<table>
<tr><td colspan="2"><h1>PRÁCTICA 17: Momentos de inercia y teorema de Steiner</h1></td></tr>
<tr><td>Nombre y apellidos:</td><td rowspan="2">Grupo de prácticas:</td></tr>
<tr><td>Fecha de realización de la práctica:</td></tr>
</table>

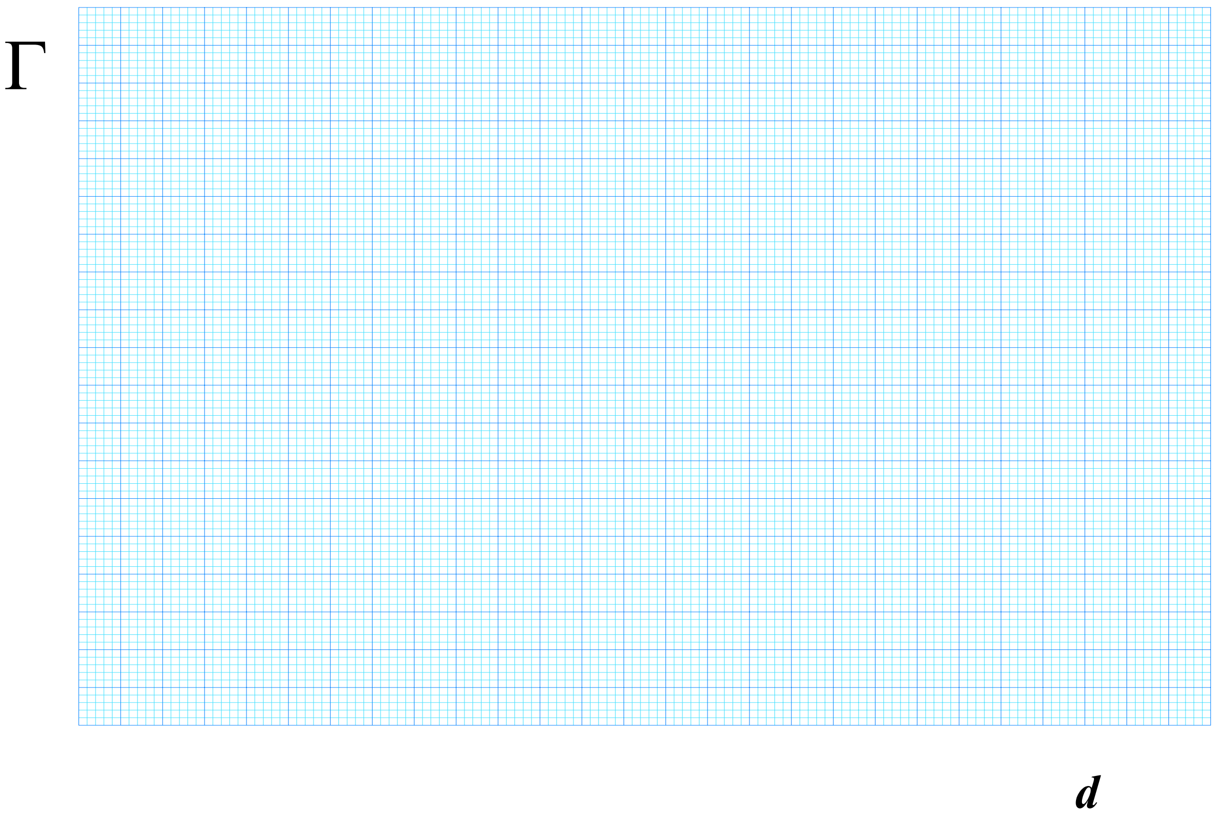
Ley de Hooke. Constante elástica del muelle espiral

Tabla 1.- Cálculo de la constante del muelle R

Brazo = d = ± cm

Ángulo (Brazo, Fuerza) = 90° ± °

i	$\varphi_i \pm \varepsilon(\varphi_i)$ (°)	$\varphi_i \pm \varepsilon(\varphi_i)$ (rad)	$F_i \pm \varepsilon(F_i)$ (N)	$\Gamma_i = F_i d \,\mathrm{sen}(90°)$ (N cm)
1	±	±	±	±
2	±	±	±	±
3	±	±	±	±
4	±	±	±	±
5	±	±	±	±
6	±	±	±	±
7	±	±	±	±
8	±	±	±	±
9	±	±	±	±
10	±	±	±	±



Ajuste por mínimos cuadrados:

$$\Gamma = R\varphi \begin{Bmatrix} x \to \varphi \\ y \to \Gamma \end{Bmatrix} \to y = Ax + B \begin{cases} A = & \pm \\ B = & \pm \end{cases}$$

