B.2: Propagación de la luz en un medio

B.2.1 Introducción

Procesado de información con componentes fotónicos es generación, propagación y modulación de información con haces de luz.

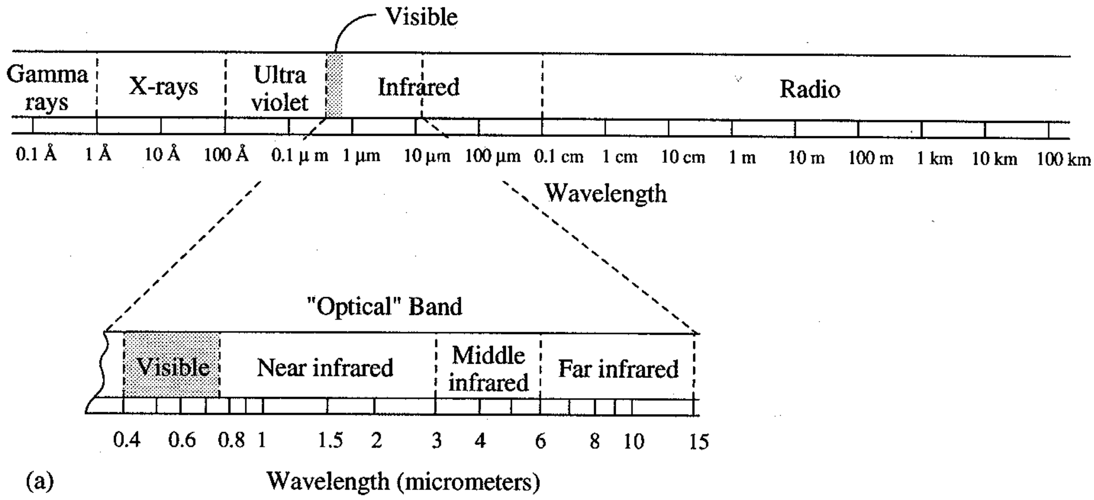
=> ¿Cómo se propaga la luz por un medio?

Veremos la propagación en un medio uniforme y las fórmulas de Fresnel para la reflexión y refracción.

¿Qué propiedades ópticas tiene ese medio?

Veremos que la anisotropía o isotropía de los materiales afecta a sus propiedades ópticas.

B.2.2 Ecuaciones de Maxwell y la ecuación de ondas



Ley de Faraday:	$\nabla \times \mathbf{E} + \dfrac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0$	E: Campo eléctrico [V/m^2]
Ley de Ampere:	$\nabla \times \mathbf{H} - \dfrac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \mathbf{J}$	H: Campo magnético [A/m]
Ley de Gauss: (eléctrica y magnética)	$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$	ρ: Densidad de carga [c/m^3]
	$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$	

Además se tienen las siguientes relaciones dependientes del medio:

$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}$	D: Desplazamiento del campo eléctrico [c/m^2]
$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$	B: Flujo del campo magnético o inducción magnética [Weber/m^2] o [T]
$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$	J: Densidad de corriente [A/m^2]

Onda eléctrica: $\mathbf{E} = \mathbf{E_0} e^{i(\mathbf{kr} - \omega t)}$

En el vacío => Número de onda:

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{con} \quad c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$$

En un medio => $\mathrm{v} = \dfrac{c}{n_r}$ con $n_r = \sqrt{\varepsilon_r + \dfrac{\sigma \mu_0 i}{\omega}}$

$$k = \frac{\omega}{c} \cdot n_r = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_r + \frac{\sigma \mu_0 i}{\omega}}$$

n_r :índice de refracción complejo $n_r = n_r' + in_r''$

$$k = \frac{n'_r \, \omega}{c} + i \frac{n''_r \, \omega}{c} = k_{real} + i \cdot \frac{\alpha}{2}$$

Si el campo eléctrico se propaga en la dirección z:

$$\Rightarrow E = E_o \cdot e^{-\frac{n_r'' \cdot \omega \cdot z}{c}} \cdot e^{i \cdot \omega \cdot \left(\frac{n_r' z}{c} - t \right)} = E_o \cdot e^{-\frac{\alpha}{2} z} \cdot e^{i \cdot \left(k_{real} \cdot z - \omega \cdot t \right)}$$

Se define un coeficiente de absorción α: $\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{n''_r \, \omega}{c}$

y en realidad: $\mathrm{v} = \dfrac{c}{n_r'}$ (parte real)

Onda magnética: $\mathbf{H} = \mathbf{H_0} e^{i(\mathbf{kr} - \omega t)}$

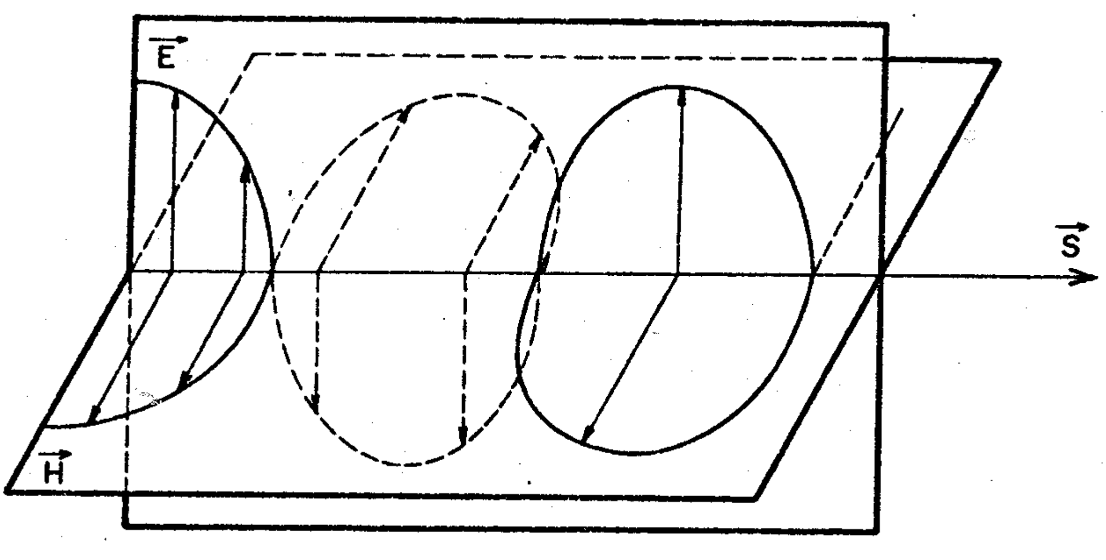
B.2.2.1 Transversabilidad de las ondas luminosas

$$\nabla \times \mathbf{H} - \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \mathbf{J} \quad \Rightarrow \quad \begin{aligned} \beta H_z - \gamma H_y &= -\varepsilon \frac{\omega}{k} E_x \\ \gamma H_x - \alpha H_z &= -\varepsilon \frac{\omega}{k} E_y \\ \alpha H_y - \beta H_z &= -\varepsilon \frac{\omega}{k} E_z \end{aligned}$$

Con $\vec{s} = \alpha \vec{i} + \beta \vec{j} + \gamma \vec{k}$ vector unitario en la dirección de propagación. Luego:

$$\vec{H} \times \vec{s} = \varepsilon \frac{\omega}{k} \vec{E}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{s} \times \vec{E} = \frac{1}{\varepsilon v} \vec{H}$$



B.2.3 Polarización de la luz

Polarización de la onda electromagnética: orientación exacta del campo eléctrico

$$\mathbf{E}(z, t) = \mathrm{Re}[\mathbf{A} \exp(i(\omega t - kz))]$$

Componentes del campo eléctrico:

