RENTABILIDAD Y RIESGO DE CARTERAS Y ACTIVOS

TEMA 3- II

FUNDAMENTOS DE DIRECCIÓN FINANCIERA

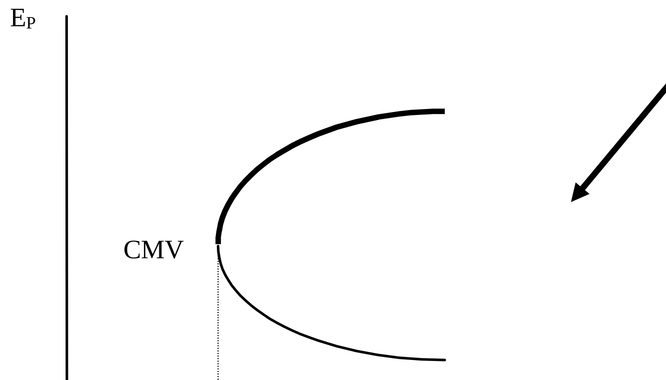
Etapas del Modelo de Markowitz

I. DETERMINACIÓN DEL CONJUNTO DE POSIBILIDADES DE INVERSIÓN

- Se analiza el conjunto de activos que se negocian en el mercado
- Se estima la rentabilidad esperada y riesgo, medido por:
  1) la varianza o desviación típica, de cada título
  2) las correspondientes covarianzas con el resto de títulos y carteras que se puedan formar

Si se pudiese determinar la esperanza y varianza de la rentabilidad de todos los títulos que se negocian en el mercado, se podrían representar gráficamente en los ejes de coordenadas media-desviación típica

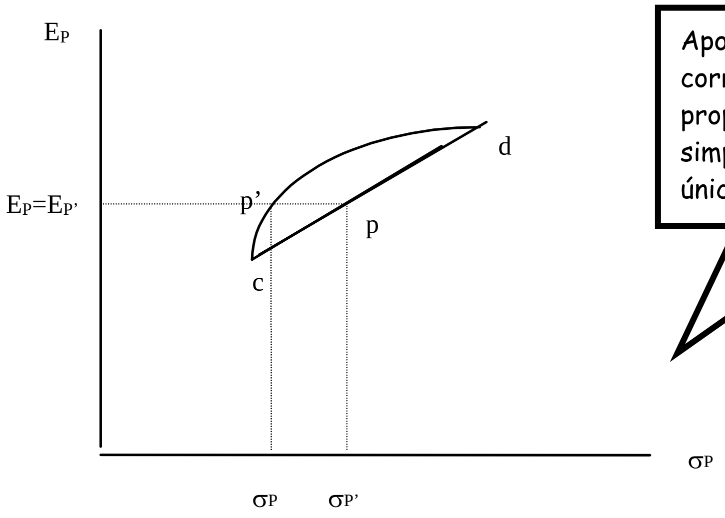
Conjunto de posibilidades de inversión



Se obtendrá una nube de puntos que representa el conjunto de posibilidades de inversión que viene dado por el mercado
Las posibles carteras cubrirán por entero alguna región del espacio E_P-σ_P, y esta región será convexa

Convexidad del conjunto posible.

La región definida por el conjunto de oportunidades de inversión es convexa respecto al sentido positivo del eje de ordenadas.



Apoyándonos en el coeficiente de correlación se demuestra esta propiedad, para el caso más simplificado: la existencia de dos únicos activos.

Se constituye una cartera (p) mediante la combinación de dos activos financieros (activos individuales o carteras) (c,d) en el ejemplo.

A continuación se demuestra que cualquier combinación realizada con estas carteras estará en la línea que los une o por encima de ella.

x_c = proporción del presupuesto de inversión que el individuo va a invertir en el activo c

$(1-x_c)$ = proporción de dicho presupuesto que va a invertir en el activo d

$\tilde{R}_p$ = la rentabilidad de la cartera, definida por: $\tilde{R}_p = x_c\tilde{R}_c + (1-x_c)\tilde{R}_d$ (variable aleatoria)

$\tilde{R}_c$ **y** $\tilde{R}_d$ = rendimientos de los correspondientes activos

Rentabilidad esperada de la combinación

$$E(\tilde{R}_p) = x_c E(\tilde{R}_c) + (1-x_c)E(\tilde{R}_d)$$

Si la correlación entre $\tilde{R}_c$ y $\tilde{R}_d$ es perfecta y positiva

$$\rho_{c,d} = \frac{cov(\tilde{R}_c,\tilde{R}_d)}{\sigma(\tilde{R}_c).\sigma(\tilde{R}_d)} = 1$$

Luego: $\sigma_p^2 = x_c^2 \cdot \sigma_c^2 + (1-x_c)^2\sigma_d^2 + 2x_c(1-x_c)\sigma_c\sigma_d$

