Mi clásico favorito

P. A. M. Dirac,
el ingeniero que imaginó casi todo antes que todos

por J. Adolfo de Azcárraga*

No es fácil condensar lo mucho que la física debe a Paul Adrien Maurice Dirac (8-VIII-1902, 20-X-1984), uno de los más grandes físicos de todos los tiempos. Aunque prácticamente desconocido para el gran público, sólo está por debajo de Einstein en la famosa escala logarítmica de Landau de los físicos de su época. Las páginas que siguen presentan un retrato humano de Dirac, de su razonar científico y de sus extraordinarias contribuciones, que cambiaron la física para siempre.

1. Los primeros años

Dirac fue el segundo de tres hermanos. Su padre, el suizo Charles A. L. Dirac, era profesor de francés en Brístol, donde conoció a su esposa, Florence; él y sus hijos adquirieron la nacionalidad británica en 1919. Charles Dirac se preocupó de la formación académica de Paul, pero su trato era dictatorial. Por ejemplo, como en la mesa sólo permitía hablar francés, sólo Paul cenaba con él mientras su madre y hermanos lo hacían en la cocina. En palabras de Dirac: "como no podía expresarme bien en francés, prefería permanecer en silencio a hablar inglés. Así que en esa época me volví muy retraído". Con el tiempo, su precisa y lacónica forma de hablar acabaría siendo legendaria: 'sí', 'no' o 'no lo sé' era todo lo que un extraño podía esperar de él, como pude comprobar en el Einstein Centennial Symposium de Jerusalén (1979), la única ocasión en que vi a Dirac. Por lo demás, se atenía a una regla de oro que aprendió en el colegio: no empezar una frase sin saber cómo terminarla.

Los tres hermanos crecieron en un ambiente muy estricto, dentro de un matrimonio gris y mal avenido; Dirac tampoco se llevaba bien con su hermano mayor, Felix, igualmente sometido a la tiranía paterna e incómodo ante la brillantez de Paul. Todo ello determinó que tuvieran una infancia poco feliz. Felix se suicidó en 1925, con 24 años, cuando Paul iniciaba sus grandes contribuciones a la física cuántica; es posible que Dirac culpara parcialmente a su padre de ese hecho. No obstante, Graham Farmelo, en su magnífica biografía de Dirac, menciona cómo se asombró ante el dolor de sus padres, que "quedaron terriblemente afectados... nunca pensé que los padres se preocupaban de sus hijos, pero entonces lo supe". Tras la muerte de Felix, Dirac interrumpió definitivamente las relaciones con su padre, ya difíciles, y se retrajo aún más; cuando éste murió en 1935, Dirac llegó a decir que se "sintió mucho más libre" y que no le debía "absolutamente nada".

A los doce años ingresó en la escuela secundaria que formaba parte del *Merchant Venturers School* de Brístol, donde su padre era director del Dpto. de Lenguas Modernas. Dirac diría de ella que era excelente para estudiar ciencias e idiomas modernos, sin latín ni griego. Su excepcional capacidad para las matemáticas se hizo patente enseguida, pero Dirac creía que la única salida de un matemático era la enseñanza, que no le atraía. Así pues en 1918, con 16 años, comenzó a estudiar ingeniería en la Universidad de Brístol, formación que siempre apreció para convivir con aproximaciones. Tras graduarse *First Class Honours* en 1921, obtuvo una beca de 70 libras/año para el St John's *College* de la Univ. de Cambridge. Como ésta resultó insuficiente, optó por estudiar matemáticas durante dos años en la Univ. de Brístol —con matrícula gratuita— graduándose en 1923, también *First Class Honours*. Allí le dio clase Peter Fraser, quien influyó en Dirac: "Fraser nunca publicó nada, pero era un profesor excelente, capaz de suscitar entusiasmo por las ideas básicas de las matemáticas". El matemático escocés William V. D. Hodge, que había estado en la Univ. de Brístol antes de trasladarse a Cambridge, también tenía

Entrada al St John's *Coll.*, Cambridge.

* Dpto. de Física Teórica, Univ. de Valencia e IFIC (CSIC-UV).

Retrato de Dirac joven (con permiso del Master y Fellows del St John's *Coll.*).

a Fraser en alta estima. Hodge fue *fellow* del St John's, donde coincidió con Dirac muchos años.

2. Mecánica cuántica y QED

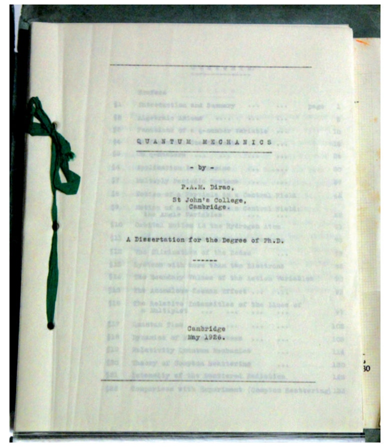
Tras conseguir una beca adicional de investigación, Dirac pudo trasladarse al St John's en 1923, iniciando su brillantísima carrera científica en Cambridge con Ralph H. Fowler (del Trinity *Coll.*) como director de tesis. Cambridge era una constelación de físicos establecidos, como J. Larmor, J. J. Thomson, E. Rutherford, A. S. Eddington o J. H. Jeans, y de futuras estrellas como J. Chadwick, P. M. S. Blackett, E. A. Milne, P. Kapitza, D. R. Hartree o el propio Fowler. Dirac deseaba trabajar en relatividad, su pasión. Como contaría después, en Cambridge "estudié el libro clásico de Eddington, *The mathematical theory of relativity* [1923], que encontré difícil al principio aunque acabé dominándolo". De hecho, la única vez que lloró en su vida fue cuando murió Einstein, no por fallecimientos familiares próximos. Pero Fowler, excelente físico teórico, lo encaminó hacia la física cuántica.

En Cambridge, Dirac era miembro del club fundado en 1922 por el físico experimental ruso Peter (Pyotr) Kapitza (también formado inicialmente como ingeniero eléctrico), que se reunía en su *College*, el Trinity, después de cenar; también pertenecía al club $\nabla^2 V$, éste de física matemática. Kapitza y Blackett eran dos de los *Rutherford boys*, personajes muy distintos con quienes Dirac hizo amistad igualmente. Kapitza adoraba a Rutherford, que le había admitido en 1921 en el ilustre laboratorio Cavendish (29 Nobel por ahora) y a quien a escondidas llamaba 'el cocodrilo', 'porque con sus fauces abiertas sólo puede ir hacia adelante'. Rutherford construyó para Kapitza el laboratorio Mond dentro del complejo del Cavendish; en su entrada está el huecorrelieve del cocodrilo que Kapitza hizo tallar. Kapitza tenía manifiestas inclinaciones por el bolchevismo, lo que influyó en las simpatías de Dirac por la Unión Soviética aunque, pragmático políticamente, nunca fue un activista y con el paso del tiempo perdió el idealismo juvenil. Dirac siempre fue amigo de sus amigos: cuando Kapitza fue retenido por Stalin al visitar a sus padres en 1934 y no pudo regresar a Cambridge, Dirac realizó múltiples gestiones, incluyendo un viaje a la URSS en 1935, para solicitar —inútilmente— su liberación. Pese a la ausencia de Kapitza, el club continuó hasta 1958; por entonces, los seminarios formales ya reemplazaban las discusiones en los clubs. No obstante, el de Kapitza se reunió en 1966 una última vez, la 676ª, para que pudiera clausurarlo formalmente su fundador quien, ya famoso y reconocido en la URSS (recibiría el Nobel en 1978, propuesto por Dirac), consiguió autorización para el viaje. En esa última sesión, esta vez en el Gonville and Caius *Coll.,* Dirac y Kapitza expusieron una idea conjunta de 1933, *The reflection of electrons from standing light waves* [P. L. Kapitza y P. A. M. Dirac, *Proc. Camb. Phil. Soc.* 29, 297–300 (1933)]. El efecto Kapitza-Dirac, la difracción de electrones por una intensa onda de luz estacionaria, es un fenómeno 'dual' a la difracción de la luz por un retículo. Ambos se preguntaban si los avances del láser, finalmente construido en 1960, permitirían comprobarlo durante sus vidas. No fue así; pero el láser permitió observar el fenómeno para la dispersión de átomos de sodio en 1985 y finalmente para electrones en 1988 y 2001.

El 28 de julio de 1925, Werner Heisenberg visitó el club Kapitza desde Gotinga. Al final de su charla (sobre el efecto Zeeman) mencionó algunas de sus ideas sobre la futura mecánica cuántica (MC), que luego comentó con Fowler; Dirac, soñoliento, no las apreció según dijo en 1972 (aunque antes Dirac manifestó no estar presente). Pero, en septiembre, Fowler le pasó las galeradas del primer trabajo de Heisenberg sobre la MC que éste le había remitido. En él, *Reinterpretación teórico-cuántica de las relaciones cinemáticas y mecánicas* [*Über quantentheoretische Umdeutung kinematischer und mechanischer Beziehungen, Zeits. f. Phys.* **33**, 879-893 (1925)], Heisenberg trataba de "basar exclusivamente [la MC] en relaciones entre magnitudes que en principio son observables", mostrando ya su visión positivista de la física. Su álgebra no conmutativa captó enseguida la atención de Dirac, aunque esa propiedad inquietó (inicialmente) a Heisenberg. Dirac, en uno de sus solitarios paseos dominicales para clarificar sus ideas y descansar del intenso esfuerzo intelectual de la semana, se dio cuenta en octubre de que el aspecto fundamental de la nueva mecánica de Heisenberg, el álgebra no conmutativa de las variables dinámicas, guardaba un gran parecido con los paréntesis de Poisson de la formulación de la mecánica del irlandés William Hamilton. La no conmutatividad tampoco le era ajena por conocer los cuaterniones (1843), también de Hamilton.