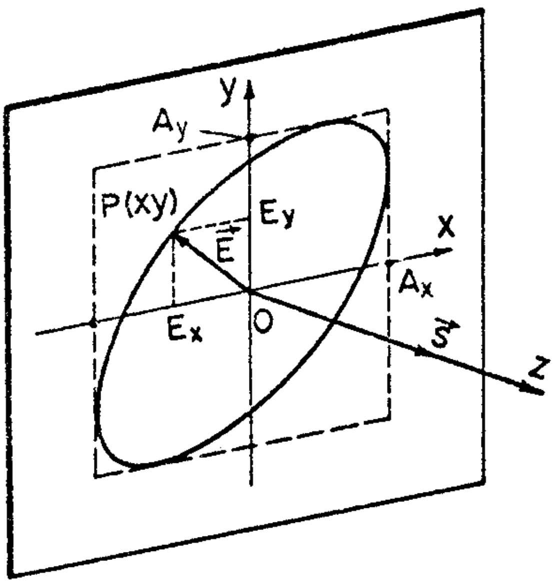
$$E_x = A_x \cos(\omega t - kz + \delta_x)$$

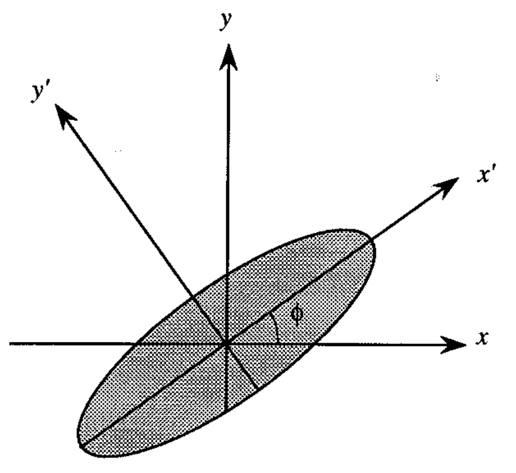
$$E_y = A_y \cos(\omega t - kz + \delta_y)$$

Siendo la amplitud: $\mathbf{A} = \vec{i} A_x e^{i\delta_x} + \vec{j} A_y e^{i\delta_y}$

Elipse de polarización:

$$\left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{A_y}\right)^2 - 2\frac{\cos\delta}{A_x A_y} E_x E_y = sin^2\delta \qquad \text{con:} \quad \delta = \delta_y - \delta_x$$

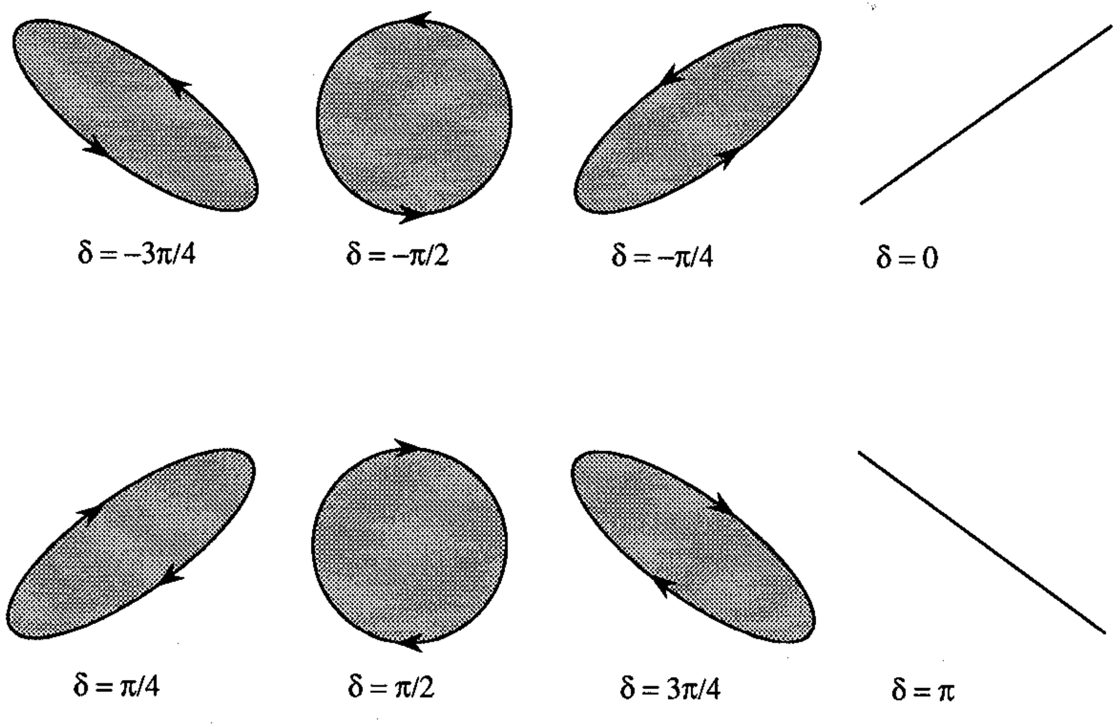




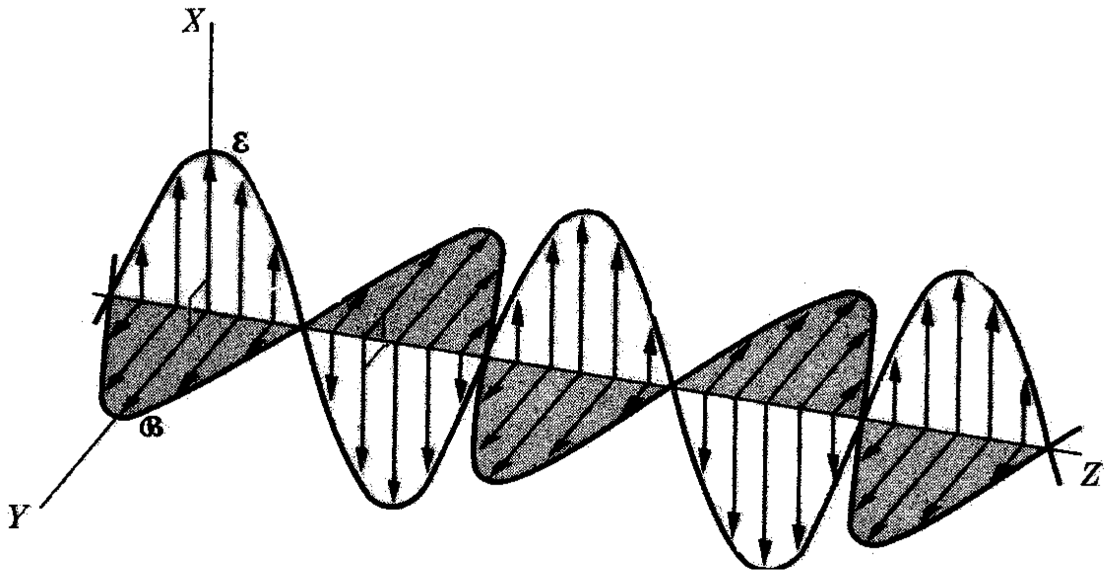
Si se gira la elipse para hacer coincidir sus ejes principales con los del sistema (un ángulo ϕ):