Y la varianza de la cartera será: $\sigma^2(\tilde{R}_p) = \left[x_c.\sigma(\tilde{R}_c) + (1-x_c).\sigma(\tilde{R}_d)\right]^2$

Y desviación típica de Rp: $\sigma(\tilde{R}_p) = x_c.\sigma(\tilde{R}_c) + (1-x_c).\sigma(\tilde{R}_d)$

Cuando el coeficiente de correlación entre rentabilidad de los activos c y d es la unidad, las combinaciones de dichos activos se sitúan sobre una línea recta

Si esto se cumple, la pendiente de la línea que une los puntos c y d será constante viendo definida por:

$$Pte._{c,d} = \frac{\frac{\partial E(\tilde{R}_p)}{\partial x_c}}{\frac{\partial \sigma(\tilde{R}_p)}{\partial x_c}} = \frac{E(\tilde{R}_c) - E(\tilde{R}_d)}{\sigma(\tilde{R}_c) - \sigma(\tilde{R}_d)} = cte.$$

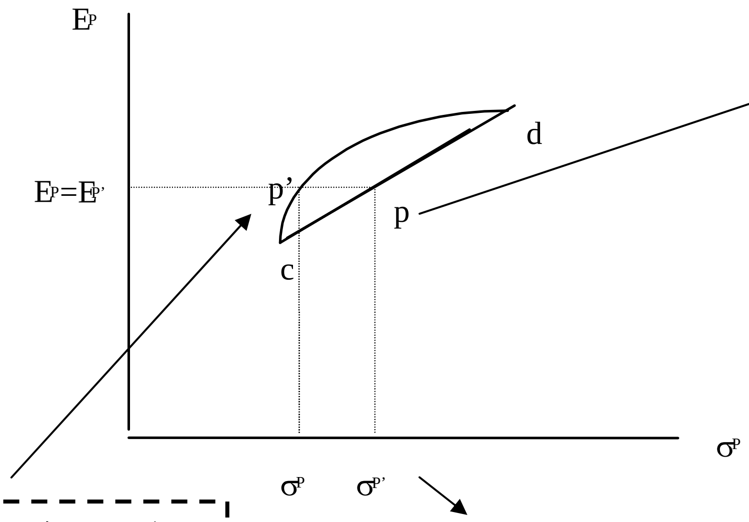
La pendiente es constante, lo que implica que los puntos c y d, cuando $\rho_{c,d} = 1$, están unidos por una línea recta

Queda demostrado que cualquier combinación realizada con dos activos cualesquiera cuya correlación sea perfecta y positiva se situará sobre una línea recta

Si la correlación es menos que perfecta (si bien positiva):

- la desviación estándar σp es menor que cuando $\rho_{c,d} = 1$ (para un rendimiento $E(\tilde{R}_p)$ dado)
- la variabilidad σp correspondiente es menor que en el caso anterior, por lo que la frontera eficiente se sitúa por encima de la recta cd, como se indica en el gráfico

p representa el caso de la cartera formada por los activos c y d cuya correlación es perfecta y positiva



p' representa la segunda situación comentada, es decir, la de una cartera formada por dos activos cuya correlación es positiva pero no perfecta

Si el coeficiente de correlación fuera negativo, para un rendimiento dado la variabilidad sería aún menor que en el caso anterior y, en consecuencia, la curva representativa de la frontera eficiente sería más cerrada, es decir, en general, conforme disminuye ρ, la curvatura será mayor

Si en lugar de dos activos se toman 3 activos (1,2, y 3) las combinaciones posibles serían:

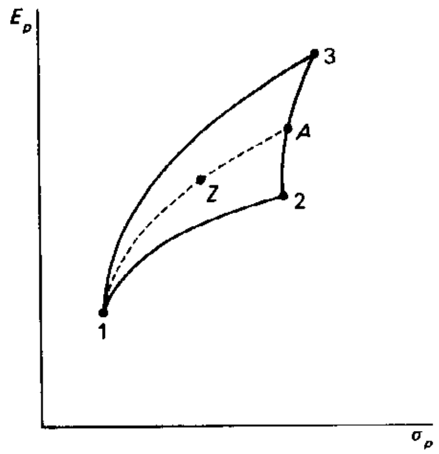
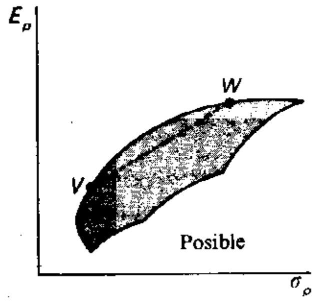


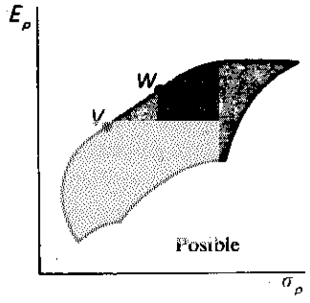
FIGURA 4.4

Las posibles combinaciones estarían entre 1 y 2, 2 y 3, y 1 y 3, y los puntos que quedan dentro representan combinaciones que se pueden realizar con del activo 1 y las carteras formadas por 2 y 3.

