 0.1 m)
5	1.2
10	4.8
15	10.0
20	19.5
25	25.8
30	40.1



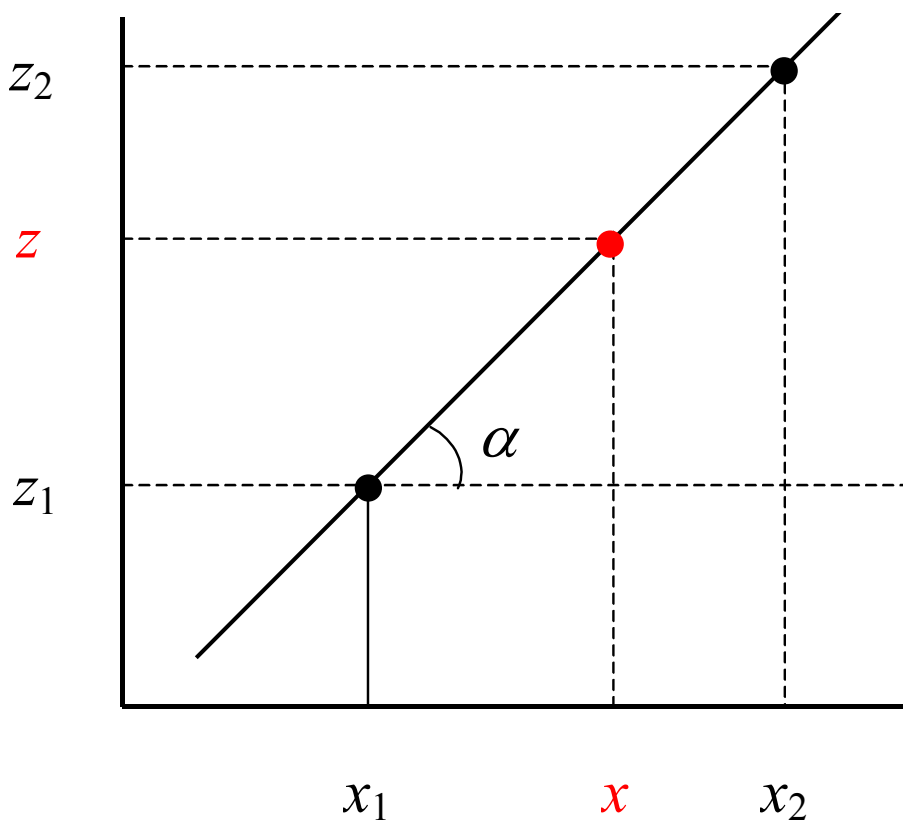
- Interpolación en una tabla de entrada simple

Tabla de valores de la magnitud z en función de x

x			
...	x_1	x_2	...
...
...	z_1	z_2	...
...