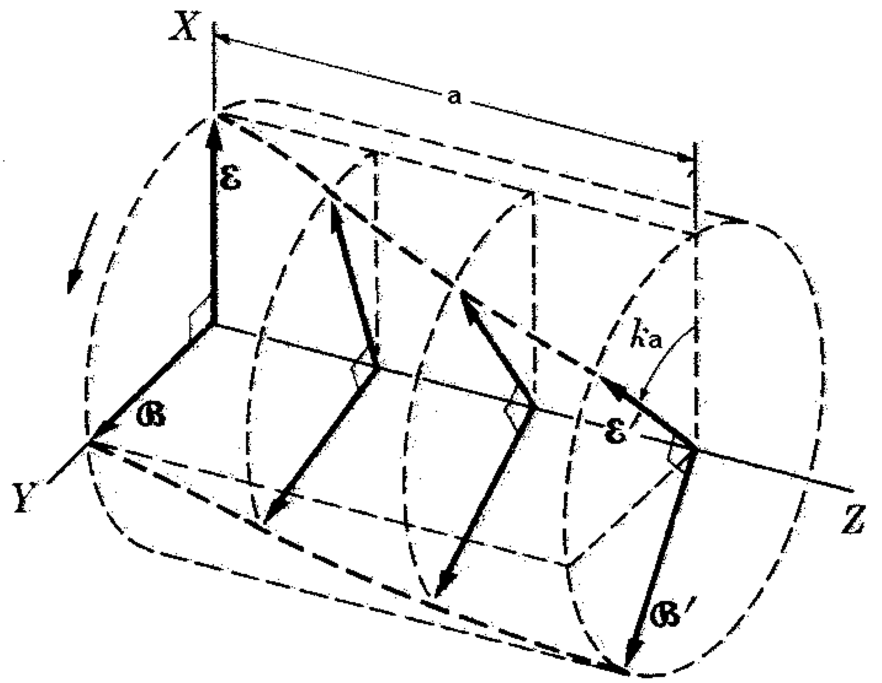
$$\left(\frac{E_{x'}}{a}\right)^2+\left(\frac{E_{y'}}{b}\right)^2=1$$

$$tan(2\phi)=\frac{2A_xA_y}{A_x^2-A_y^2}\cos\delta$$



- $\delta=0$ o π: La elipse degenera en una línea.
- $\delta>0$: Luz polarizada circularmente con polarización levógira.
- $\delta<0$: Luz polarizada circularmente con polarización dextrógira.





La polarización sirve para controlar la luz:

- cristal líquido modifica la intensidad cambiando su polarización (sólo una polarización pasa, la otra se refleja)

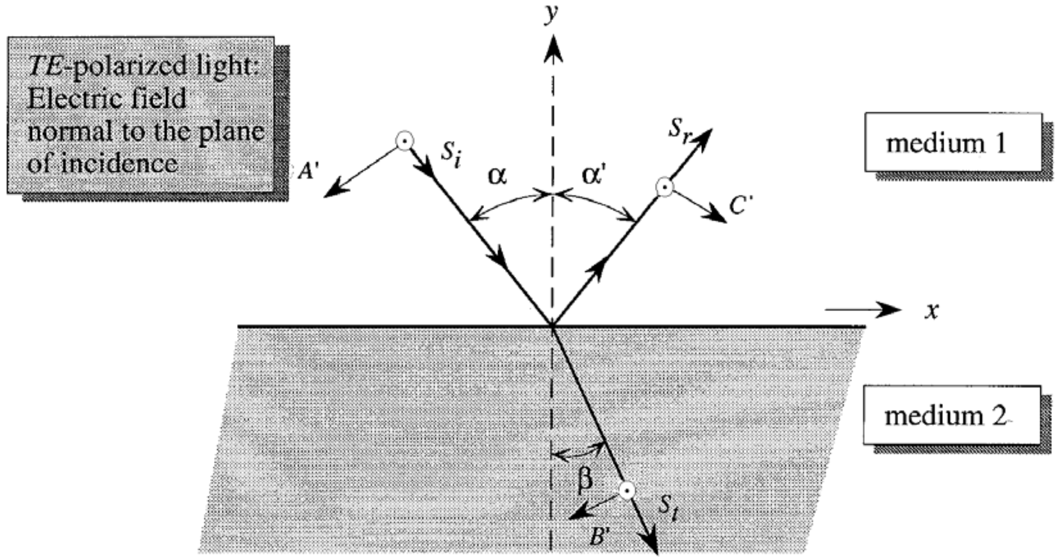
- con un campo eléctrico puedo cambiar la polarización

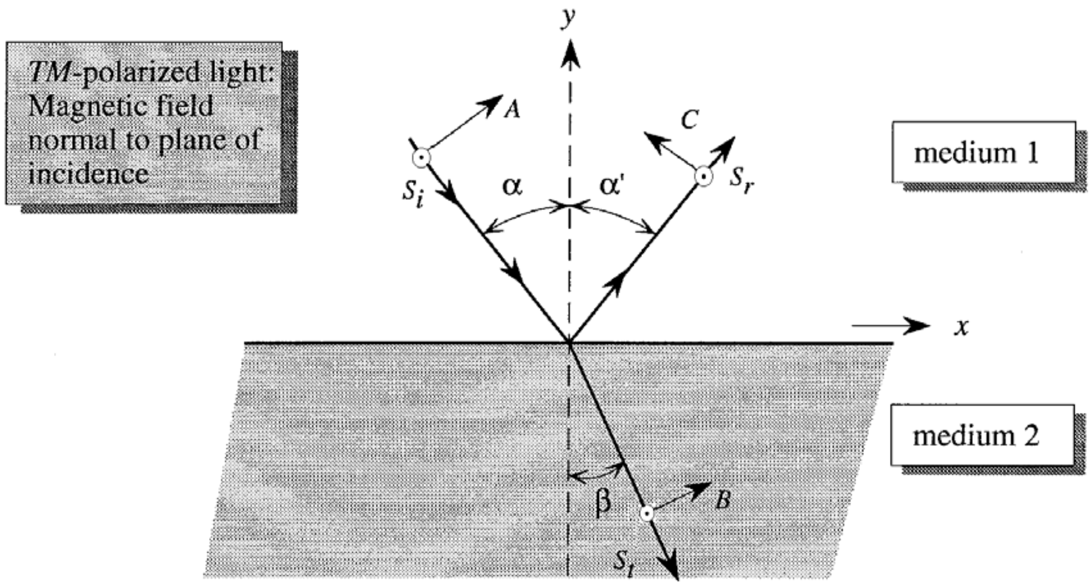
B.2.4. Propagación en el medio: fórmulas de Fresnel

- leyes de reflexión y refracción para onda que incide sobre una interfase (de un medio menos denso a uno más denso; 2 casos):

i) campo eléctrico perpendicular al plano de incidencia (plano x-y)

ii) campo eléctrico en el plano de incidencia





i) campo eléctrico perpendicular al plano de incidencia

- esto es una onda transversal eléctrica o TE
- hay onda reflejada y otra refractada o transmitida

Ley de reflexión: $\alpha = \alpha'$

Ley de refracción (Ley de Snell): $\dfrac{sin\alpha}{sin\beta} = \dfrac{k_2}{k_1} = \sqrt{\dfrac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} = \dfrac{n_{r_2}}{n_{r_1}}$

(hemos supuesto $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$)