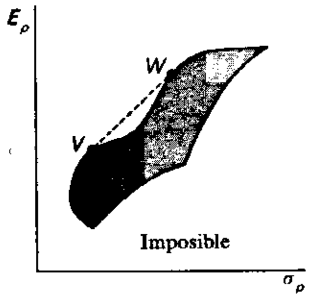
Las formas del conjunto posible podrán ser variadas pero siempre convexas es decir:



a)



b)



c)

pues las combinaciones de v y w se situarán siempre en la línea que las une o por encima, pero nunca por debajo.

NOTA: Se puede usar para representar el conjunto posible la varianza en lugar de la desviación típica, el resultado sería similar pero la curvatura sería mayor.

II. Determinación de la Frontera Eficiente.

Determinado el conjunto posible

El inversor debe buscar la combinación rendimiento-riesgo que maximice su utilidad esperada

El conjunto de posibles carteras que se pueden formar tomando posiciones largas y cortas en los distintos activos es elevado y ocupa numerosos puntos en el plano esperanza-desviación típica (conjunto de oportunidades del inversor)

Comportamiento del inversor

Dado un determinado nivel de riesgo se preferirán aquellas carteras de máximo rendimiento esperado.

Dado un determinado nivel de rendimiento esperado se preferirán aquellas de mínimo riesgo

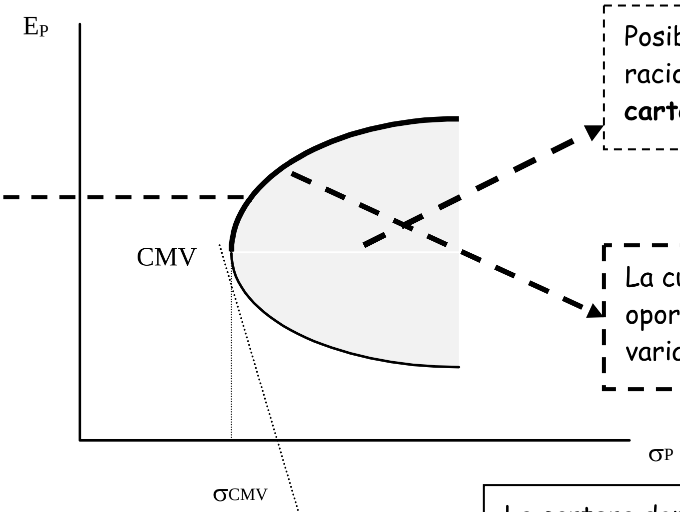
Inversor racional y adverso al riesgo

Sólo desearán invertir en las denominadas carteras eficientes

Carteras eficientes: Aquéllas que proporcionan una rentabilidad esperada máxima para un nivel dado de variabilidad o riesgo.
O bien, aquéllas que presentan un nivel de variabilidad mínimo para una determinada rentabilidad esperada.

Conjunto de carteras eficientes se le llama "**frontera eficiente**"

Dado un nivel de rendimiento esperado, la cartera situada en el conjunto de mínima varianza tiene el mínimo riesgo, para ese rendimiento del conjunto posible.



Posibilidades de elección del inversor racional se limitan al **conjunto de carteras eficientes**

La curva que limita el conjunto de de oportunidades (conjunto de mínima varianza)

La cartera <u>donde empieza la frontera eficiente</u> dentro del conjunto de mínima varianza, es la **cartera de mínima varianza global**

El conjunto de mínima varianza se parte en dos mitades.

Las **carteras más deseables** por el inversor se representan en la **mitad superior** (**conjunto eficiente o frontera eficiente**), se caracterizan porque son <u>carteras que dado un nivel de riesgo</u>, <u>poseen el rendimiento esperado más alto</u>.

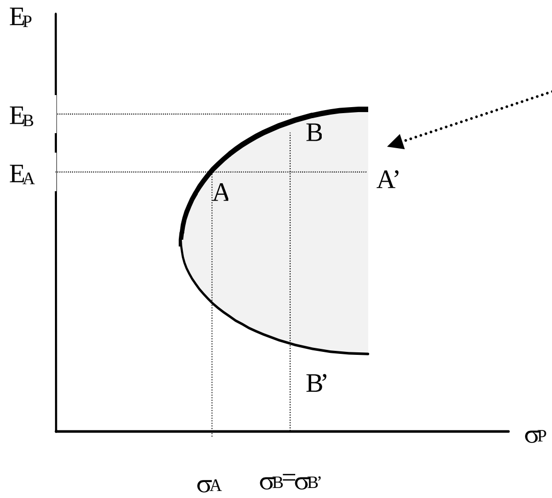
Obtención de la frontera eficiente

1) Fijando los niveles de riesgo, medido por la varianza o desviación típica, se determina para cada uno de ellos, la cartera que proporcione la máxima rentabilidad esperada.