Dirac, ansioso, no encontró al regresar notas sobre la mecánica hamiltoniana y las bibliotecas —entonces— cerraban los domingos. Pero el lunes pudo confirmar en el enciclopédico *Treatise on Analytical Dynamics* (2.ª ed. 1917) de E. Whittaker que su analogía era correcta. El resultado fue *The fundamental equations of Quantum Mechanics* [*Proc. R. Soc. London A* (en adelante, *PRSLA*) 109(752), 642-653 (1925)], su primer trabajo sobre la MC. En él, como en el dedicado al átomo de hidrógeno dos meses después, *Quantum Mechanics and a preliminary investigation of the hydrogen atom* [*PRSLA* 110(755), 561-579 (1926)], menciona a Fowler en los agradecimientos. En *The Fundamental*... Dirac formula la primera teoría matemática general de la MC en correspondencia con la mecánica clásica hamiltoniana: “introducimos la hipótesis fundamental de que *la diferencia entre los productos de Heisenberg de dos magnitudes cuánticas es igual a ih/2π veces la expresión de su paréntesis de Poisson.* En símbolos, xy-yx = ih/2π [x,y]” (cursivas originales; hoy escribiríamos {x,y} para el paréntesis de Poisson). Por medio de esa analogía, “toda la teoría de la dinámica clásica, en la medida en la que puede expresarse en términos de paréntesis de Poisson, puede trasladarse inmediatamente a la teoría cuántica” [*Relativity Quantum Mechanics with an application to Compton scattering*, *PRSLA* 111(758), 405-423 (1926)]. La cuantización ‘*à la* Dirac’ pasaría a indicar la correspondencia entre las magnitudes dinámicas del sistema clásico y los operadores (observables) del sistema cuántico asociado que, en general, ya no conmutan. Muy poco después, en *On the theory of Quantum Mechanics* [*PRSLA* 112(762), 661-677 (1926)], Dirac estudió por primera vez la estadística de partículas idénticas desde un punto de vista completamente cuántico. Tras analizar la simetría de las correspondientes funciones de onda, recuperó la estadística de Bose(1924)-Einstein(1925) para el gas ideal y obtuvo —tras Fermi— la llamada estadística de Fermi-Dirac, incorporando el principio de exclusión de Wolfgang Pauli (1925). Los términos ‘bosón’ y ‘fermión’ los introdujo Dirac en 1945; también reintroduciría en 1959 el ‘gravitón’, nombre inventado por D. I. Blokhintsev en 1934. Con su característica humildad, Dirac diría que en aquella época excepcional “resultaba muy fácil para un físico de segunda fila hacer contribuciones de primera” aunque, más tarde, resultase “difícil para un físico de primera hacer contribuciones de segunda”.

Dirac introdujo los *c*-números (por ‘clásico’ o ‘que conmuta’, estableciendo un nuevo significado para la palabra ‘conmutar’) y los *q*-números (por *quantum* o *queer*, peculiar). Dirac consideraba que la no-conmutatividad cuántica era la idea más importante introducida por Heisenberg; por su parte, éste le señaló amistosamente que la relación [q,p] = ih/2π también había sido encontrada por Max Born, Pascual Jordan (descendiente de un Jordá homónimo de Alcoy) y por Heisenberg en dos artículos. El primero de ellos, de Born y Jordan, *Zur Quantenmechanik* [*Z. Phys.* 34, 858-888 (1925)], contiene la primera exposición de la mecánica cuántica (nombre que se debe a Born); en el segundo [*id. II*, *Z. Phys.* 35, 557-615 (1926)], muy detallado, ya participa Heisenberg. No obstante, la relación entre la mecánica hamiltoniana y sus paréntesis de Poisson con la MC pertenece exclusivamente a Dirac. El propio Heisenberg le escribió: “no cabe duda de que todos tus resultados son correctos... la conexión de las condiciones cuánticas con el paréntesis de Poisson va mucho más alla” [de los nuestros]. Dirac y Heisenberg mantuvieron correspondencia, viajaron juntos y fueron amigos toda su vida.



Tesis doctoral de Dirac (1926).

Dirac obtuvo su Ph. D. en junio de 1926; su tesis, *Quantum Mechanics*, fue la primera del mundo sobre MC. Para entonces tenía once trabajos y... 23 años. Paralelamente, e influenciado por de Louis de Broglie, Erwin Schrödinger había introducido en 1926 su ecuación de ondas y la mecánica ondulatoria en *Cuantización como un problema de valores propios* [*Quantisierung als Eigenwertproblem*, *Ann. der Phys.* 384, 273-376 (1926)] y artículos posteriores. La presentación de Schrödinger parecía completamente distinta de la versión matricial de Heisenberg, en la que no aparece la función de onda. Dirac, inicialmente poco favorable a la mecánica ondulatoria de Schrödinger, estableció pronto la equivalencia entre ambas formulaciones en *The Physical Interpretation of the Quantum Dynamics* [*PRSLA* 113(165), 621-641 (1-I-1927)], donde desarrolló la teoría de transformaciones canónicas en la MC. En el nuevo esquema, la distinción entre las imágenes de Heisenberg y Schrödinger desaparece (aunque más tarde diría *e.g.* en *Quantum electrodynamics without dead wood* [*Phys. Rev.* 139B, 684-690 (1965)] que, en QED, “*la imagen de Heisenberg es buena y la de Schrödinger es mala, y ambas no son equivalentes*, como los físicos suponen generalmente”). Según Dirac, ese trabajo de 1927 —“su amada”, decía— fue “el que más le satisfizo en su vida”. Pero, además de esa unificadora clarificación, contiene una joya matemática: la famosa ‘función’ δ(x) y sus derivadas tal como se usan hoy. “Por supuesto”, escribe Dirac, “δ(x) no es estrictamente una verdadera función de *x*... aunque puede usarse como tal para casi todos los propósitos de la mecánica cuántica sin obtener resultados incorrectos”. Con su ‘función’ δ, Dirac inicia *en passant* una nueva rama de las matemáticas, la *teoría de distribuciones* por la que el matemático Laurent Schwartz, pionero en su estudio, recibió la medalla Fields en 1950; ambos coincidieron en una conferencia matemática en Vancouver (Canadá) en 1949.

Ese mismo 1927 Dirac publicó otro trabajo fundamental en una visita al Instituto de Niels Bohr en Copenhague, en el primero de los numerosos viajes de Dirac tras doctorarse: ésta, Gotinga y Cambridge fueron las ciudades clave para la MC. *The quantum theory of absorption of radiation* [*PRSLA* 114(767), 243-265 (1927)] abre una nueva área de la física, la teoría cuántica de

Kapitza y Dirac en Lindau, 1982.

campos (QFT, *quantum field theory*) iniciada con la QED (*quantum electrodynamics* o electrodinámica cuántica). En ese trabajo se introduce el campo cuántico; las variables dinámicas que satisfacen las ecuaciones de Maxwell ya no son funciones, sino operadores. Dirac establece la 'segunda cuantización' para bosones, la correspondencia entre campos y partículas, las leyes para la absorción y creación de cuantos de luz y, finalmente, da cuenta de la emisión espontánea y deduce "los valores correctos de los coeficientes A y B de Einstein". Como diría en *The Quantum Theory of Dispersion* [*PRSLA* 144, 710-728 (1927)], "hay una reconciliación formal entre los puntos de vista ondulatorio y de cuanto de luz". En este trabajo, por cierto, ya advierte de la "dificultad" de la divergencia ultravioleta, porque "la integral respecto de la frecuencia del cuanto de luz emitido no converge para altas frecuencias". Desde el primer trabajo de Heisenberg en Gotinga había transcurrido… ¡año y medio! En su *Quantum Mechanics of Many Electron Systems* [*PRSLA* 123(792), 714-733 (1929)], Dirac ya se siente autorizado para afirmar: "las leyes subyacentes… de una buena parte de la física y de toda la química son pues completamente conocidas; la dificultad radica en que su aplicación exacta conduce a ecuaciones demasiado complicadas para ser resueltas". Cuatro años después, Dirac haría una exposición de la QED completamente moderna en *Quantum Electrodynamics* [*Comm. Dublin Inst. of Adv. Studies A,* 1-36 (1943)].

Dirac y Heisenberg (entre 1925 y 1927).