1ª fórmula de Fresnel

$$2A = \left[1 + \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}\frac{\cos\beta}{\cos\alpha}\right]B = \left[1 + \frac{sin\alpha\cos\beta}{sin\beta\cos\alpha}\right]B$$

$$2C = \left[1 - \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}\frac{\cos\beta}{\cos\alpha}\right]B = \left[1 - \frac{sin\alpha\cos\beta}{sin\beta\cos\alpha}\right]B$$

ii) campo eléctrico está en plano de incidencia

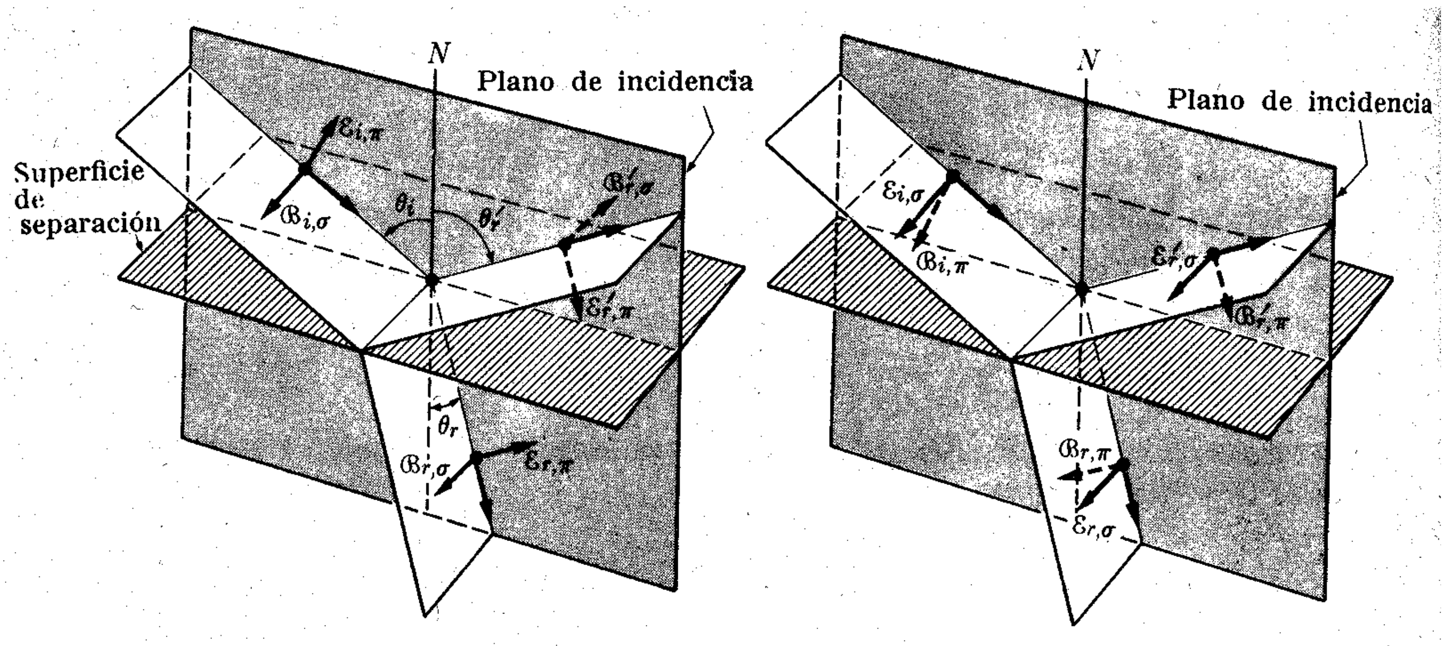
- esto es una onda transversal magnética o TM
- hay onda reflejada y otra refractada o transmitida

2ª fórmula de Fresnel

$$\begin{cases} 2A = \left[\sqrt{\dfrac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} + \dfrac{\cos\beta}{\cos\alpha}\right]B \\ 2C = \left[\sqrt{\dfrac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} - \dfrac{\cos\beta}{\cos\alpha}\right]B \end{cases}$$

$$A : B : C = tan(\alpha+\beta) : \left(\frac{tan(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha-\beta)} - \frac{tan(\alpha-\beta)}{\cos(\alpha+\beta)}\right) : tan(\alpha-\beta)$$

TM TE



B.2.4.1 Efectos de la polarización: Ley de Brewster

Al pasar de un medio menos denso a uno más denso queremos conocer la relación entre amplitudes:

- coeficientes de reflexión (r) y transmisión (t)

$$t = \frac{B}{A}$$

$$r = \frac{C}{A}$$

Luz polarizada TE: $$r_{TE} = \frac{n_{r_1} \cdot \cos\alpha - n_{r_2} \cos\beta}{n_{r_1} \cdot \cos\alpha + n_{r_2} \cos\beta} = -\frac{\sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta)}$$

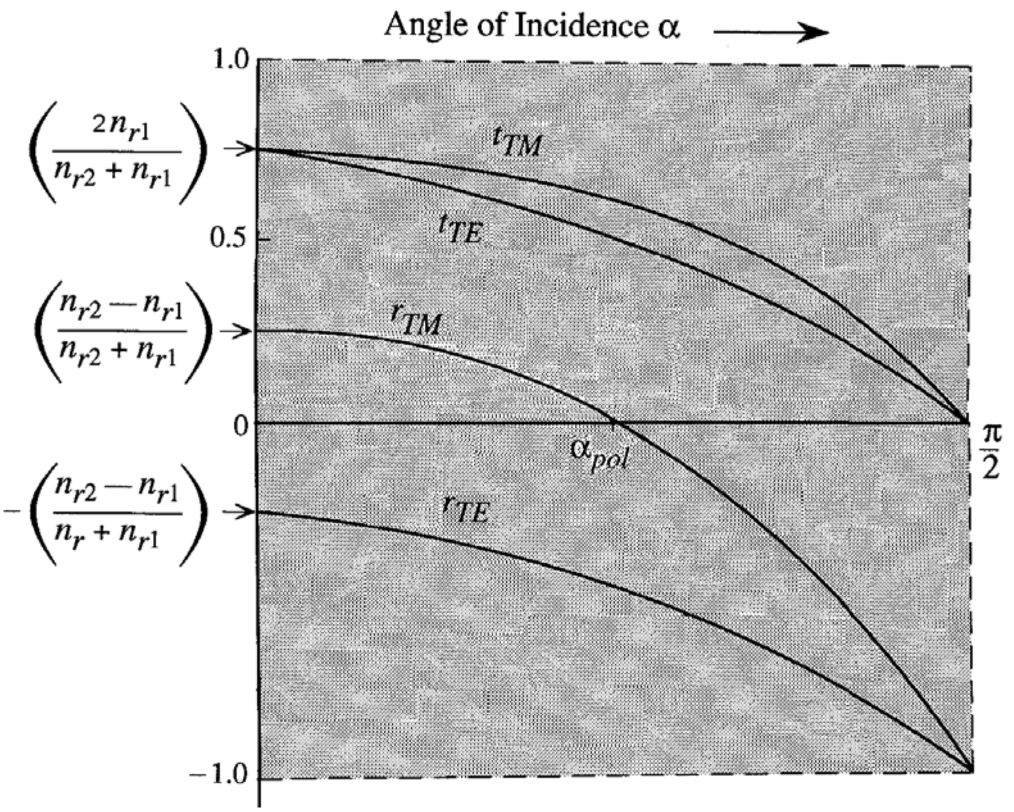
Para α pequeño $$r_{TE} \cong -\frac{\alpha - \beta}{\alpha + \beta} = -\frac{n_{r_2} - n_{r_1}}{n_{r_2} + n_{r_1}}$$

$$t_{TE} = \frac{2n_{r_1} \cdot \cos\alpha}{n_{r_1} \cdot \cos\alpha + n_{r_2} \cos\beta} = \frac{2 \cdot \sin\beta \cdot \cos\alpha}{\sin(\alpha + \beta)}$$