2) Especificando los valores que puede alcanzar la esperanza de rentabilidad, para cada uno de los cuales se determinará la cartera de menor riesgo o variabilidad.

Se seleccionan dos métodos:
- <u>uno gráfico de tipo intuitivo</u>
- <u>analítico</u>

ANÁLISIS GRÁFICO DE TIPO INTUITIVO.



Si la rentabilidad que espera alcanzar el inversor es $E(A)$, existirán infinitas carteras (el segmento A,A').

Sólo podrá considerarse eficiente aquélla que posea el menor riesgo: A

Posibilidades de inversión

El inversor, adverso al riesgo, seleccionará la cartera que le permita alcanzar el objetivo de maximización de su función de utilidad esperada

Si el nivel de riesgo que desea soportar el inversor es σ_B

Existirán infinitas carteras (el segmento BB') que poseerán dicho nivel de riesgo

Sólo se podrá considerar eficiente aquélla que proporcione la mayor rentabilidad esperada (la cartera B)

DETERMINACIÓN ANALÍTICA DE LA FRONTERA EFICIENTE.

Objetivo

Determinar las $x_1, x_2, \dots, x_n$, que componen las carteras de la frontera eficiente.
(El análisis de carteras implica un problema de optimización con una función objetivo a maximizar o minimizar y unas restricciones)

Resolución

Fijada la varianza de la rentabilidad, repartir el presupuesto de inversión entre los títulos cuya combinación proporcione la máxima esperanza

$$\text{Max.}E(\tilde{R}_p) = \sum_{i=1}^{n} x_i E(\tilde{R}_i)$$

$\text{s.a.}: \sigma^2(\tilde{R}_p) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i x_j \sigma_{i,j} = V^*$ (Restricción aparecen términos cuadráticos, además, el parámetro V*[1], que representa el valor de la varianza, puede tomar distintos valores (el problema cae dentro de la programación cuadrática y paramétrica, se fija el nivel de riesgo o variabilidad que se desea soportar)

$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$ (Restricción es presupuestaria, indica que la cantidad total invertida debe coincidir con el presupuesto de inversión)

OBSERVACIÓN: A fin de obtener una combinación, se fija un valor de V*, y se resuelve, repitiendo con otro valor de V*, para obtener otra combinación, y así sucesivamente se obtiene la frontera eficiente

Solución de este problema consiste, en encontrar la combinación de valores xi que, proporciona la máxima esperanza de rentabilidad para cada valor V* asignado a la varianza

Alternativa

La Frontera eficiente también puede ser obtenida resolviendo el programa cuadrático paramétrico:

$$\text{Min.}\,\sigma^2(\tilde{R}_p) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i x_j \sigma_{i,j}$$

El programa es cuadrático porque en la función objetivo aparecen términos cuadráticos

$\text{s.a.}: E(\tilde{R}_p) = \sum_{i=1}^{n} x_i E(\tilde{R}_i) = E^*$ (Restricción paramétrica, al poder variar el valor del parámetro E*, esperanza matemática de la rentabilidad de la cartera, el programa se denomina paramétrico), En esta restricción se fija el nivel de rentabilidad que el inversor espera obtener.

$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$ (Restricción es presupuestaria)

Solución al problema permite determinar la clase de activos en los que el inversor debe invertir y en qué proporciones (x_i), de modo que cada uno de los valores que adopte la rentabilidad esperada E*, posea el mínimo riesgo

Observación: en los anteriores programas no se ha incluido la restricción de no negatividad de las variables x_i ($x_i \geq 0$).

Supone que en la solución del problema dichas variables pueden adoptar valores positivos, nulos o negativos.

1) Si $x_i>0$, el título i entra a formar parte de la cartera, es decir, debe comprarse; y, la proporción del presupuesto de inversión que se destinará a la adquisición del mismo será el valor que adopte x_i.

2) Si $x_i=0$, el título i no entrará en la cartera del inversor.

