

## Interpolación

1. Dada la siguiente tabla de valores:

$x$	2	3	4	5
$f(x)$	0.5	0.3	0.25	0.2

encuentre el valor de la función para  $x = 1.5$  mediante:

- (a) Interpolación de Lagrange tomando dos puntos, tres puntos y cuatro puntos.
  - (b) Construir la tabla de diferencias divididas de Newton y obtener los resultados del apartado anterior.
  - (c) Mediante el algoritmo de Neville.
2. Considerar la siguiente tabla de datos de la función  $f(x) = e^x$ .

$x_i$	0.0	0.2	0.4	0.6
$f_i$	1.0000	1.2214	1.4918	1.8221

Obtener una cota del error cometido debido a la interpolación polinómica efectuada cuando aproximamos el valor de  $e^{1/3}$ .

3. Dada la siguiente tabla de valores

$x$	-1	1	2	3
$f(x)$	0	4	15	40

encuentre el valor de la función para  $x = 1.5$  utilizando todos los puntos de la tabla, mediante el algoritmo de Neville.

4. Escriba los polinomios de interpolación de Lagrange y Newton para los siguientes datos:

$x$	-2	0	1
$f(x)$	0	1	-1

Escriba ambos polinomios en la forma  $ax^2 + bx + c$  para verificar que se trata de la misma función.

5. Determinése explícitamente el valor del polinomio interpolador de tercer grado que pasa por los puntos  $(0,1)$ ,  $(1,2)$ ,  $(2,1)$  y  $(3,-1)$ .
6. Utilizar una Spline cúbica natural para encontrar una aproximación a:  $f(2.5)$  dados los siguientes datos:

$x$	$f(x)$
2.2	0.5207843
2.4	0.5104147
2.6	0.4813306

7. Utilizar una Spline cúbica natural para encontrar una aproximación a  $f(1.25)$  dados los siguientes datos:

$x$	$f(x)$
1.1	0.48603
1.2	0.86160
1.3	1.59751
1.4	3.76155

8. Calcular una aproximación de  $f(2.5)$  por interpolación de la tabla:

$x$	1	2	3	4
$f(x)$	0	3	4	4

- (a) Utilizando interpolación de Lagrange  
 (b) Utilizando diferencias divididas  
 (c) Mediante el algoritmo de Neville  
 (d) Utilizando un spline cúbico natural
9. Construir una Spline cúbica natural para aproximar  $f(x) = e^{-x}$  utilizando los valores dados por  $f(x)$  en  $x = 0, 0.25, 0.75, 1.0$ . Integrar la Spline en el intervalo  $[0,1]$  y comparar con el resultado exacto. Utilizando las derivadas de la Spline obtener una estimación de  $f'(0.5)$  y  $f''(0.5)$  y comparar con los valores exactos.