Luz polarizada TM: $$r_{TM} = \frac{n_{r_2} \cdot \cos\alpha - n_{r_1} \cos\beta}{n_{r_2} \cdot \cos\alpha + n_{r_1} \cos\beta} = \frac{\tan(\alpha - \beta)}{\tan(\alpha + \beta)}$$

Para α pequeño $$r_{TM} \cong \frac{\alpha - \beta}{\alpha + \beta} = \frac{n_{r_2} - n_{r_1}}{n_{r_2} + n_{r_1}}$$

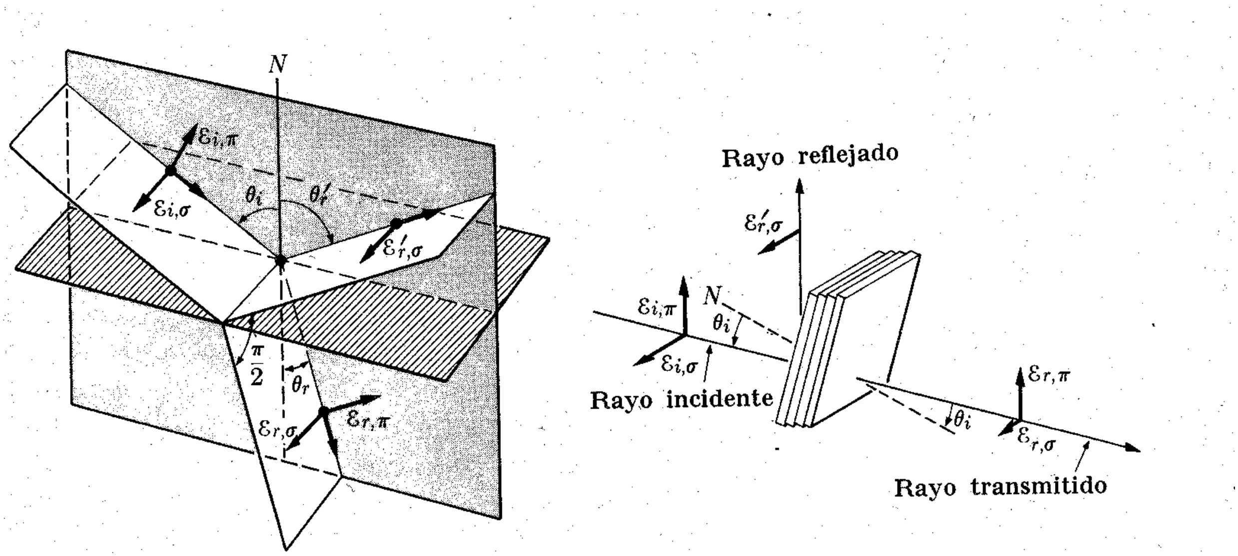
$$t_{TM} = \frac{2n_{r_1} \cdot \cos\alpha}{n_{r_2} \cdot \cos\alpha + n_{r_1} \cos\beta} = \frac{2 \cdot \sin\beta \cdot \cos\alpha}{\sin(\alpha + \beta) \cdot \cos(\alpha - \beta)}$$



Existe α_{pol} donde $r_{TM}=0$

$$tan\alpha_{pol} = \frac{n_{r_2}}{n_{r_1}}$$

$$\frac{t_{TM}}{t_{TE}} = \frac{n_r^2+1}{2n_r} \qquad \text{Si } n_r=1,5 \qquad \frac{t_{TM}^2}{t_{TE}^2} = 1,17$$



B.2.4.2 Reflexión interna total y campos evanescentes

Si la luz pasa de un medio más denso a uno menos denso (aire)

$$\frac{sin\alpha}{sin\beta} = \frac{1}{n_r}$$

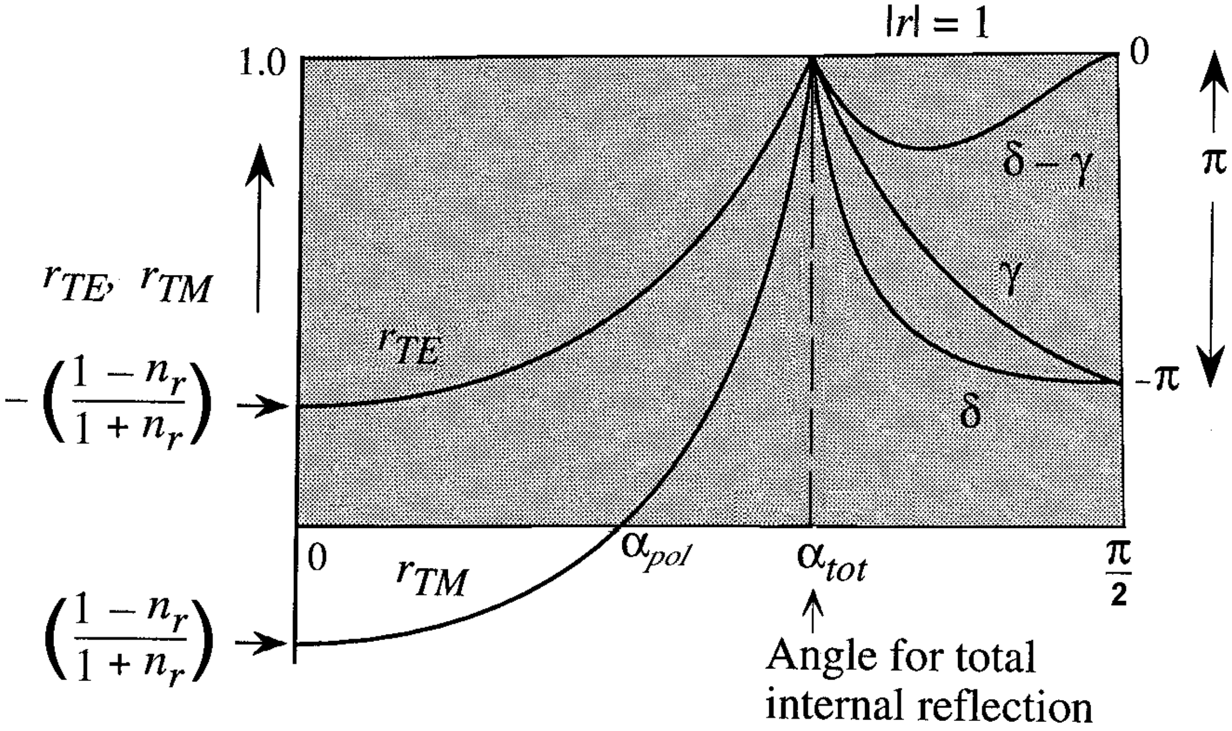
Existe un ángulo de reflexión total antes de $\alpha = 90^o$

$$\sin\alpha_{tot} = 1/n_r$$

$$\beta = 90^o \pm i\beta'$$

$$r_{TE} = -\frac{\sin(\alpha - 90^o \mp i\beta')}{\sin(\alpha + 90^o \pm i\beta')} = \frac{\sin(90^o \pm i\beta' - \alpha)}{\sin(90^o \pm i\beta' + \alpha)} = \frac{\cos(\alpha \mp i\beta')}{\cos(\alpha \pm i\beta')} = e^{i\gamma}$$

$$r_{TM} = \frac{\tan(\alpha - 90^o \mp i\beta')}{\tan(\alpha + 90^o \pm i\beta')} = -\frac{\tan(90^o \pm i\beta' - \alpha)}{\tan(90^o \pm i\beta' + \alpha)} = \frac{\cot(\alpha \mp i\beta')}{\cot(\alpha \pm i\beta')} = e^{i\delta}$$