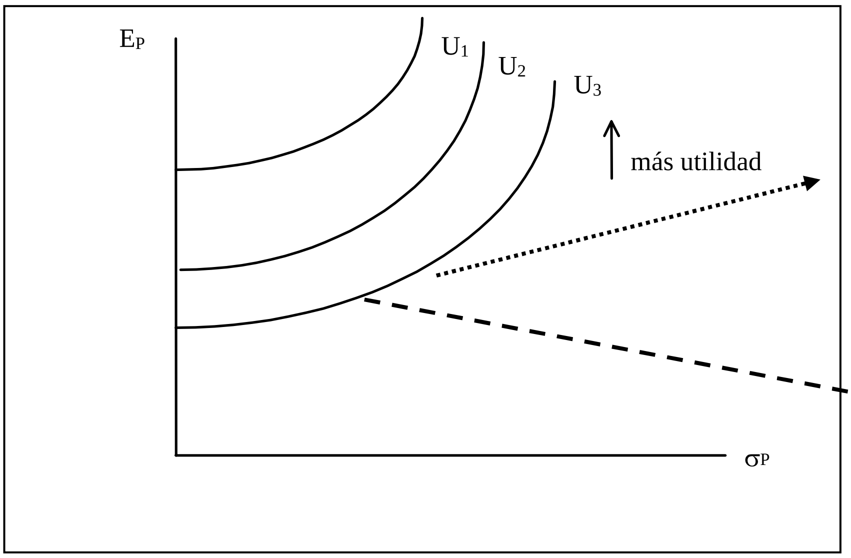
3) Si $x_i<0$ significa que se deberá vender al descubierto el título i, en la proporción x_i, o lo que es lo mismo, que deberán tomarse posiciones a corto en dicho título.

Conclusión

Si se resuelve uno de los problemas cuadráticos paramétricos indicados dando todos los valores posibles a la varianza o a la rentabilidad esperada de la cartera, respectivamente, obtendremos el <u>conjunto de combinaciones eficientes</u>

III. Especificación de las preferencias del decisor mediante sus curvas de indiferencia entre Rentabilidad y Riesgo

El inversor seleccionará de entre las carteras eficientes, la que mejor responda a sus preferencias



Cada curva de indiferencia representa combinaciones entre los pares rentabilidad y riesgo que proporcionan idéntica satisfacción o utilidad

Las características de un inversor racional, implican un mapa de curvas de indiferencia, que son crecientes y cóncavas en relación con el sentido positivo del eje de ordenadas

IV. Determinación de la Cartera Óptima

Problema individual que depende de las preferencias del inversor, que son distintas para cada uno

En esta etapa, el inversor decidirá, de entre el conjunto de carteras eficientes, en cual invertirá

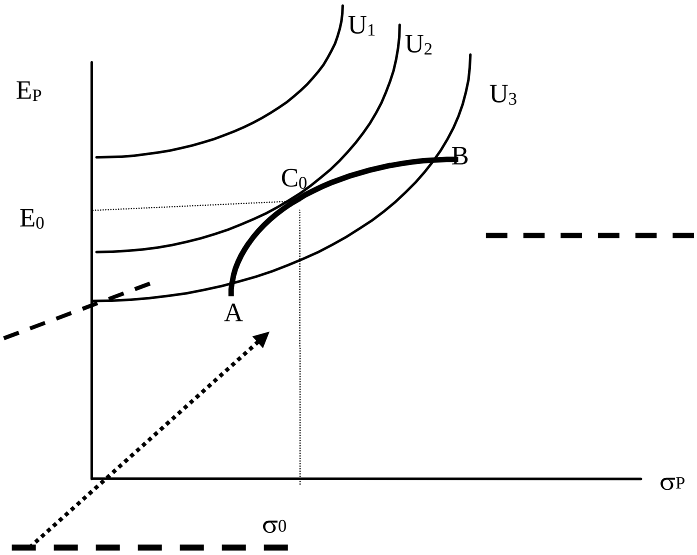
El inversor elegirá entre las carteras eficientes la que se adecue a sus preferencias que será la que maximice su utilidad esperada

Conocida la frontera eficiente y el mapa de curvas de indiferencia del inversor se está en condiciones de resolver este problema

Figura

Determinación de la cartera óptima

Los activos A y B son indiferentes proporcionan idéntica utilidad.
La utilidad de Co es mayor, por situarse en una curva de indiferencia superior.
Co será preferido a A y B



Por superposición de la frontera eficiente y las curvas de indiferencia del inversor, se puede determinar cual es la cartera óptima

La cartera óptima viene definida por el punto Co
Se corresponde con el punto de tangencia entre la frontera eficiente y el mapa de curvas de indiferencia **Solución a la Teoría de Cartera de Markowitz**.

- **VENTAJAS DE LA DIVERSIFICACIÓN: DIVERSIFICACIÓN EFICIENTE VERSUS DIVERSIFICACIÓN INGENUA.**

Búsqueda de carteras o combinaciones eficientes de títulos

Una cartera es eficiente cuando para una determinada varianza o desviación típica proporciona la máxima rentabilidad esperada, o cuando para un rendimiento esperado dado posee la mínima variabilidad

Cuando un activo se mantiene dentro de una cartera lo importante no es su riesgo total sino el modo en que afecta al riesgo de la cartera.
El riesgo total de una cartera es inferior o igual a la suma ponderada de los riesgos de los activos que la constituyen (se puede reducir el riesgo manteniendo en lugar de activos individuales carteras diversificadas)

Se puede gestionar el riesgo de una cartera combinando adecuadamente los activos existentes en el mercado.
Sin que disminuir la rentabilidad se pueden combinar los títulos del mercado con el fin de reducir el riesgo de la cartera.