Ante tales logros, Dirac fue elegido *fellow* del St John's *Coll*. en 1927 y *fellow* de la *Royal Society,* FRS, en 1930. En el *Easter term* de 1926 Dirac había comenzado a impartir en Cambridge su famoso curso de MC, cuyas notas se transformaron en *The Principles of Quantum Mechanics* (Oxford Univ. Press, 1.ª ed. 1930, 16 chelines y 6 peniques, 82.5 peniques decimales), uno de los grandes clásicos de la literatura científica. Ese texto, cuya cuarta y última edición fue en 1958 salvo cambios menores en 1967, ha influido a varias generaciones de físicos. La tercera (1947) incorpora la notación <bra| |ket> (de *bra*-(*c*)-*ket*) que Dirac había introducido en 1939 en *A new notation for quantum mechanics* [*Proc. Camb. Phil. Soc.* 35, 416-418 (1939)] y de la que estaba especialmente satisfecho. Su libro se tradujo enseguida al alemán (1930), francés (1931), ruso (1932) y japonés (1936). El editor ruso incluyó una advertencia, al estilo de la de Osiander en el libro de Copérnico, alertando de "las muchas afirmaciones contrarias al materialismo dialéctico": la MC era tildada de 'idealista' en la URSS, crítica que no cabía tomar a la ligera (el *Gran Terror* estalinista comenzaría enseguida). Dirac, por cierto, no consideró en su libro simetrías *discretas* como la paridad ni se sorprendió de su violación, descubierta en 1957.

Einstein elogió *The Principles* en 1931 como "la presentación más lógica de la teoría"; gracias al énfasis en los principios más que en la situación experimental, el libro ha envejecido admirablemente. Desde 1959 Dirac impartía su curso en el entonces creado *Dept. of Applied Mathematics and Theoretical Physics* (DAMTP). Sus últimos alumnos recuerdan a Dirac, alto y enjuto, inclinado sobre el atril en equilibrio tan frágil como su delgada figura; otros le hacían fotos subrepticiamente. Su exposición era lógica al extremo, nada pedagógica para las modas actuales. Algunos estudiantes seguían el curso más de una vez, aunque también había algún abandono —como el de su futuro doctorando Harish-Chandra— por considerar que Dirac se ceñía tanto a su libro que éste bastaba. No es extraño: los grandes científicos que han pensado y filtrado tanto sus ideas acaban expresándolas siempre de igual forma. Los artículos de Dirac, sobrios y lógicos, parecen llevar a una conclusión inevitable; sin embargo, en 1926 Schrödinger le dijo a Bohr que Dirac "no tenía ni idea de lo *difíciles* que resultaban a los seres humanos normales". Por la misma época, Einstein comentó: "tengo problemas con Dirac; ese vertiginoso equilibrio entre el genio y la locura es sobrecogedor". En sus clases, las respuestas de Dirac repetían con frecuencia lo ya dicho. Sea como fuere, siempre he lamentado no haber llegado al DAMTP a tiempo de seguir dos veces un curso de Dirac.

3. La 'ecuación relativista del electrón'

En octubre de 1927 Dirac asistió —siendo el más joven— a la quinta conferencia de Solvay, sobre 'electrones y fotones'. Ésta tuvo especial importancia: en ella se desarrollaron los célebres debates entre Bohr y Einstein sobre el realismo local y la completitud de la MC que concluyeron con el distanciamiento de Einstein de la teoría que también había contribuido a crear. Aunque cabría considerar a Dirac próximo a la visión positivista-operacionalista de la escuela de Copenhague, él no participó en esas discusiones. Como dijo después, lo importante era tener las ecuaciones correctas; su interpretación era algo más secundario. Bohr le preguntó a Dirac en qué estaba trabajando: "trato de encontrar una ecuación relativista para el electrón", respondió. "Pero [Oskar] Klein ya ha resuelto ese problema" repuso Bohr. Se refería a la ecuación de ondas relativista hoy conocida como de Klein-Gordon (KG) para partículas de masa m y espín cero, $(\Box+m^2)\phi(x) = 0$ en unidades $(c = 1 = \hbar)$ naturales. Ésta ya era conocida por Schrödinger (por lo que debería ser SKG) antes de publicar su ecuación no relativista, pero la había descartado por no describir el espectro del átomo de hidrógeno. En el espacio de momentos $p^\mu=(p^0,\mathbf{p})$, donde p^0 determina la energía relativista, **p** es el vector momento y $\mu = 0,1,2,3$ el índice de Minkowski, la ecuación de SKG se escribe $(p^{\mu}p_{\mu}\text{-}m^2)\phi(p)=0$ o $(p^2\text{-}m^2)\phi(p)=0$. La ecuación tenía un problema de consistencia: las funciones de onda $\phi(x)$ de energía negativa, posibles dado su carácter relativista, daban lugar a densidades de probabilidad negativas, algo incompatible con la interpretación probabilística de Born (y Dirac). Prescindir de esas soluciones presentaba una dificultad: clásicamente no caben *saltos* de energías positivas a negativas, lo que permite ignorar las segundas, pero cuánticamente sí son posibles. Así pues, la ecuación de ondas buscada debía ser relativista pero sin probabilidades negativas.

Con ese fin, Dirac requirió que la derivada temporal de la ecuación fuera de primer grado (así el conocimiento de la función en un instante permite conocerla en otro posterior); también tenía *in mente* la ecuación de evolución de Heisenberg, que es en *d/dt*. La covariancia relativista exigía entonces que también fueran primeras las derivadas espaciales. En esencia, Dirac escribió el operador de la ecuación de SKG en espacio de momentos, $(p^{\mu}p_{\mu}\text{-}m^2)\equiv(p^2\text{-}m^2)$, como el producto $(\gamma^{\mu}p_{\mu}+m)\cdot(\gamma^{\nu}p_{\nu}\text{-}m)$ —suma por diferencia— usando una combinación lineal $\gamma^{\mu}p_{\mu}$ con cuatro constantes γ^{μ} a determinar. Identificando el resultado con $(p^2\text{-}m^2)$ se concluye que esos coeficientes no conmutan y que su anticonmutador es $\{\gamma^{\mu}, \gamma^{\nu}\} = 2g^{\mu\nu}\mathbf{1}$ (donde $g^{\mu\nu}$ es la métrica de Minkowski y **1** es la matriz unidad), lo que define un álgebra de Clifford. El operador diferencial buscado con todas las derivadas de primer orden $(p_{\mu}\rightarrow i\partial_{\mu})$ es uno de los factores. Dirac encontró en pocas semanas que las γ^{μ} eran matrices 4x4 y que, por tanto, la ecuación $(i\gamma^{\mu}\partial_{\mu}+m)\psi(x)=0$ determinaba *espinores* $\psi(x)$ de *cuatro* componentes. Para su sorpresa, la ecuación incorporaba el espín ½ del electrón; aplicada al átomo de hidrógeno, daba cuenta de la fórmula de Sommerfeld para la estructura fina etc., como mostró en *The quantum theory of the electron* [*PRSLA* 117 (778), 610-624 (1928)] y un mes después en *id. II* [*PRSLA* 118 (778) 351-361 (1928)]. Lo curioso de esta historia de excepcional éxito es que el motivo inicial —eliminar las probabilidades negativas— era una pista *falsa:* las dificultades reseñadas (y otras) quedarían resueltas en la QFT para la ecuación de SKG y para los *campos* de las ecuaciones relativistas en general, que ahora ya no describen *una* partícula y en las que la conexión espín-estadística, la causalidad y los signos correctos están íntima y elegantemente entrelazados. Pero fascina el aplomo de Dirac dejándose llevar por su ecuación: en esa época, la noción matemática de espinor (de Élie Cartan, 1913) era tan misteriosa como reciente; el libro clásico de Hermann Weyl, *Gruppentheorie und Quantenmechanik*, no aparecería hasta 1928. Weyl, por cierto, es otra figura clave de la física, pues introdujo el principio de invariancia gauge en uno de los trabajos fundamentales del s. xx, *Elektron und Gravitatation I* [*Zeits. f. Phys.* 56, 330-352 (1929) y en *Proc. Nat. Acad. Sci. US* 15, 323-334 (1929); véase también la pág. 100 de la versión inglesa (1931) del *Gruppentheorie*].

Participantes de la quinta (1927) conferencia de Solvay (sobre *Electrones y Fotones*); en el centro, Dirac.