Además el campo eléctrico sí que penetra en el otro medio => campos evanescentes

$$E_z = Be^{k_2 y \sinh\beta'} e^{ik_2 x \cosh\beta'}$$

B.2.5. Propagación de ondas en cristales

Cristales => propiedades anisótropas

- la velocidad de propagación es diferente en cada dirección

El cristal se caracteriza por:

$$D_x = \varepsilon_{xx}E_x + \varepsilon_{xy}E_y + \varepsilon_{xz}E_z$$
$$D_y = \varepsilon_{yx}E_x + \varepsilon_{yy}E_y + \varepsilon_{yz}E_z$$
$$D_z = \varepsilon_{zx}E_x + \varepsilon_{zy}E_y + \varepsilon_{zz}E_z$$

Tensor cte. dieléctrica ($\varepsilon_{ij}=\varepsilon_{ji}$)

Elipsoide de Fresnel:

$$\mathrm{E}\cdot\mathrm{D} = \varepsilon_{xx}E_x^2 + \varepsilon_{yy}E_y^2 + \varepsilon_{zz}E_z^2 + 2\varepsilon_{xy}E_xE_y + 2\varepsilon_{xz}E_xE_z + 2\varepsilon_{yz}E_yE_z = K$$

Si llamamos $E_x = X$, $E_y = Y$ y $E_z = Z$:

$$\varepsilon_{xx}X^2 + \varepsilon_{yy}Y^2 + \varepsilon_{zz}Z^2 + 2\varepsilon_{xy}XY + 2\varepsilon_{xz}XZ + 2\varepsilon_{yz}YZ = K$$

$\Downarrow$ Cambio de ejes

$$\varepsilon_x X'^2 + \varepsilon_y Y'^2 + \varepsilon_z Z'^2 = K$$

$\Downarrow$ Reducción de escala

$$\varepsilon_x x^2 + \varepsilon_y y^2 + \varepsilon_z z^2 = 1$$

Los vectores D y E son paralelos en las direcciones de los ejes del elipsoide:

$$D_x = \varepsilon_x E_x$$
$$D_y = \varepsilon_y E_y$$
$$D_z = \varepsilon_z E_z$$

ε_x, ε_y y ε_z son las *constantes dieléctricas principales*

Elipsoide de índices:

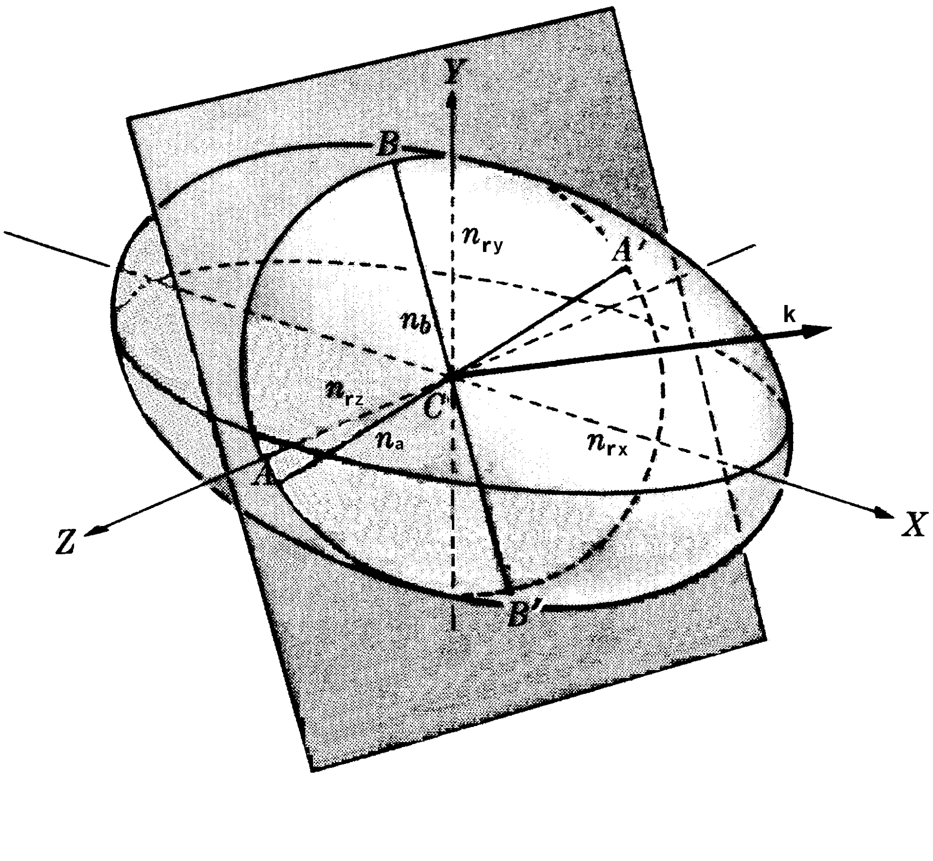
Si tenemos en cuenta que $n_r = \sqrt{\varepsilon / \varepsilon_o}$ y que E = (ε)[-1]· D:

$$\frac{x^2}{n_{rx}^2} + \frac{y^2}{n_{ry}^2} + \frac{z^2}{n_{rz}^2} = 1$$

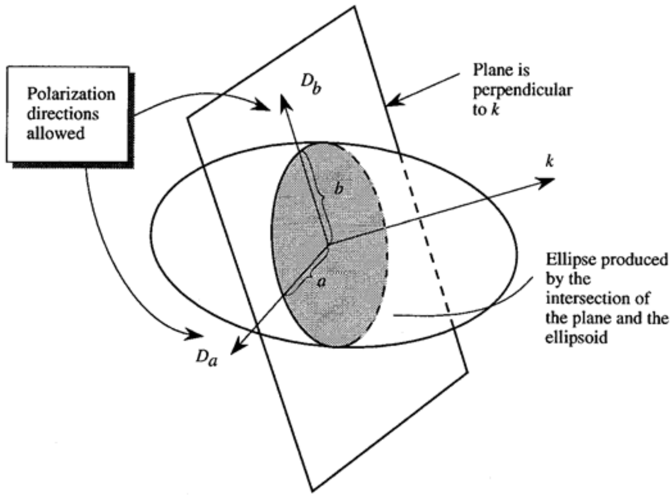
n_{rx}, n_{ry} y n_{rz} son los índices de refracción principales

Cuando una onda electromagnética penetra en un material anisótropo, se separa en dos ondas, polarizadas en direcciones perpendiculares y que se propagan con diferentes velocidades.

A partir del elipsoide de índices se puede determinar la velocidad y estado de polarización de la luz propagándose en un cristal utilizando un método geométrico.