<u>Propuesta de Markowitz</u>: DIVERSIFICACIÓN EFICIENTE
(componer carteras eficientes de manera que se elimina el máximo riesgo posible)

<u>Cuestión Previa:</u>
Para poder obtener el conjunto de carteras eficientes es necesario analizar previamente los títulos
Conocer para cada título su rentabilidad esperada, su variabilidad y el conjunto de covarianzas con el resto de títulos de la cartera

¿Qué ocurre cuando el inversor no dispone de dicha información sobre los títulos, o bien, cuando disponer de ella requiere un proceso demasiado costoso?

Procedimiento

Analizar si existe la posibilidad de que el inversor reduzca su riesgo colocando su riqueza en diversos títulos seleccionados al azar

Conocer si existe alguna relación entre el riesgo de la cartera y el número de títulos que la componen

Respuesta: Dispersión del riesgo:
"DIVERSIFICACIÓN INGENUA"

La "diversificación en el sentido de Markowitz o eficiente" difiere de la "diversificación ingenua"

(Se trata de analizar, desconociendo las características de los títulos, cómo se va modificando el riesgo al aumentar el número de activos que de forma aleatoria entran a formar parte de la cartera)

Cuestión

¿Cómo se ve afectada la varianza de una cartera cuando se incrementa el número de activos que la componen?
(al ir aumentando el número de activos que forman parte de la cartera, su varianza disminuye y se aproxima a la covarianza media)

Para ello vamos a partir de la siguiente expresión que define la **varianza** de una cartera:

$$\sigma^2(\tilde{R}_p) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 . \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i x_j \sigma_{i,j} \quad i \neq j$$

Sabemos que la varianza de esta cartera ($\tilde{R}_p$) compuesta de "N" activos consta de N varianzas (la de todos los títulos) y N(N -1) covarianzas (la de cada uno de los activos en relación con todos los demás)

Vamos a suponer ahora que la cartera p está formada por N clases de activos, en cada uno de los cuales se invierte la misma proporción de la riqueza, es decir, 1/N. En este caso, haciendo x = 1/N en la expresión anterior, la variabilidad de la cartera vendrá dada por:

$$\sigma^2(\tilde{R}_p) = \frac{1}{N^2}\sum_{i=1}^{n}\sigma_i^2 + \frac{1}{N^2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sigma_{i,j} \quad i \neq j$$

Supongamos que $\overline{V}$ es la varianza media de los N activos que componen la cartera, y que $\overline{\sigma}_{ij}$, es la covarianza media de la N(N-1) covarianzas que hay, es decir:

$$\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n}\sigma_i^2 = \overline{V} \Rightarrow \sum_{i=1}^{n}\sigma_i^2 = \overline{V}\cdot N$$

$$\frac{1}{N(N-1)}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sigma_{ij} = \overline{\sigma}_{ij}; i \neq j \Rightarrow \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sigma_{ij} = \overline{\sigma}_{ij}N(N-1)$$

Sustituyendo en la expresión de la varianza de la cartera:

$$\sigma^2(\tilde{R}_p) = \frac{1}{N^2}\overline{V}\cdot N + \frac{1}{N^2}N(N-1)\cdot\overline{\sigma}_{i,j} = \frac{1}{N}\overline{V} + \frac{N^2-N}{N^2}\cdot\overline{\sigma}_{i,j} = \frac{1}{N}\overline{V} + \overline{\sigma}_{i,j} - \frac{1}{N}\cdot\overline{\sigma}_{i,j}$$

Si calculamos el límite de la expresión anterior cuando N tiende a infinito, el primer y el último sumando tenderán a cero, y por tanto la expresión tenderá a la covarianza media:

$$\lim_{N \to \infty}\sigma_P^2 = \overline{\sigma}_{ij}$$

Cuanto mayor sea el número de activos que componen la cartera menor será el riesgo de la misma, pero el riesgo se reduce hasta un límite, siempre hay una porción de riesgo debida a la covarianza entre los activos que no se puede eliminar

El riesgo que incorpora un activo a la cartera dependerá, única y exclusivamente de su correlación o covarianza con el resto de títulos que formen parte de la cartera y no de su riesgo individual o específico medido por su varianza, que se puede eliminar con tan sólo incrementar el número de títulos suficientemente