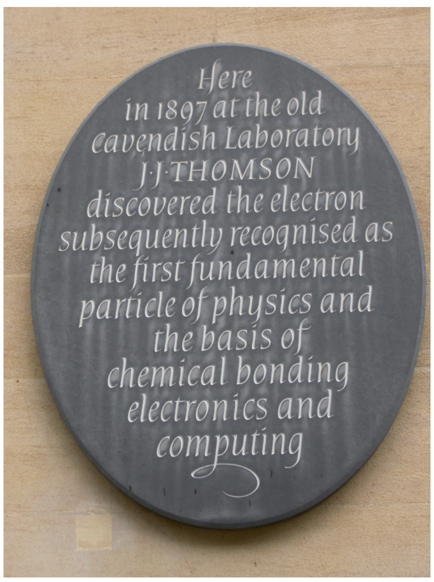
Dirac no se limitó a la relatividad especial; también consideró *The electron wave equation in de-Sitter space* [*Ann. Math.* 36, 657-669 (1935)]. En él trata el grupo de de Sitter (4+1, dS) y de paso el anti-de Sitter (3+2, AdS). A este último volvería con las representaciones '*singleton*' en *A Remarkable Representation of the 3+2 de Sitter Group* [*J. Math. Phys.* 4, 901-909 (1963)] artículo que, como el físico Juan Maldacena comentó a Farmelo, contiene aspectos de la famosa correspondencia AdS/CFT (CFT por *conformal field theory*). La 'búsqueda de ecuaciones' siguió viva: en *An extensible model of the electron* [*PRSLA* 268 (1332), 57-67 (1962)], Dirac exploró (ignorando el espín) las propiedades de un 'electrón' no puntual cuyo primer estado excitado sería un muón. Lo interesante es que la acción de ese modelo establecía el patrón para las acciones de objetos extensos en general: cuerda (acción de Nambu-Goto, p = 1), membrana (p = 2), etc., donde p indica la extensión del objeto (p = 0 es la partícula puntual) y que estas acciones forman parte de sus generalizaciones supersimétricas, las 'super-p-branas'. También, aunque pueda sorprender, Dirac se preocupó de encontrar una ecuación de ondas relativista que sólo permitiera soluciones aceptables de energía positiva en *A positive-energy relativistic wave equation* [*PRSLA* 322, 435-445 (1971)]. No obstante, la versión de Dirac de esa ecuación, parecida a la del electrón pero con espín entero, presenta dificultades insalvables para introducir la interacción con el campo electromagnético.

4. La predicción de antimateria

La ecuación 'relativista del electrón' para Dirac —y de Dirac para todos— "resultó mucho más inteligente que su inventor" como solía decir. Guardaba, además, una consecuencia espectacular:

relatividad especial + MC ⇒
existencia de antipartículas.

Dirac comprendió enseguida por qué sus espinores no tenían dimensión dos, como los de Pauli, sino cuatro: dos por cada signo de la energía. Las soluciones de energía negativa son consecuencia (como para la ecuación de SKG) de que la energía $p^0\,(c=1)$ de una partícula relativista de masa *m* satisface $p_0^2 = m^2 + \mathbf{p}^2$ (o, con $c \neq 1$, $p_0^2 = E^2/c^2 = m^2c^2 + \mathbf{p}^2$). Por tanto, p^0 (o E) es una raíz cuadrada con sus dos signos, al contrario que la energía newtoniana $\mathbf{p}^2/2m$, que siempre es positiva. ¿Qué hacer con las soluciones de energía negativa? Dirac observó que éstas debían corresponder a una partícula con carga opuesta a la del electrón y pensó en descartarlas. Pero las transiciones cuánticas de energía positiva a negativa son posibles. Finalmente, haciendo uso del principio de exclusión que impide que dos electrones estén en el mismo estado, Dirac imaginó ocupados todos los estados de energía negativa, considerando el vacío como el estado de menor energía e identificando los posibles huecos —la *ausencia* de esos electrones de energía y carga negativas— con... protones, de energía y carga positivas. Dirac creía que de haber existido 'electrones' con carga positiva ya se habrían descubierto y, soslayando la dificultad de la gran diferencia de masa protón-electrón, publicó su 'teoría de los huecos' como *A theory of electrons and protons* [*PRSLA* 126 (801), 360-5 (1930)]. Pero J. R. Oppenheimer (1930) y Weyl (1931) hicieron enseguida serias objeciones, físicas y de simetría, a identificar un 'hueco' con un protón. Finalmente, en el trabajo sobre el monopolo que luego comentaremos, *Quantised singularities in the electromagnetic field* [*PRSLA* 133, 60-72 (1931)], Dirac concluyó que "un hueco, si existiera, sería una nueva partícula, desconocida para la física experimental, con igual masa que el electrón y carga opuesta. Podemos llamar a tal partícula un anti-electrón". Y, para borrar definitivamente su error, postula también el anti-protón. Había nacido la antimateria y la noción de antipartícula, término que estableció de Broglie en 1934. La teoría de los huecos —que no gustó a Heisenberg, ni a Bohr ni a Pauli— quedaría pronto obsoleta, como mostraron Pauli y Victor Weisskopf aplicando la QFT al campo escalar en su artículo 'anti-Dirac', *Über die Quantisierung der skalaren relativistischen Wellengleichung [Helv. Phys. Acta VII,* 709-731 (1934)].



Óvalo en un muro del viejo Cavendish *lab.* que conmemora el descubrimiento del electrón en 1897, "la primera partícula fundamental de la física y la base del enlace químico, la electrónica y la computación".

Cabía esperar que el positrón se detectara en el Cavendish, líder absoluto de la física experimental, donde J. J. Thomson (Nobel 1906) había descubierto el electrón en 1897 (y James Chadwick, Nobel 1935, encontraría el neutrón en 1932). Pero el *positrón* fue hallado en 1932 —y así bautizado— por un audaz post-doc de Caltech, Carl D. Anderson, observando con Seth Neddermayer rayos cósmicos en una cámara de niebla; recibió —con 31 años— el Nobel de 1936 con V. F. Hess. Su descubrimiento, basado en una única fotografía, fue confirmado en el Cavendish por Blackett y Occhialini en febrero de 1933 aunque, en el otoño de 1932, Blackett —que ya había informado a Dirac— mencionó en un coloquio del Cavendish el hallazgo de partículas describiendo espirales curvadas a la inversa en la cámara de niebla, delatando su carga positiva. Parece ser que Kapitza, que estaba presente, se volvió hacia Dirac y le dijo: "electrones positivos, ¿eh? ponlos en tu teoría", a lo que éste respondió, "oh, ya llevan en ella mucho tiempo". La cautela de Blackett le privó del descubrimiento, pero no se quedó sin Nobel: recibió el de 1948, íntegro, "por desarrollar el método de la cámara de niebla de Wilson y por sus descubrimientos en el campo de la física nuclear y de la radiación cósmica". El antiprotón, debido a su mayor masa, se hizo esperar más; lo detectaron en 1955 Emilio Segrè y Owen Chamberlain en el hoy demolido *Bevatron* de Berkeley, recibiendo el Nobel de 1959.

Hoy puede sorprender que Dirac, un genio explotando su inteligentísima ecuación, identificara en 1930 los 'huecos' con el protón, ignorando sus 'obvias' simetrías (que sí advirtió Weyl); tan sencillo parece todo a posteriori. El Nobel (1969) Murray Gell-Mann le preguntó una vez por qué no había predicho el positrón: "por pura cobardía", respondió Dirac. Pero en 1930 no existía el *Particle Properties Booklet* del LBNL-CERN y su interminable lista de partículas. Por su parte Gell-Mann, ante el buen número de ellas ya existente en los sesenta, no siguió el método lógico-deductivo de Dirac, sino el de síntesis. Con el grupo SU(3) ('las ocho vías') y el modelo de quarks (1964) se inició el largo y tortuoso camino hacia el actual 'modelo estándar'. No importa el color del gato si caza ratones.

5. Física y topología: monopolos

La fuerza de Lorentz que determina el movimiento de una partícula cargada en la electrodinámica clásica depende de los campos eléctrico **E** y magnético **B**. Sin embargo, en la ecuación de Schrödinger intervienen los potenciales electromagnéticos que en la MC adquieren un carácter esencial y no de cómodo artificio, como establece el efecto AB descrito por Y. Aharonov y D. Bohm [*Significance of electromagnetic potentials in quantum theory*, *Phys. Rev.* 115, 485-491 (1959)]. Éste muestra que una partícula cargada puede percibir la existencia de un campo magnético $\mathbf{B} \neq \mathbf{0}$ a través del potencial vector **A** aunque su movimiento tenga lugar en una región donde $\mathbf{B} = \mathbf{0}$, como comprobó R. G. Chambers en 1960. Así pues, **A** tiene consecuencias observables: puede haber efectos e.m. (determinados por factores de *fase* $\exp\{ie/\hbar c \oint \mathbf{A}\cdot d\mathbf{x}\}$) en regiones donde $\mathbf{B} = \mathbf{0}$.

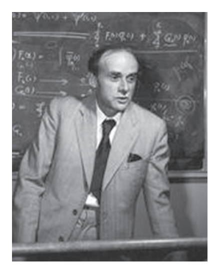
Por otra parte, la forma usual de las ecuaciones de Maxwell (Heaviside, 1884) presenta una manifiesta asimetría: no hay densidad de carga magnética en la ley de Gauss para **B,** $\nabla\cdot\mathbf{B}=0$, ni de corriente magnética en la de inducción de Faraday. Cuando se incluyen, las ecuaciones resultan invariantes bajo un giro o 'transformación de dualidad' entre las magnitudes eléctricas y magnéticas (simetría que, por cierto, requiere un espaciotiempo tetradimensional para que haya reciprocidad entre las dos cargas *puntuales*). Si el cociente entre las cargas eléctrica y magnética es universal para todas las partículas, un giro recupera las ecuaciones de Maxwell tradicionales. Ése es el caso; no obstante, la posible existencia de monopolos aislados sigue en pie.