$$z = z_1 + \frac{z_2 - z_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

$$\sigma(z) = \left| \frac{z_2 - z_1}{x_2 - x_1} \right| \sigma(x)$$

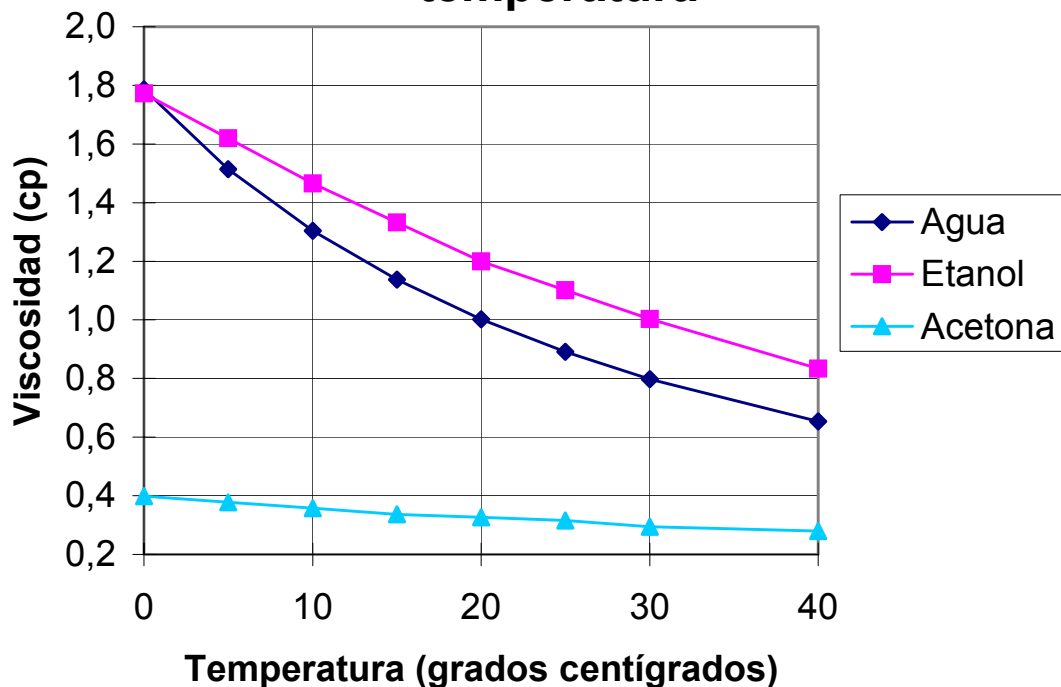


Ejemplo de tabla de simple entrada:

ρ y η en función de T

T (°C)	Agua		Etanol	Acetona
	ρ (g/cm ³)	η (cp)		
0	0,999868	1,7865	1,773	0,399
5	0,999992	1,5138	1,620	0,378
10	0,999727	1,3037	1,466	0,358
15	0,999126	1,1369	1,333	0,337
20	0,998230	1,0019	1,200	0,327
25	0,997071	0,8909	1,102	0,316
30	0,995673	0,7982	1,003	0,295
40	0,994962	0,6540	0,834	0,280

Variación de la viscosidad con la temperatura

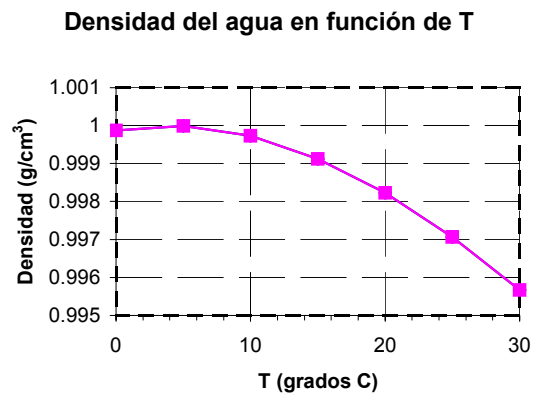


➤ Aplicación:

¿Cuál es la densidad del agua a $(22.5 \pm 0,2)$ °C?

ρ en función de T (agua)

T (°C)	ρ (g/cm ³)
0	0,999868
5	0,999992
10	0,999727
15	0,999126
20	0,998230
25	0,997071
30	0,995673
40	0,994962



Cálculo de la densidad:
$$z = z_1 + \frac{z_2 - z_1}{x_2 - x_1} (x - x_1)$$

$$\rho = 0,998230 + \frac{0,997071 - 0,998230}{25 - 20} (22,5 - 20) = 0,997651$$

Cálculo del error:
$$\sigma(z) = \left| \frac{z_2 - z_1}{x_2 - x_1} \right| \sigma(x)$$

$$\sigma(\rho) = \left| \frac{0,997071 - 0,998230}{25 - 20} \right| \times 0,2 = 0,000046 \approx 0,00005$$

$$\rho = (0,99765 \pm 0,00005) \text{ g/cm}^3$$

- Incertidumbres relativas

Valor medido de $x = x_{Mejor} \pm \sigma(x)$ Unidades

$$\text{Error relativo de } x (\%) = \sigma_r(x) = \frac{\sigma(x)}{|x_{Mejor}|} \times 100$$

PRECISIÓN: BUENA O MALA MEDIDA

Magnitud	Error relativo
110 ± 5	5%
510 ± 5	1%
910 ± 5	0.5%