Son pocos los títulos que se correlacionan negativamente entre sí

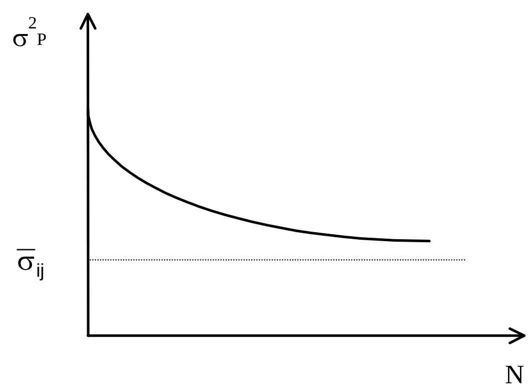
No existen títulos cuya correlación sea perfecta y negativa

EL RIESGO NUNCA PODRÁ SER TOTALMENTE ELIMINADO
(con independencia del tamaño de la cartera)

Lo deseable → Conocer es el número de títulos de clase diferente necesarios para conseguir una diversificación suficiente

Contrastación Empírica → no tiene mucho sentido formar carteras cuyo volumen de títulos supere 10 ó 15 clases de títulos distintos, ya que, el beneficio de la diversificación que se consigue introduciendo más de 10 ó 15 títulos diferentes, que es mínimo, no se vería compensado con los costes de transacción y administración a los que se debería hacer frente

Gráficamente:



INTRODUCCIÓN DEL ACTIVO LIBRE DE RIESGO

En el modelo de Markowitz se supone que los inversores sólo pueden invertir en **n** activos arriesgados y, por ello, a pesar de que considera que el mercado de capitales es perfecto no contempla la existencia del activo libre de riesgo

Una extensión del modelo de Markowitz es la planteada por J. TOBIN (1958) desarrollada, posteriormente, por W.F. SHARPE (1964) y J. LINTNER (1965), con un planteamiento diferente

PLANTEAMIENTO

Añadir la hipótesis de la existencia de una tasa libre de riesgo a la cual se puede prestar o pedir prestado cualquier cantidad de dinero
(El inversor puede no sólo invertir todo su presupuesto en activos arriesgados, sino también destinar parte del mismo a la compra del activo sin riesgo o cederla en préstamo al tipo de interés sin riesgo, teniendo la posibilidad de invertir en activos con riesgo una cantidad superior al presupuesto de inversión disponible, endeudándose para financiar la diferencia)

OBSERVACIÓN

Todo individuo tiene una capacidad de crédito limitada y además, el tipo de interés que ha de pagar cuando se endeuda, normalmente, es superior al que le pagan por la colocación de sus ahorros

HIPÓTESIS

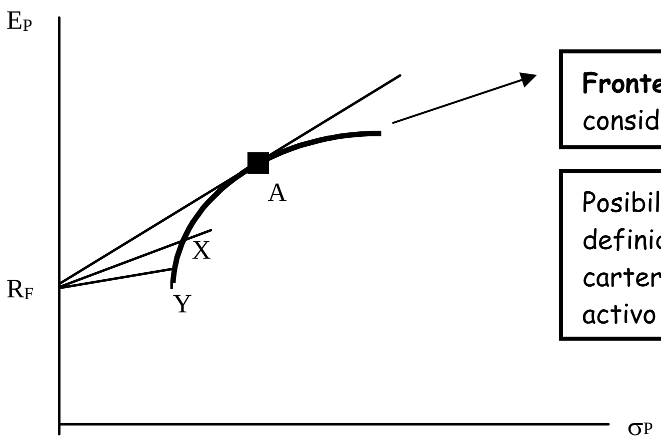
Certeza del resultado que se obtiene si se invierte en el título libre de riesgo (R_F) o el coste que supone endeudarse en dicho activo
(Por lo tanto, su rentabilidad esperada es constante, R_F , y su desviación típica y sus covarianzas con el resto de activos y carteras que se negocian en el mercado, <u>son nulas)</u>

Simplifica el problema de selección de carteras
La curva de carteras eficientes del modelo de Markowitz se transforma en una recta
El inversor puede colocar todo su presupuesto de inversión en el activo sin riesgo o en el activo arriesgado
O puede invertir en cualquier combinación entre el título libre de riesgo y las o carteras eficientes (carteras mixtas)

Conocidas la rentabilidad esperada y la desviación típica de las carteras mixtas podemos determinar el conjunto de posibilidades de inversión, así como la frontera eficiente en este nuevo contexto, que es lo que pasaremos a hacer.

- **LA INTRODUCCIÓN DEL ACTIVO LIBRE RIESGO: EL NUEVO CONJUNTO POSIBLE Y LA NUEVA FRONTERA EFICIENTE.**

R_F representa la rentabilidad-riesgo del activo libre de riesgo



Frontera eficiente cuando no se considera el título sin riesgo

Posibilidades de inversión quedan definidas por el conjunto de carteras con riesgo eficiente y el activo libre de riesgo

El inversor puede situarse el la recta que une el activo libre de riesgo con cualquier punto de la cartera eficiente

Las combinaciones entre el activo libre de riesgo y una carera arriesgada de la frontera eficiente hacen ineficientes a las que están por debajo

El inversor es racional y adverso al riesgo

Siempre invertirá en alguna cartera mixta, o combinación de activos arriesgados y del activo libre de riesgo (recta R_F-A), nueva y definitiva **frontera eficiente**

Consecuencias

1-Volverá ineficientes todas las combinaciones que se efectúen con el activo libre de riesgo y cualquier cartera de la antigua frontera eficiente, porque quedará por debajo de ella

2-Es imposible, con el conjunto de títulos que se negocian en el mercado, situarse por encima de la nueva frontera

Conclusiones

Las carteras situadas sobre la recta R_F-A proporcionan la máxima rentabilidad esperada para cada nivel de riesgo.