El efecto AB y los monopolos magnéticos en la MC están, ambos, asociados a situaciones físicas topológicamente no triviales cuyo estudio inició Dirac en 1931 al considerar un monopolo de carga q_m en la MC en su *Quantised*... ya citado (y que siguió en *The theory of magnetic poles, Phys. Rev.* 74, 817-830 (1948) y en 1978). La dificultad radica en la imposibilidad de encontrar una expresión regular en todo el espacio para el **A** del $\mathbf{B}\backsim q_m/r^2$ de un monopolo puntual (o de Dirac), pues $\mathbf{B}=\nabla\times\mathbf{A}$ es incompatible con $\nabla\cdot B = 4\pi\rho_m$ ya que $\nabla\cdot\nabla\times\equiv\mathbf{0}$. En el artículo ya citado, Dirac concluyó que **A** tiene que ser singular en una línea, la 'cuerda' de Dirac, solenoide idealizado de grosor cero a través del cual fluye el campo magnético que al salir por un extremo mimetiza el del monopolo, como en una lámpara de mesa cuya luz sale de una base muy estrecha para repartirse en numerosos filamentos luminosos que se abren esféricamente. Dirac concluyó que la no observabilidad de la cuerda requiere (unidades gaussianas) $2q_mq_e/\hbar c=n$, que explica que las cargas eléctricas sean múltiplos enteros:

MC + monopolo magnético ⇒
cuantización de la carga eléctrica
en múltiplos enteros de $e = \hbar c/2q_m$.

La cuerda de Dirac no dejaba de ser un artificio. La descripción actual del monopolo se debe a T. T. Wu y C. N. Yang (Nobel 1957) [*Concept of nonintegrable phase factor and global formulation of gauge fields*, *Phys. Rev.* 12, 3845-3857 (1975)] y no procede detallarla aquí. Baste decir que el monopolo de Dirac se describe por medio de *dos* potenciales *no* singulares, cada uno definido sobre la 'carta' de una esfera S^2 que cubre cada polo hasta el trópico más lejano (el espacio R^3 sin el punto donde está el monopolo pasa a ser $S^2\times R$), que entonces el movimiento de la partícula cargada requiere *dos* ecuaciones de Schrödinger, una para el potencial vector de cada carta, y que la necesaria compatibilidad de las *dos* funciones de onda ('secciones locales') en el ecuador reproduce la cuantización de Dirac. Lo interesante es que la situación física mimetiza exactamente las propiedades matemáticas de un fibrado de grupo U(1), el de las transformaciones de gauge del electromagnetismo, cuya 'conexión' es el potencial **A** del monopolo; el entero *n* de la condición de Dirac es la 'clase de Chern' que clasifica los fibrados de Hopf sobre S^2 con grupo U(1) (Wu y Yang analizaron también en el caso no abeliano de los campos de Yang-Mills introducidos en 1954). Así pues, dos décadas antes de que Charles Ehresmann introdujera su noción matemática de conexión, Dirac anticipó ideas básicas de la cohomología de De Rham, de los fibrados con conexión y de las clases características de la geometría diferencial global. Yang, cuyo padre había sido precisamente profesor de S. S. Chern en China (y éste del propio Yang), le expresó a Chern en 1975 que esas estructuras le producían "asombro, pues los matemáticos las habían soñado de la nada", sin referencia al mundo físico. Chern respondió: "no, no; esos conceptos no fueron ensoñaciones. Eran muy naturales y reales". También opinaba así Dirac, para quien las matemáticas siempre habían existido esperando ser descubiertas. Cabe especular sobre qué hubiera sucedido si Dirac, físico, y Hodge, matemático, hubieran interaccionado científicamente en el St John's, donde coincidieron durante décadas.

La condición $q_e=ne$ sugiere, pero no exige, la existencia de monopolos de Dirac. Ésta también indicaría, de paso, el confinamiento de los quarks dada su carga fraccionaria, pues así la condición de Dirac no les sería aplicable (a Dirac, por cierto, le agradaron los quarks por tener espín ½; no así al positivista Heisenberg). Pero, al final de su vida, Dirac perdió la esperanza. En 1981 escribió a Abdus Salam desde Tallahassee: "me inclino a pensar que los monopolos no existen". No obstante, si bien en el modelo estándar no hay monopolos, otras teorías (como las 'de gran unificación' o GUTs) sí tienen soluciones con un comportamiento asintótico semejante a los monopolos magnéticos. De hecho, el *Big Bang* prevé una elevada densidad de ellos cuya ausencia experimental explica la cosmología inflacionaria, pues la veloz y gigantesca expansión que implica diluiría esa densidad inicial a valores inobservables. Sólo mencionaré que en 1982 Blas Cabrera Navarro, nieto de Blas Cabrera y Felipe (presidente en 1916 y 1923-24 de nuestra Sociedad, entonces SEFyQ), encontró en Stanford un único suceso que no fue reconfirmado. En los últimos años se han encontrado *recreaciones* de monopolos en el campo de la materia condensada, pero no auténticos monopolos. Así pues, el estudio teórico y su búsqueda por diversas vías continúa *e.g.*, en MoEDAL (*Monopole and Exotics Detector at LHC* del CERN, con participación del IFIC); su descubrimiento tendría un impacto extraordinario en la física.



Dirac en Ottawa, 1955.

La influencia de Dirac en los aspectos geométricos y topológicos de la física (y en las matemáticas) continuó. El discípulo de Hodge Michael Atiyah y otro matemático, I. M. Singer, descubrieron una sorprendente y notable conexión entre el operador diferencial de Dirac, por un lado, y la geometría y la topología por otro: el 'teorema del índice' (1968) juega un papel importante en los aspectos más modernos de la QFT. El operador de Dirac existe en cualquier dimensión espaciotemporal aunque, curiosamente, ha sido en dimensión cuatro donde ha tenido las aplicaciones más profundas.

6. Cosmología, cuantización con ligaduras, integrales de camino, renormalización

Dirac introdujo la Hipótesis de los Grandes Números [*The cosmological constants*, *Nature* 139, 323-324 y 1001-2, (1937); *A new basis for cosmology*, *PRSLA* 165(921), 199-208 (1938)], en la que "tenía gran confianza" [*Cosmological models and the Large Numbers Hypothesis*, *PRSLA* 338, 439-446 (1974)], el año de su matrimonio. Dirac observó que ciertos cocientes adimensionales formados a partir de las constantes fundamentales tienen un valor muy elevado y que, además, guardan entre sí relaciones sencillas. Dirac obtuvo (entonces) el valor $\backsim 10^{39}$ para la edad del universo en 'unidades atómicas' de e^2/m_ec^3, al igual que para el cociente e^2/Gm_pm_e de las atracciones eléctrica y gravitatoria entre electrón y protón. Éstos y otros grandes números "proporcionados por la naturaleza", razonó, no pueden ser casuales sino "relacionados por una relación matemática sencilla" que "debe mantenerse en el tiempo". Por tanto, si "algunos de esos números varían con el tiempo… todos deberán hacerlo para preservar las relaciones matemáticas entre ellos". Así, como el universo se hace más viejo, la 'constante' G de Newton debe decrecer, lo que afectaría a las órbitas planetarias (Milne fue el primero en pensar en una G variable).

Bohr, tras leer las dos páginas casi sin fórmulas del *Nature* de Dirac, le comentó a Gamow: "mira lo que le pasa a la gente cuando se casa". Según Dirac, el universo estacionario queda descartado por requerir G constante; el *Big Bang* sería consistente con su hipótesis, pero con una creación continua de materia. La idea de Dirac —como las numerologías de Arthur Eddington— no ha prosperado (véase la crítica de Richard P. Feynman en sus lecturas sobre gravitación de 1962-63), aunque continuó elaborándola para reconciliarla con la teoría de Einstein (donde G es constante) en *The Large Numbers Hypothesis and the Einstein theory of gravitation* [*PRSLA*, 365(1720), 19-30 (1979)]. Por otra parte, cabe argumentar que sólo tiene sentido hablar de variación temporal para magnitudes adimensionales. Sin embargo, otros aspectos de la visión cosmológica de Dirac fueron prescientes: en *The relation between mathematics and Physics* [PRS (Edinbourgh) 59, II p. 122-129 (1939)] dice sobre el origen del universo: "parece que tuvo lugar una explosión (Lemaître había propuesto su 'átomo primigenio' en 1931), cuyos fragmentos observamos dispersándose todavía". Y añade: "podemos adscribir esa complejidad a los saltos cuánticos… que constituyen la parte no calculable de los fenómenos físicos y que reemplazan las condiciones iniciales de la vieja visión mecanicista". Todo esto mucho antes de la inflación, las fluctuaciones cuánticas y las sondas Wilkinson y Planck.