Estimacion de σ_{y_i} $\to$ $\sigma_y = \sqrt{\dfrac{S}{N-2}} = \sqrt{\dfrac{1}{N-2}\sum\left(Ax_i + B - y_i\right)^2} =$

$$\Delta = NS_{xx} - S_x S_x = \qquad \left\{ \begin{array}{ll} A = \dfrac{NS_{xy} - S_x S_y}{\Delta} = & \sigma(A) = \sigma_y \sqrt{\dfrac{N}{\Delta}} = \\ B = \dfrac{S_{xx} S_y - S_x S_{xy}}{\Delta} = & \sigma(B) = \sigma_y \sqrt{\dfrac{S_{xx}}{\Delta}} = \end{array} \right\}$$

$$r = \frac{NS_{xy} - S_x S_y}{\sqrt{\Delta}\sqrt{NS_{yy} - S_y S_y}} =$$

Deducción de la constante del muelle espiral:

$$\boxed{R = \qquad \pm \qquad \text{Nm/rad} \to \sigma_r(R) = \qquad \%}$$

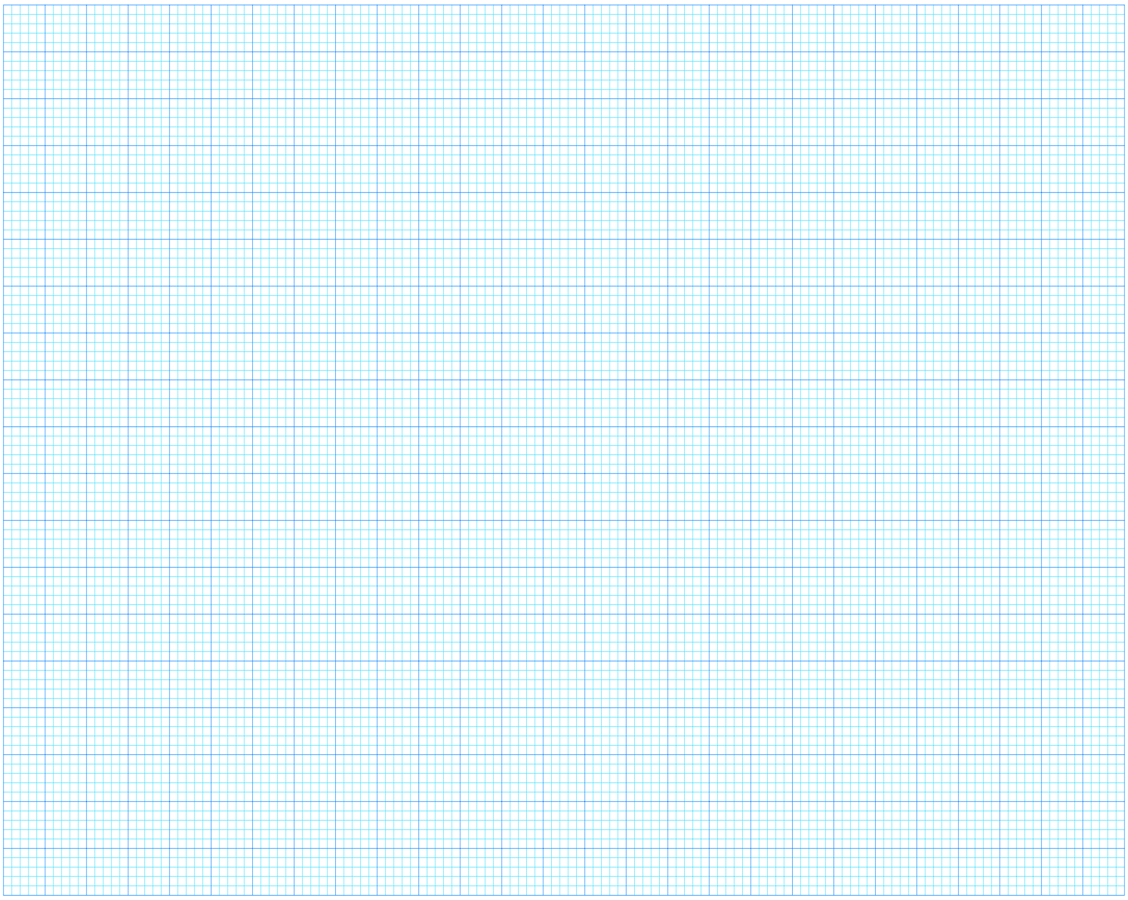
Teorema de Steiner para el disco con orificios

Tabla 2. Comprobación del teorema de Steiner para el disco con orificios

Masa del disco, $m =$ ± g
Diámetro del disco, $\phi =$ ± cm

Orificio i	d_i (cm)	d_i^2 (cm^2)	T_i (s)	T_i^2 (s^2)
1	0	0	±	±
2	3	9	±	±
3	6	36	±	±
4	9	81	±	±
5	12	144	±	±