Para un determinado nivel de rentabilidad, dichas combinaciones ofrecen el mínimo riesgo (combinaciones entre R_F y la cartera A, **cartera tangente**).

Estas combinaciones dejan ineficientes a las carteras situadas en la frontera eficiente anterior, por lo que es la nueva frontera eficiente de la nueva frontera

La nueva frontera eficiente es una línea recta que parte de R_F y es tangente a la anterior frontera eficiente

Al considerar el activo libre de riesgo, la frontera eficiente se transforma en una línea recta, que parte del punto $\mathbf{R_f}$ y es tangente a la frontera eficiente obtenida sin introducir el título sin riesgo
El punto de tangencia define la cartera eficiente de activos con riesgo A en que invertirá el decisor
El inversor repartirá su presupuesto entre la cartera arriesgada A y el activo sin riesgo

Rentabilidad de las carteras mixtas

$$\tilde{R}_p = x\tilde{R}_A + (1-x)R_f$$

$\tilde{R}_A$ = rentabilidad de la cartera de activos con riesgo
x = la proporción invertida en la cartera de activos arriesgados A
(1-x) = la proporción que se invierte en el activo libre de riesgo

Cuando x<1, se está prestando a la tasa de interés libre de riesgo y en la frontera eficiente nos situaremos a la izquierda de A

Si x>1, se está pidiendo prestado a la tasa de interés libre de riesgo y nos situaremos a la derecha del punto A

La rentabilidad esperada de dicha cartera mixta vendrá dada por:
$$E(\tilde{R}_p) = xE(\tilde{R}_A) + (1-x)R_f$$

La desviación típica de la rentabilidad de dicha cartera llegaremos a la siguiente expresión:
$$\sigma(\tilde{R}_p) = x\sigma(\tilde{R}_A)$$

La ecuación de la recta que pasa por el punto Rf y por la cartera o activo con riesgo A:

$$E(\tilde{R}_p) = R_f + \frac{E(\tilde{R}_A) - R_f}{\sigma(\tilde{R}_A)}.\sigma(\tilde{R}_p)$$

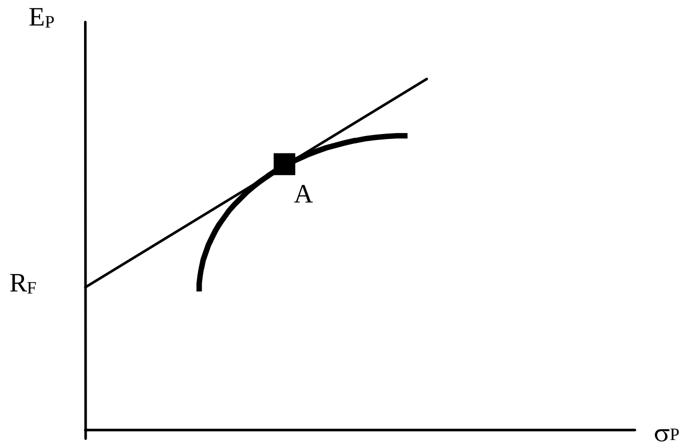
Esta expresión muestra la relación lineal entre la rentabilidad y el riesgo que se verifica para todas y cada una de las carteras eficientes

Cartera óptima

Se corresponderá con aquélla que proporcione el par rentabilidad esperada-desviación típica localizado en el punto de tangencia entre la nueva frontera eficiente y el mapa de curvas de indiferencia de cada inversor

Ventajas del modelo de Markowitz cuando existe la posibilidad de prestar y pedir prestada cualquier cantidad de dinero al tipo de interés sin riesgo

La comparación de la frontera eficiente antes y después de introducir el activo libre de riesgo.



1. Al introducirse el activo libre de riesgo el inversor puede acceder a otras oportunidades de inversión que anteriormente eran inalcanzables

2. Como la frontera eficiente se sitúa por encima de la anterior (sin considerar el título sin riesgo), el inversor puede obtener una mayor rentabilidad esperada para cada nivel de riesgo. (únicamente no ocurre si se invierte la totalidad de su presupuesto de inversión en la cartera arriesgada A (x=1)).

3. La frontera eficiente se transforma en una relación lineal