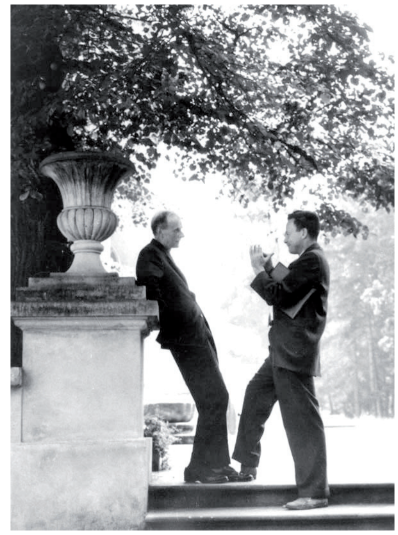
Dirac siempre estuvo preocupado por la cuantización. En *On Quantum electrodynamics* [con V. A. Fock y B. Podolski, *Phys. Zeits. Sowjetunion* 2, 469-479 (1932)], ya había anticipado la 'cuantización de Gupta-Bleuler' (1950) del campo electromagnético, observando que la condición de Lorenz (*sic*, sin t) "no puede ser considerada una ecuación mecánico-cuántica, sino más bien una condición sobre las funciones admisibles" porque, de otro modo, "contradice las relaciones de cuantización". Más tarde, en *Forms of relativistic dynamics* [*Rev. Mod. Phys.* 21, 392-399 (1949)] introdujo lo que sería la 'cuantización en el cono de luz', que después se usaría con frecuencia. También abordó la dificultad que la invariancia gauge presenta para la cuantización canónica: la presencia de grados de libertad no relevantes. La cuantización *à la* Dirac de un sistema clásico es sencilla cuando es posible emparejar cada coordenada q^i con su momento p_i: $[q^i, p_j] = i\hbar\delta^i_j$. Pero hay sistemas, descritos por lagrangianos 'singulares', para los que esa correspondencia biunívoca no es posible por la existencia de ligaduras entre coordenadas y momentos *i.e.*, relaciones $f_s(q^i,p_j) = 0$. En ese caso, la cuantización debería prescindir previa y consistentemente de tantas parejas de variables conjugadas como ligaduras. Dirac estudió estos sistemas desde 1950 y, en especial, en *Generalized Hamiltonian dynamics* [*PRSLA* 246(1246), 326-332 (1958)] y en sus *Lectures in Quantum Mechanics* [Yeshiva Univ., N. Y. 1964], mostrando cómo reducir los grados de libertad a los independientes e incluyendo el caso del campo e.m. y su simetría gauge. Dirac también estudió la formulación hamiltoniana de la gravedad usando sus técnicas en *The theory of gravitation in hamiltonian form* [*PRSLA* 246, 333-343 (1958)] para intentar su cuantización. Entre los padres de la MC, Dirac fue el único que investigó realmente la relatividad general de Einstein.

La QED 'moderna' comienza en junio de 1947 con la famosa conferencia de Shelter Island, N. Y.; Dirac no asistió, aunque sí a la siguiente en Pocono (1948). Durante tres intensos días, sus 24 participantes iniciaron la renormalización de QED, es decir, la eliminación consistente de los infinitos de la teoría, imprescindible para realizar predicciones contrastables. Dirac ya se había enfrentado por primera vez a esos problemas en su *Théorie du positron* en 1933 [7ª conf. de Solvay, Gauthier Villars, 1934] y en *Discussion of the infinite distribution of electron in the theory of the positron* [*Proc. Camb. Phil. Soc.* 30 (II), 150-163 (1934)]. Pero Dirac no estaba convencido —por ejemplo— de que el problema de lo que se llamaría 'renormalización de la masa' fuera estrictamente cuántico. En su *Classical theory of radiating electrons* [*PRSLA*

167(929), 148-169 (1938)] afirmó: "puede pensarse que esta dificultad sólo se resolverá entendiendo mejor la estructura del electrón según las leyes cuánticas... Sin embargo, es más razonable suponer... que la MC no es necesaria para la solución de esa dificultad. Se necesita alguna idea nueva que sea aplicable a la teoría clásica y a la cuántica, y el mejor camino a seguir es permanecer dentro de los límites de la teoría clásica". En cualquier caso, Dirac no tomó parte en el programa de la renormalización de QED (tampoco en el estudio de la interacción débil iniciado por E. Fermi en 1932) y, como antes Einstein con la MC, mostró reiteradamente su desacuerdo con estos aspectos de la teoría que había contribuido a crear. El cálculo del efecto Lamb por H. Bethe (la *back of the envelope calculation* por antonomasia), o las correcciones al momento magnético del electrón (la primera, $\alpha/2\pi$, está grabada en la tumba de Julian Schwinger, quien la calculó en 1948), impresionaron a Dirac. Pero nunca dio su brazo a torcer, incluso cuando F. Dyson mostró la renormalizabilidad de QED en 1949.

Para Dirac, la renormalización sólo proporcionaba reglas prácticas para eliminar los infinitos carentes de la belleza de una auténtica teoría, por lo que QED debería ser reemplazada. En su intervención en la reunión de premios Nobel de Lindau en 1982, *The requirements of fundamental physical theory* [*Eur. J. Phys.* 5, 65-67 (1984)] Dirac se mantuvo por última vez en sus trece: "se establecen reglas que se llaman proceso de renormalización... esas reglas dan un acuerdo sorprendentemente bueno y la mayoría de los físicos dice que eso prueba que las reglas son correctas. A mí no me parece que sea una razón adecuada. Que los resultados estén de acuerdo con la experimentación no prueba que la teoría sea correcta. Después de todo, la teoría de Bohr lo era en casos sencillos... La teoría renormalizada... no se justifica porque esté de acuerdo con los experimentos bajo ciertas condiciones". Ya en 1975 había dicho "que el cambio necesario será tan drástico como el paso de las órbitas de Bohr a la mecánica cuántica." Ante el éxito de QED o del modelo estándar, la tenaz crítica de Dirac puede suscitar sorpresa. Pero la exigencia de la renormalizabilidad de una teoría como garantía de su consistencia ha perdido hoy parte de su estatus: las teorías de campos actuales se consideran como teorías 'efectivas' (debería decirse *eficaces*), aproximaciones a las 'bajas' energías actualmente accesibles de teorías más fundamentales cuya estructura podría ser muy diferente. Es posible ver esta perspectiva como una póstuma vindicación del irreductible Dirac.

Dirac formuló la MC partiendo de la formulación hamiltoniana de la mecánica clásica. Pero en un breve e importante artículo, *The Lagrangian in Quantum Mechanics* [*Phys. Zeits. Sowjetunion* 3, 64-72 (1933)], luego incorporado a la segunda edición (1935) de su libro, cambió de perspectiva para partir del formalismo lagrangiano y de la correspondiente integral de acción. Ello permite que, si procede, todo "pueda expresarse con facilidad en forma relativista". La teoría resultante es el germen de las integrales de camino de Feynman, consideradas en su tesis de Princeton de 1942 (supervisada por J. A. Wheeler) y en su *Space-time approach to non-relativistic Quantum Mechanics* [*Rev. Mod. Phys.* 20, 367-387 (1948)]. El método de las integrales de camino, extendido a las teorías de campos de gauge no abelianas (Yang-Mills) a partir de finales de los años 60 (integrales funcionales, formulación de De Witt-Fadeev-Popov, transformaciones BRST, etc), junto con las reglas de Feynman en ese esquema, conforman la actual QFT. Pero, como el propio Feynman recordó repetidamente, todo comenzó con el estudio de la relación entre la acción clásica y la mecánica cuántica iniciado por Dirac en una revista soviética.



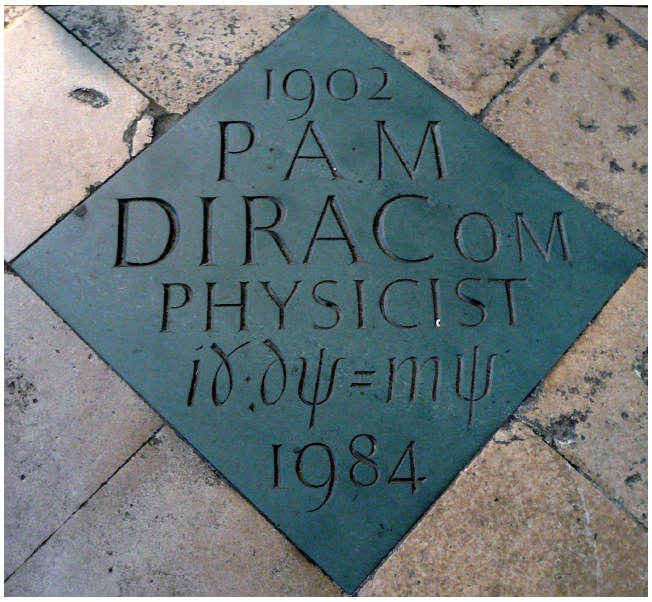
Dirac y Feynman en la Conf. de Jablonna, Varsovia, sobre gravedad, 1962.

[De un encuentro en Solvay 1961:]
F. Debió haber sido maravilloso descubrir esa ecuación.
D. Fue hace mucho tiempo [pausa] ¿En qué trabajas?
F. Mesones.
D. ¿Estás tratando de encontrar una ecuación para ellos?
F. Es muy difícil
D. Hay que intentarlo.

7. Belleza y simplicidad: la mente matemática de Dirac

Sus colegas consideraban a Dirac un brillante algebrista, alejado de imágenes visuales; la deducción de la ecuación del electrón parecería confirmarlo. Pero Dirac declaró al historiador de la ciencia Thomas Kuhn que "no era bueno realizando montones de cálculos algebraicos sin visualizar lo que expresaban las ecuaciones". Dirac comentó a menudo que cuando desarrollaba la MC pensaba en la geometría proyectiva, que había estudiado en Brístol con Fraser; en Cambridge acudía algún sábado a los *tea parties* del geómetra del St John's Henry Baker (que influyó en Hodge), de quien Fraser había sido discípulo en Cambridge. En uno de esos *parties*, Dirac incluso habló —la primera charla de su vida— sobre geometría proyectiva; sin embargo, no la menciona en ninguno de sus trabajos. Dirac comentó que la había usado por ejemplo "para visualizar relaciones en el espacio de Minkowski" y "entre espinores", pero que "no estaba relacionada en absoluto con el álgebra no-conmutativa" [de los observables cuánticos].