T^2



d^2

Ajuste por mínimos cuadrados:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{R}\left[I_{CM} + md^2\right]\begin{Bmatrix} x \to d^2 \\ y \to T^2 \end{Bmatrix} \to y = Ax + B \begin{cases} A = & \pm \\ B = & \pm \end{cases}$$

Estimacion de $\sigma_{y_i} \;\to\; \sigma_y = \sqrt{\frac{S}{N-2}} = \sqrt{\frac{1}{N-2}\sum\left(Ax_i + B - y_i\right)^2} =$

$$\Delta = NS_{xx} - S_x S_x = \qquad \left\{ \begin{array}{ll} A = \dfrac{NS_{xy} - S_x S_y}{\Delta} = & \sigma(A) = \sigma_y \sqrt{\dfrac{N}{\Delta}} = \\ B = \dfrac{S_{xx} S_y - S_x S_{xy}}{\Delta} = & \sigma(B) = \sigma_y \sqrt{\dfrac{S_{xx}}{\Delta}} = \end{array} \right\}$$

$$r = \frac{NS_{xy} - S_x S_y}{\sqrt{\Delta}\sqrt{NS_{yy} - S_y S_y}} =$$

Deducción de I_{CM} y R a partir de la pendiente y la ordenada de la recta:

$I_{CM} = \qquad \pm \qquad Kg\,\mathrm{m}^2 \to \sigma_r(I_b + 2I_c) = \qquad \%$

$R = \qquad \pm \qquad \mathrm{Nm} \to \sigma_r(R) = \qquad \%$

Calculo teórico del momento de inercia

$I_{CM} = \qquad \pm \qquad \mathrm{Kg\,m}^2 \to \sigma_r(I_b + 2I_c) = \qquad \%$

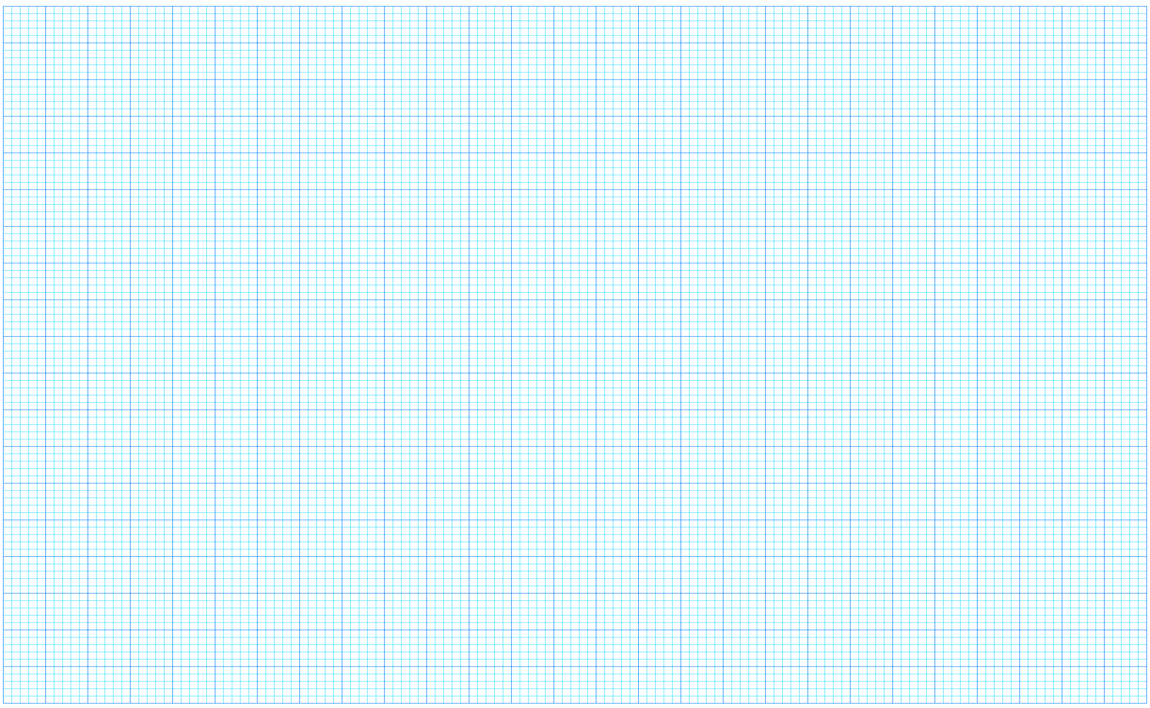
Momento de inercia de un cuerpo con la distancia al eje

Tabla 3.