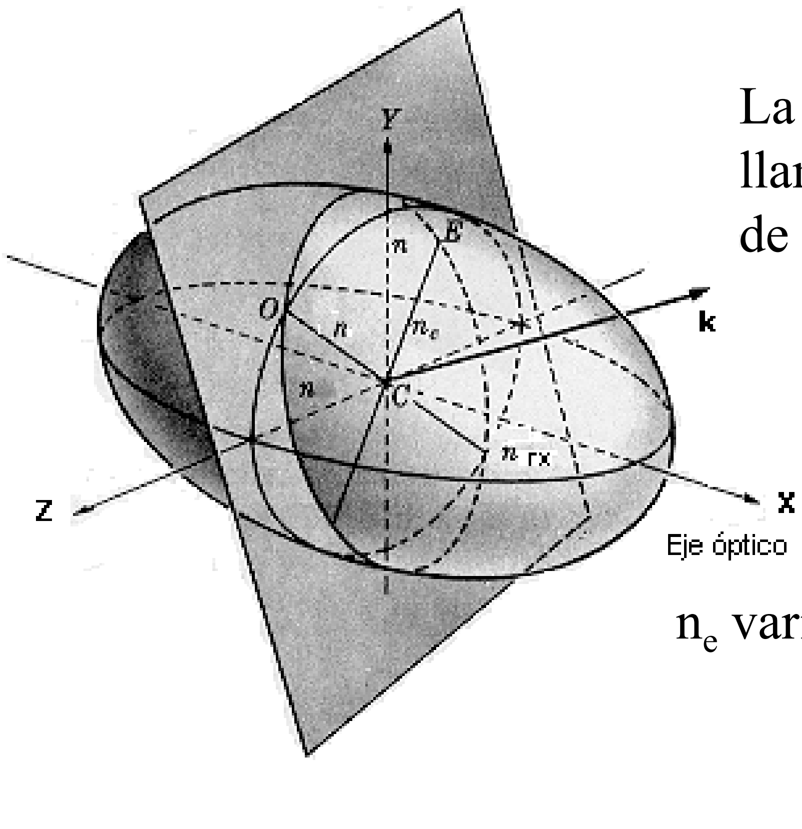
Las longitudes de los semiejes CA y CB dan los índices de refracción n_a y n_b para cada polarización y la velocidad de la luz con ambas polarizaciones será c/n_a y c/n_b.



Cristales uniáxicos: Dos de los tres índices de refracción principales son iguales. Ej: $n_{ry} = n_{rz} \neq n_{rx}$

$$n = n_{ry} = n_{rz} < n_{rx} \Rightarrow \text{Cristal positivo}$$

$$n = n_{ry} = n_{rz} > n_{rx} \Rightarrow \text{Cristal negativo}$$



La dirección de n_{rx}, se llama eje óptico y es un eje de simetría del cristal.

n_e varía entre n y n_{rx}

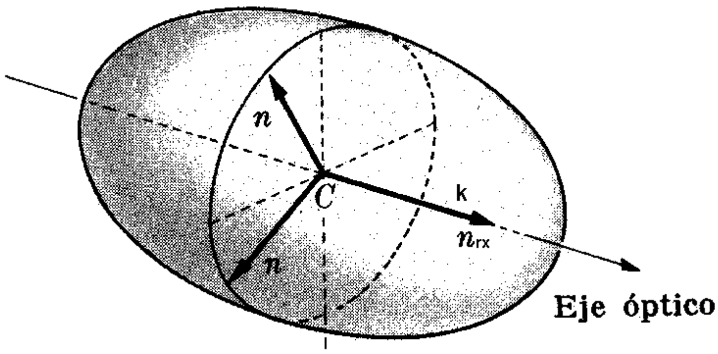
Podemos definir dos ondas: ordinaria y extraordinaria.

- Onda ordinaria: polarizada linealmente perpendicular al plano determinado por la dirección de propagación y el eje óptico y se propaga en todas las direcciones con la misma velocidad c/n.

- Onda extraordinaria: polarizada linealmente en el plano determinado por la dirección de propagación y el eje óptico; pero su velocidad v_e depende de la dirección de propagación, variando entre c/n y $v_x = c/n_{rx}$

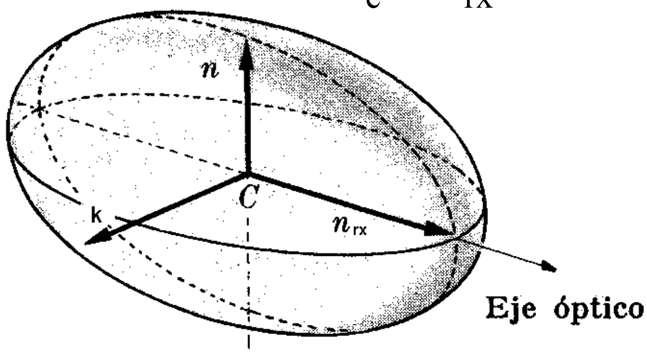
Casos especiales: Onda propagándose según el eje óptico (a) y perpendicularmente a éste (b):

$n_e = n$



(a)

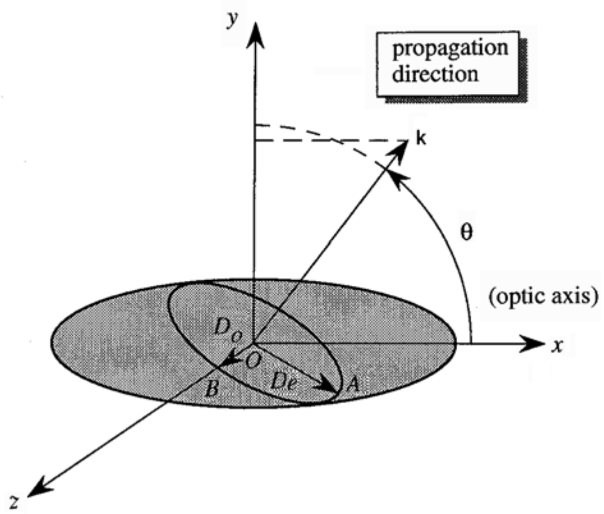
$n_e = n_{rx}$



(b)

Si la luz se propaga en una dirección diferente de la del eje óptico, se generará un desfase entre las dos polarizaciones pues la velocidad de propagación es diferente. Este retraso se aprovecha para diseñar dispositivos que modifiquen la polarización de la luz.

Para una onda propagándose en dirección k (en el plano x-y) con un ángulo θ con el eje óptico (x) del material:



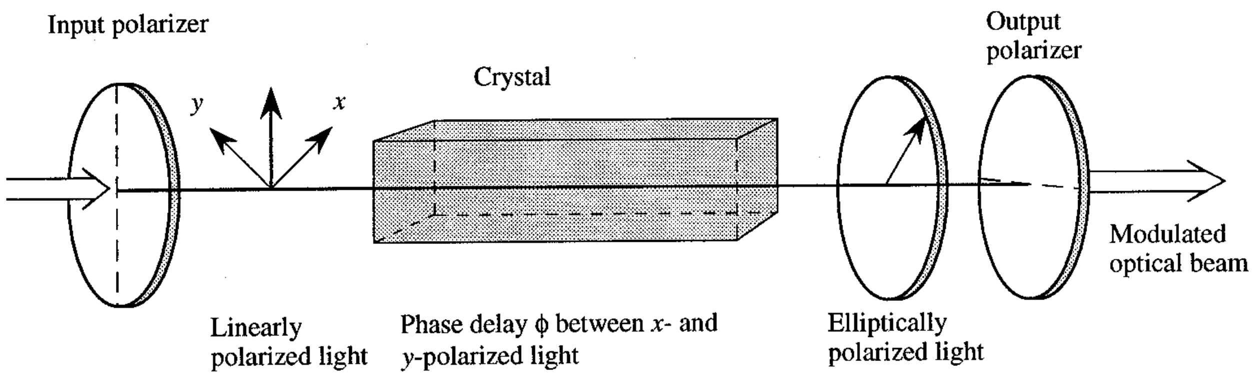
$$\frac{1}{n_e^2(\theta)} = \frac{\cos^2\theta}{n^2} + \frac{sin^2\theta}{n_{rx}^2}$$

Si θ = 0º ➔ ne(θ) = n

Si θ = π/2 ➔ ne(θ) = n_{rx}

Sustancias **biáxicas:** Tres índices de refracción diferentes ($n_{ry} \neq n_{rz}$, $n_{rx} \neq n_{rz}$ y $n_{rx} \neq n_{ry}$). Hay dos ejes ópticos.