En 1972 Dirac fue invitado para dar una conferencia en Boston, cuyo título, *Projective geometry and the origin of the quantum equations,* le obligaba a discutir esa conexión. El moderador era el físico matemático Roger Penrose, perfecto para sonsacar al lacónico Dirac. Pero éste se limitó a dar una introducción a la geometría proyectiva, sin alusión alguna a la MC. Penrose, al concluir, le preguntó ya directamente por la influencia de esa geometría en su pensamiento; Dirac movió la cabeza, pero no respondió. De esa charla quedan algunas notas suyas en los archivos Dirac de la Univ. de Flori-



Baldosa conmemorativa en la abadía de Westminster.

da. Reproduzco unas líneas del guion: “prefiero las relaciones que puedo visualizar en términos geométricos” [...] “en general es mejor usar los métodos de la geometría proyectiva que los de la euclídea. ¿Por qué? Porque la geometría proy. es más potente. Uno puede obtener teoremas más generales con menos trabajo”. Así pues, el misterio permanece; ante él, como dice Farmelo en *Dirac’s hidden geometry* (*Nature*, 2005), sólo cabe recordar a L. Wittgenstein al final del *Tractatus*: “de lo que no se puede hablar, mejor es no decir nada”.

La penetrante mente de Dirac es legendaria entre los físicos por la extraordinaria originalidad y el carácter pionero de sus ideas, movidas por la belleza de la estructura matemática utilizada para introducirlas. Sus trabajos tienen la sencillez y la precisión de quien sabe exactamente qué decir y cómo expresarlo; cabe imaginarlos escritos de un tirón, sin tachaduras. No cabe duda de la preocupación de Dirac por llegar al fondo del asunto, prescindiendo de aspectos menos importantes. Pero ese esfuerzo es difícil y de éxito incierto; como decía Einstein, se comprende “por qué hay muchas más personas que prefieren cortar madera: en ese tipo de trabajo los resultados son inmediatos”. Dirac describió muy bien el camino para descubrir esos primeros principios en el artículo ¡de 1931! del monopolo, ya citado: “actualmente la física teórica tiene problemas... cuya solución requerirá una revisión de nuestras ideas más drástica que las efectuadas hasta la fecha. Es bien posible que estos cambios sean tan grandes que esté más allá de la de la inteligencia humana obtener las ideas necesarias intentando formular directamente en forma matemática los datos experimentales. Por tanto, el trabajador teórico deberá proceder en el futuro de una forma más indirecta. El método de progreso más potente que puede sugerirse en estos momentos consiste en emplear todos los recursos de la matemática pura para perfeccionar y generalizar el formalismo matemático que constituye la base existente de la física teórica y, después de cada éxito en esa dirección, intentar interpretar los nuevos aspectos matemáticos en términos de magnitudes físicas”. Esta visión perdura en la física actual: las teorías supersimétricas (‘teoría M’) continúan estudiándose por su carácter unificador y su riqueza matemática pese a la falta, por el momento, de apoyo experimental concreto. Como siempre, la experimentación tendrá la última palabra.

Dirac siempre creyó que la belleza de las ecuaciones de la física era necesaria para su veracidad. Ya en 1939 afirmó: “el investigador, en sus esfuerzos por expresar las leyes de la naturaleza en forma matemática, debe perseguir sobre todo la belleza matemática. La simplicidad debería tenerla en cuenta de forma subordinada a la belleza matemática... Sucede con frecuencia que los requisitos de simplicidad y belleza son los mismos, pero esta última debe tener preferencia allí donde entren en conflicto”. Por eso, a la cuestión de si debería rechazarse la gravedad einsteiniana si apareciera algún resultado experimental contrario a ella, respondió: “yo diría que la respuesta a esta cuestión es un no rotundo. Quienquiera que sepa valorar la armonía fundamental existente entre el devenir del universo y los grandes principios matemáticos tiene que comprender que una teoría dotada de la belleza y la elegancia de la de Einstein ha de ser esencialmente correcta. La eventual aparición de una discrepancia en alguna de sus aplicaciones tiene que obedecer a alguna circunstancia que no se ha tomado adecuadamente en consideración, pero no puede atribuirse a los principios generales de la teoría”. En 1977 expresó su sintonía con Schrödinger en estos términos: “Schrödinger y yo teníamos un gran aprecio por la belleza matemática... que dominó todo nuestro trabajo. Para nosotros era una especie de acto de fe que todas las ecuaciones que describieran leyes *fundamentales* [mis cursivas] de la naturaleza debían poseer una gran belleza matemática. Era una especie de religión para nosotros, una religión muy provechosa a la que adherirse y, puede considerarse, la base de mucho de nuestro éxito”. Pero, como dijo en 1981, “la belleza matemática, por sí misma, no basta para que la naturaleza haga uso de una teoría”.

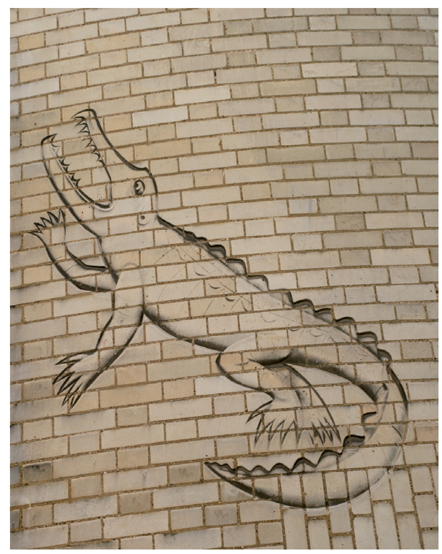
En sus últimos años, el pesimismo sobre sus logros se apoderó del ánimo de Dirac, que juzgaba que no había contribuido a la física gran cosa. Dos años antes de su muerte, resumió con humildad su carrera científica: “buena parte de mi trabajo de investigación en física no ha consistido en ponerme a resolver algún problema particular, sino en examinar magnitudes de las que usan los físicos para intentar reunirlas de forma interesante, sin preocuparme por la aplicación que pudiera tener. Es simplemente una búsqueda de matemáticas bonitas (*pretty*). Después puede resultar que el trabajo tenga aplicación; entonces uno ha tenido buena suerte”. Así será, pero es una suerte reservada a Dirac y a sus iguales.

8. Pinceladas personales

Dirac fue *lecturer* en Cambridge desde 1929 hasta 1932 y, con 30 años, titular de la famosa cátedra Lucasiana de matemáticas que tuvo Newton entre 1669 y 1702. Dirac fue *lucasiano* hasta 1969, jubilándose a los 67 años reglamentarios. En 1933 compartió el Nobel con Schrödinger por "descubrir nuevas formas fructíferas de la teoría atómica" (Heisenberg también recibió ese año, íntegro, el de 1932). Aunque Dirac sí tenía sentido de las formas en cada momento, era poco proclive a la pompa ceremonial y consideró rechazar el Nobel para evitar la publicidad. Pero lo aceptó cuando Rutherford le hizo comprender que no hacerlo generaría más aún; a Estocolmo invitó a su madre, pero no a su padre. El título de la conferencia Nobel de Dirac el 12-XII-1933 era obligado, *Theory of electrons and positrons*; en ella —y *avant la lettre*— especuló sobre el balance materia-antimateria en el universo. Además de múltiples reconocimientos, aunque no aceptó doctorados honoríficos, Dirac recibió en 1973 la Orden del Mérito, la más alta de UK, limitada a 24 personas en todo momento (la del Toisón de Oro en España lo está a 50+1).

Dirac era poco sociable; en la travesía al Japón con Heisenberg le sorprendía que a su amigo le gustase bailar con guapas desconocidas. Pero también apreciaba ocasionalmente la compañía femenina: se sintió atraído por la bella y sofisticada 'Rho' Gamow, que le dio clases de ruso a su paso por Cambridge (Dirac llegó a hablar cuatro idiomas). Rho era esposa de George Gamow; ambos habían huido de la Unión Soviética con un visado para asistir a la conferencia de Solvay de 1933, fuga que influiría en la posterior detención de Kapitza al pisar la URSS. Finalmente, el reservado Dirac se casó en Londres en 1937 con la húngara Margit (Manci) Wigner, a quien conoció en una estancia en el Instituto de Estudios Avanzados de Princeton cuando Margit visitaba a su hermano Eugene, amigo de Dirac, futuro Nobel (1963) y... también formado inicialmente como ingeniero. Margit tenía dos hijos de un matrimonio anterior, que adoptaron el apellido Dirac, quien tuvo dos hijas con ella. La jovial Margit describió su matrimonio como "victoriano, a la antigua", y cuidó de las necesidades materiales de su marido. Por su parte, Dirac no reprodujo la tiránica conducta de su progenitor, pero fue un padre distante. Probablemente, como argumenta Farmelo, había rasgos autistas en su personalidad: Dirac era taciturno, ascético y frugal, reservado, directo y con escasa empatía, de interés absolutamente focalizado (sobre todo en su juventud) y apasionado por la rutina, intuitivo pero lógico en extremo, y no sólo en la física. Fue poco aficionado al deporte, salvo a caminar por las montañas. Al margen de la física le gustaba Cher, las películas de James Bond y el *2001* de Stanley Kubrick, por ejemplo; parece ser que tardó dos años en leer la novela de Tolstoi *Guerra y Paz*. Su alma ingenieril se apasionó por el programa Apolo de la NASA; el 20-VII-1969 esperó ante la TV, como tantos otros, el "gran paso para la humanidad" de Armstrong sobre la Luna. Sobre Dirac circulan incontables anécdotas —anécdotas autistas, dice Farmelo— que reflejan su fascinante personalidad. Ésta es la más conocida: alguien comenta que no ha entendido algo de una exposición de Dirac, que guarda un silencio embarazoso. Cuando se le insta a responder, se sorprende: "eso era una afirmación, no una pregunta". Tiempo después, le piden que confirme la historia: "sí es cierta, pero no le veo la gracia". En otra ocasión, para romper el hielo con algo de *polite conversation*, alguien le comenta que hace mucho viento. Dirac se acerca a la ventana y regresa diciendo 'sí'.

