Valores y vectores propios

1. Determinar los autovalores y autovectores de la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Hallar una transformación ortogonal de cada una de las siguientes matrices reales y simétricas:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \;\; ; \;\; B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

3. Realizar una iteración del método de Jacobi en las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & -2 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix} \;\; ; \;\; B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

4. Realizar dos iteraciones del método de Jacobi en la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

5. Considérese la matriz simétrica:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

   Hácer una rotación de Jacobi para anular el término a_{13}.

6. Diagonalizar por Jacobi la siguiente matriz

$$\begin{pmatrix} 7 & 1 & -1 \\ 1 & 7 & 1 \\ -1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

   Escribir el resultado de cada iteración y la matriz de rotación correspondiente.

7. Al diagonalizar una matriz **A** por el método de Jacobi procedemos a realizar una rotación en el plano **pq**, con el fin de anular el elemento a_{pq}. De las siguientes proposiciones indicar cuales son verdaderas y cuales son falsas, justificando la respuesta:

   (a) Tras la rotación, la suma de los elementos diagonales de la matriz permanece constante.

   (b) La rotación sólo se puede llevar a cabo si $a_{pp} \neq a_{qq}$

   (c) El módulo de cada uno de los elementos no diagonales siempre disminuye o se queda igual, tras la mencionada rotación.