Barra delgada			**Masas móviles**		
Masa, $m_b =$	$\pm$	g	Masas móviles, $2m =$	$\pm$	g
Longitud, $L =$	$\pm$	cm	Longitud, $h =$	$\pm$	cm
Diámetro, $\phi =$	$\pm$	cm	Diámetro interior $\phi_{\text{int}} =$	$\pm$	cm
			Diámetro exterior $\phi_{ext} =$	$\pm$	cm

i	d_i (cm)	d_i^2 (cm^2)	T_i (s)	T_i^2 (s^2)
1	$\pm$	$\pm$	$\pm$	$\pm$
2	$\pm$	$\pm$	$\pm$	$\pm$
3	$\pm$	$\pm$	$\pm$	$\pm$
4	$\pm$	$\pm$	$\pm$	$\pm$
5	$\pm$	$\pm$	$\pm$	$\pm$
6	$\pm$	$\pm$	$\pm$	$\pm$
7	$\pm$	$\pm$	$\pm$	$\pm$
8	$\pm$	$\pm$	$\pm$	$\pm$
9	$\pm$	$\pm$	$\pm$	$\pm$
10	$\pm$	$\pm$	$\pm$	$\pm$

$\boldsymbol{T^2}$



$\boldsymbol{d^2}$

Ajuste por mínimos cuadrados:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{R}\left[I_b + 2I_c + 2md^2\right]\left\{\begin{matrix} x \to d^2 \\ y \to T^2 \end{matrix}\right\} \to y = Ax + B \left\{\begin{matrix} A = & \qquad \pm \\ B = & \qquad \pm \end{matrix}\right.$$

Estimacion de $\sigma_{y_i} \rightarrow \sigma_y = \sqrt{\frac{S}{N-2}} = \sqrt{\frac{1}{N-2}\sum\left(Ax_i + B - y_i\right)^2} =$

$$\Delta = NS_{xx} - S_x S_x = \qquad \left\{\begin{matrix} A = \frac{NS_{xy} - S_x S_y}{\Delta} = & \qquad \sigma(A) = \sigma_y\sqrt{\frac{N}{\Delta}} = \\ B = \frac{S_{xx}S_y - S_x S_{xy}}{\Delta} = & \qquad \sigma(B) = \sigma_y\sqrt{\frac{S_{xx}}{\Delta}} = \end{matrix}\right\}$$

$$r = \frac{NS_{xy} - S_x S_y}{\sqrt{\Delta}\sqrt{NS_{yy} - S_y S_y}} =$$

Ajuste por mínimos cuadrados:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{R}\left[I_b + 2I_c + 2md^2\right]\left\{\begin{matrix} x \to d^2 \\ y \to T^2 \end{matrix}\right\} \to y = Ax + B \left\{\begin{matrix} A = & \qquad \pm \\ B = & \qquad \pm \end{matrix}\right.$$

Deducción de $I_b + 2I_c$ y R a partir de la pendiente y la ordenada de la recta:

$$I_b + 2I_c = \qquad \pm \qquad \mathrm{Kg\ m^2} \to \sigma_r(I_b + 2I_c) = \qquad \%$$

$$R = \qquad \pm \qquad \mathrm{Nm} \to \sigma_r(R) = \qquad \%$$

Calculo teórico del momento de inercia

$$I_b + 2I_c = \qquad \pm \qquad \mathrm{Kg\ m^2} \to \sigma_r(I_b + 2I_c) = \qquad \%$$

Media ponderada de los valores de la constante de torsión del muelle espiral

	R (Nm)	$\sigma_r\left(R\right)\%$
Experimento 1	$\pm$	
Experimento 2	$\pm$	
Experimento 3	$\pm$	
Valor medio	$\pm$	

Momento de inercia de sólidos

Tabla 3. Momentos de Inercia de sólidos

			Momento de inercia teórico		Momento de inercia experimental	
Sistema	**diámetro $\phi \pm \varepsilon(\phi)$ (cm)**	**m ± ε(m) (g)**		**I (Kg m^2)**	**T_i (s)**	**$I = \frac{T^2}{4\pi^2} R$ (Kg m^2)**
Esfera	±	±	$\frac{2}{5} m \left(\frac{\phi}{2}\right)^2 =$	±	±	±
Disco	±	±	$\frac{1}{2} m \left(\frac{\phi}{2}\right)^2 =$	±	±	±
Cilindro hueco	±	±	$m \left(\frac{\phi}{2}\right)^2 =$	±	±	±
Cilindro	±	±	$\frac{1}{2} m \left(\frac{\phi}{2}\right)^2 =$	±	±	±

	$L \pm \varepsilon(L)$					
Varilla	±	±	$\frac{1}{12} m L^2 =$	±	±	±