Dirac viajó mucho, por Europa, América, Japón, India, China... y la Unión Soviética, que visitó repetidamente desde 1928. Tras la segunda guerra mundial no pudo reanudar sus visitas hasta 1957, pues antes del conflicto bélico e inicialmente animado por Kapitza, había trabajado en la separación de isótopos. Dirac, ya *lucasiano*, diseñó un método basado en desviar un chorro gaseoso de la mezcla para separarlos, pero tuvo que interrumpir sus experimentos cuando Rutherford envió el instrumental del Mond *lab*. a Moscú para que Kapitza pudiera continuar allí sus investigaciones. En 1941 Dirac envió un informe confidencial a Rudolf Peierls [*The theory of the separation of isotopes by statistical methods*] que éste citaría en 1942 y del que sólo se conocen tres páginas. Peierls había escrito con Otto Frisch en marzo de 1940 el famoso memorándum "sobre la posibilidad de construir una superbomba" usando U^{235}. El método de separación centrífuga de Dirac, incluyendo la caracterización del 'poder separador' del aparato utilizado, no llegó a usarse durante la guerra, pero sí después.



El cocodrilo del Mond *lab.*

Pese al reconocimiento científico que recibía en todo el mundo, Dirac no abandonó su retraimiento. En su madurez, fuera del St John's, Dirac ya no se encontraba a gusto en su entorno académico; sus viejos compañeros del Cavendish, Kapitza, Blackett, Cockcroft, Walton, Chadwick (todos Nobel) habían abandonado Cambridge. Cuando el DAMTP se trasladó en 1964 de la Free School Lane a la cercana Silver St., Dirac ya no tuvo despacho allí, marginado por su director, un especialista en fluidos que no identificaré. Como resultado, Dirac prefería trabajar en su casa, acudir al departamento para las clases, algún seminario o *coffee break* y... ausentarse de Cambridge lo más posible.

Tras su jubilación, Dirac se trasladó con su familia a Florida; en 1971, finalmente, fue nombrado profesor de la Univ. de ese Estado en Tallahassee. Dirac era ya 'mayor' para algunas universidades de primera línea pero, aunque no estuviera muy al día, era como incorporar a Cervantes a un departamento de Filología Española. En Tallahassee se encontró feliz y continuó trabajando hasta su fallecimiento en 1984. El matrimonio Dirac reposa en Florida; sin embargo, una baldosa, tallada en Cambridge, fue desvelada en la abadía de Westminster el 13-XI-1995 por Sir Michael Atiyah, entonces presidente de la Royal Society. No es tan fácil de localizar como el gran túmulo de Newton (cerca del cual reposan las cenizas de Rutherford), pero lo que dice basta: 1902 PAM DIRAC OM PHYSICIST $i\gamma\cdot\partial\,\psi = m\psi$ 1984. Como dijo Bohr, "de todos los físicos, Dirac es quien tiene el alma más pura".

9. Epílogo

Dirac vivió en Cambridge una época irrepetible; quizá por eso, cuando le preguntaban por la razón de sus extraordinarias contribuciones respondía: "estuve en el lugar adecuado en el momento oportuno". No todos los grandes físicos han sido tan modestos; C. P. Snow contó que, cuando en una ocasión Rutherford oyó murmurar a sus espaldas "este Rutherford, siempre en la cresta de la ola", se volvió para apostillar "naturalmente, pues soy yo quien ha levantado la ola". La que levantó Dirac sigue creciendo todavía. Sus ideas son la base de gran parte de la física actual: alta energía (teoría cuántica campos, teorías gauge), materia condensada (semiconductores, magnetismo, láseres) y, sin gran exageración, lo son de las teorías de supercuerdas y supergravedad, la 'raíz cuadrada de Dirac' de la gravedad einsteiniana. También han tenido profundas consecuencias en varias áreas de las matemáticas y en la base de la química (recordemos, "un caso particular de la física"); tampoco son ajenas a la medicina (PET, etc).

Dirac tenía poco interés por las disquisiciones religiosas. Tras manifestarlo así en Solvay (1927) a Heisenberg y al cáustico Pauli, éste sentenció: "no hay Dios, y Dirac es su profeta". Pero Dirac diría en 1963 que "Dios es un matemático del máximo nivel" y, como Einstein, tenía una visión panteísta. Dirac, agnóstico en su juventud, ingresó en la Academia Pontificia en 1961, un año después de que el abate Lemaître, antiguo estudiante de Eddington en Cambridge y amigo suyo, fuera nombrado presidente. En 1971, en Lindau, manifestó ante un sorprendido público que la existencia de Dios era uno de los cuatro problemas fundamentales de la física, que ligaba al origen de la vida pues, cuanto más probable fuera ésta, menos lo sería Dios: "si la vida puede comenzar muy fácilmente y no necesita ninguna influencia divina, entonces diría que no hay Dios." Tampoco le interesaba la filosofía; de Wittgenstein, a quien conocía del Trinity (contiguo al St. John's, el *College* 'rival'), llegó a decir que era "un pesado; nunca para de hablar". Dirac fue una leyenda en vida y hasta patrón para los demás: Wigner, por ejemplo, consideraba que Feynman era "como Dirac, sólo que humano". Pero, sobre todo, Dirac fue un físico excepcional, de integridad, penetración y lucidez extraordinarias y decidido, como Einstein, a seguir su propio camino. Quizá esa independencia e íntimo aislamiento eran resultado de su extraordinaria originalidad: es significativo que de los dos centenares de trabajos de Dirac (los más importantes muy al principio de su carrera) sólo colaborase en media docena y con pocos coautores (incluyendo Fock, Podolski, Kapitza, Peierls y Klaus Fuchs, que ya espiaba para la URSS). Por la misma razón supervisó sin gran entusiasmo a una docena de estudiantes, incluidos Dennis Sciama y Fred Hoyle. Como Einstein, Dirac no dejó escuela, aunque su influencia ha sido y seguirá siendo inmensa.

Al margen de la física, el recuerdo de Dirac perdura especialmente en Cambridge. En uno de los laterales del gran Hall del St John's cuelga su retrato al óleo, que refleja el aire ausente y taciturno que le era propio. Está junto al de Erasmus Darwin (cuyo excepcional nieto Charles fue estudiante del Christ's, *College* 'hermano' del St John's) y en compañía de otras personalidades. Dirac siempre se encontró a gusto en el St John's. Cuando no pudo asistir al banquete por su octogésimo cumpleaños, escribió al Master: "*cuando* los *fellows* brinden a mi salud, ruego les manifieste mi pesar por no estar con ellos… durante 59 años, el *College* ha sido central en mi vida y un hogar para mí". En un armario del *Master's Lodge* se guarda la toga que, como los demás *fellows*, Dirac se ponía para cenar en la *High Table* o en la exquisita *Senior Combination Room* del St John's, sólo iluminada por las velas de múltiples candelabros de plata. Prendido con un alfiler hay un pequeño papel en el que, con pequeña y delicada letra redondilla, Dirac dejó su última indicación en Cambridge: "por favor, guardar para cuando vuelva". Como me dijo Peter Goddard, entonces Master del St John's y durante muchos años después director del Instituto de Estudios Avanzados de Princeton, allí seguirá por si en algún momento Dirac decidiera regresar.

Bibliografía

R. H. Dalitz y R. Peierls, *Biographical memoirs of fellows of the Royal Society* 32, 139-185, 1984.

P. A. M. Dirac, *Recollections of an exciting era,* en C. Weiner (ed.), *History of twentieth century physics,* 57th Enrico Fermi School, Varenna, 1972 (Academic Press, 1977).

P. A. M. Dirac, en H. Hora y J. Shepanski (eds.), *Directions of Physics* (Wiley, 1978).

G. Farmelo, *The Strangest Man* (Faber and Faber, 2009).

P. Goddard, *Dirac lecture 2014.*

H. Kragh, *Dirac: A Scientific Biography* (CUP, 1990).

L. van der Waerden (ed.), *Sources of Quantum Mechanics* (North Holland, 1967).