B.2.6. Modulación de la luz por control de la polarización



$$\frac{I_{out}}{I_{in}} = sin^2\frac{\phi}{2}$$

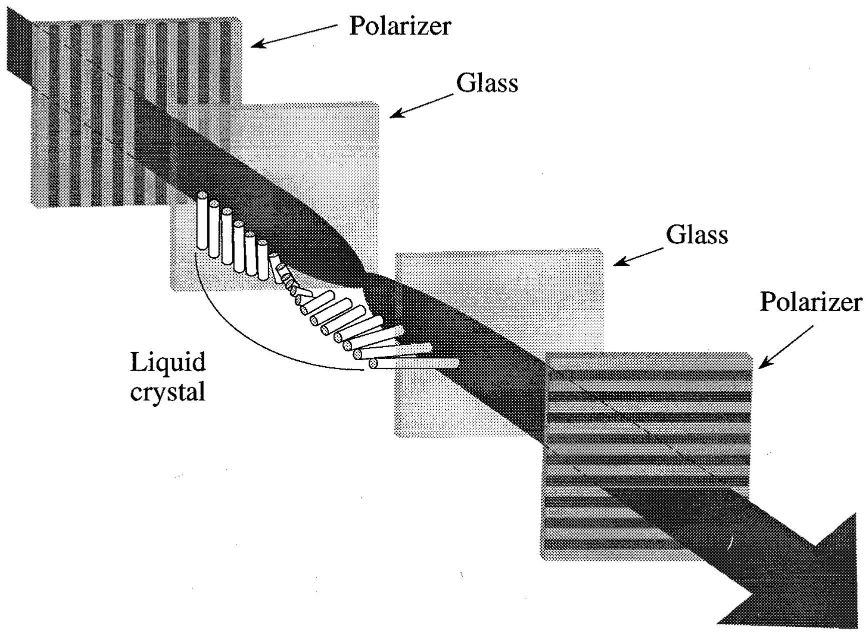
I: intensidad

ϕ: desfase entre componentes

Propiedades de modulación y polarización en un cristal nemático girado

2 efectos:

- es un cristal anisótropo uniáxico: se produce un desfase
- está girado: la polarización gira



Si la luz incidente está polarizada como una de las dos ondas, la extraordinaria o la ordinaria y el ángulo de giro es de 90º (o 270º) :

i) si el polarizador de entrada es paralelo al de la salida => I=0

ii) si el polarizador de entrada es perpendicular al de la salida => $I=I_{entrada}$

En el caso de que la luz esté polarizada como combinación de onda ordinaria y extraordinaria y para un giro de 90º, en realidad la transmitancia T vale:

$$T = \frac{sin^2\left(\frac{\pi}{2}\sqrt{1+\left(\frac{\phi}{\pi}\right)^2}\right)}{1+(\phi)^2}$$

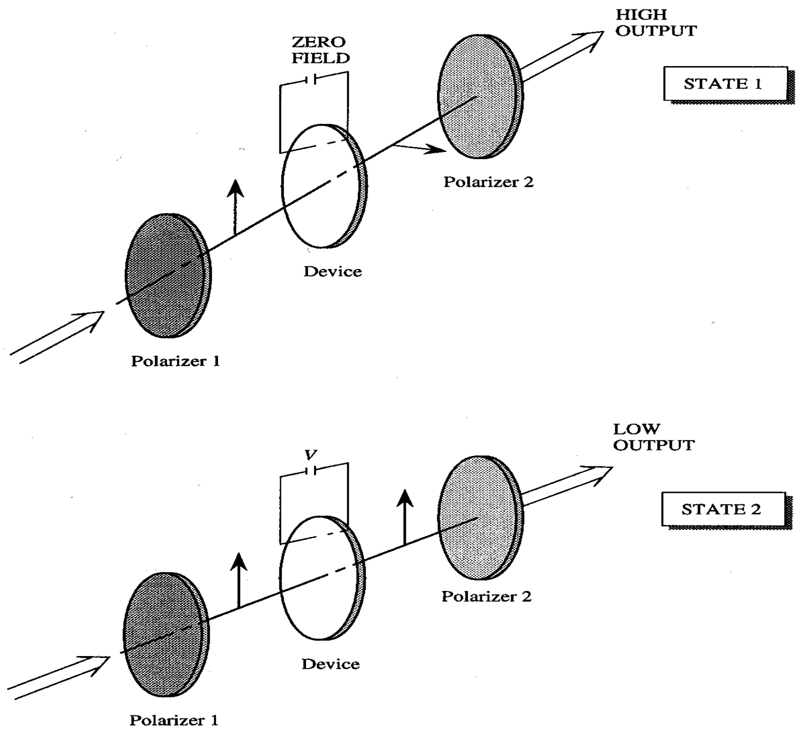
ϕ: desfase debido a la diferencia entre los índices de refracción n_{re} y n_{r0}

Mediante campos eléctricos se puede modificar el eje óptico del cristal líquido.

Efectos electro-ópticos en cristales

Al igual que en cristales líquidos se modifican los índices de refracción por medio de campos eléctricos.

Diferencia: se modulan las nubes electrónicas, no los átomos que están fijos.



Resumen

Ondas luminosas en un medio	•La ecuación de ondas describe las ondas electromagnéticas •La propagación de las ondas se describe por una constante dieléctrica compleja •La parte real del índice de refracción da la velocidad y la longitud de onda de la luz •La atenuación de la intensidad de la luz se describe por el coeficiente de absorción
Polarización de la luz	•La orientación del campo eléctrico y magnético con respecto a la dirección de propagación indica la polarización de la luz •En general, la luz está polarizada elípticamente; también puede estar polarizada linealmente y circularmente
Fórmulas de Fresnel para la reflexión y la refracción de la luz	•Las fórmulas nos dan la relación entre las amplitudes reflejadas y transmitidas. La relación es diferente para ondas polarizadas TE y TM.
Polarización de luz no polarizada por reflexión y refracción	•Como la relación entre amplitudes reflejadas y refractadas es diferente para un modo TE y un modo TM, luz no polarizada se polariza después de reflejarse o refractarse sobre una interfase. Con el ángulo de Brewster la luz reflejada es sólo TE.

Reflexión interna total

•Cuando la luz pasa de un medio más denso a uno menos denso, sufre una reflexión interna total si el ángulo de incidencia es mayor que el ángulo crítico. Una onda evanescente penetrará el medio menos denso.

Polarización de la luz en cristales

•En cristales uniáxicos, si la luz se propaga en dirección del eje óptico, puede estar polarizada en cualquier dirección perpendicular al dicho eje. Ahora para una dirección cualquiera la luz sólo puede estar polarizada a lo largo de los dos semiejes principales de la elipse resultante del corte del plano de propagación y el elipsoide que describe el cristal.

Propagación de ondas en cristales

•Los cristales son anisótropos y la luz se propaga con el campo eléctrico polarizada en una dirección determinada. La velocidad de la luz polarizada en dos direcciones es diferente. Se desarrolla una diferencia de fase entre la luz polarizada de dos formas diferentes

Modulación de luz controlando la polarización

•En general la luz propagándose en un cristal tiene diferentes velocidades para diferentes polarizaciones. Si se puede modificar el índice de refracción para una polarización, entonces podemos modular la intensidad de la luz de salida.

Modulación de la luz mediante cristales líquidos

•La dirección de polarización de la luz en cristales líquidos se pude modificar girando el cristal líquido. Utilizando polarizadores se puede aprovechar este efecto para modular la luz.