

APELLIDOS: _____ NOMBRE _____

1. (*) Comprueba que el problema siguiente cumple las hipótesis del teorema de Weierstrass:

$$\begin{array}{ll} \text{Max.} & 3x + 2yz \\ \text{s.a} & x^2 - y^2 + z \leq 2 \\ & x^2 + 5y \leq 100 \\ & y + 2z \leq 30 \\ & x + y + z \geq 1 \\ & y, z \geq 0 \end{array}$$

RESPUESTA:

- (a) La _____ es _____.

Justificación: Porque...

- (b) El _____ es _____, es decir, _____ y _____.

Justificación:

- (c) El _____ es no _____.

Justificación:

2. (0.5 ptos.) Por lo tanto, el teorema de Weierstrass nos asegura que:

3. (*) Estudia si $(1, 1, 1)$ es una solución infactible, factible interior o factible de frontera del problema anterior. Según del tipo que sea, pon ejemplos de soluciones de los otros dos tipos y comprueba que son del tipo que afirmas.

4. (*) Estudia si el problema siguiente cumple las hipótesis del teorema local-global con objetivo de maximizar y/o minimizar.

$$\begin{array}{ll} \text{Opt.} & -x^2 - y^2 + z^2 + 4xy + 2yz \\ \text{s.a} & x^2 + 2y^2 - 5z \leq 100 \\ & 3x - y - z \geq 1 \\ & x, y, z \geq 0 \end{array}$$

Respuesta:

- (a) El _____ tiene que ser _____.

Haz las comprobaciones en otra hoja y marca la conclusión: Sí lo es, No lo es.

- (b) La _____ tiene que ser _____ para el objetivo de _____
y _____ para el objetivo de _____.

Haz las comprobaciones en otra hoja y marca la conclusión:

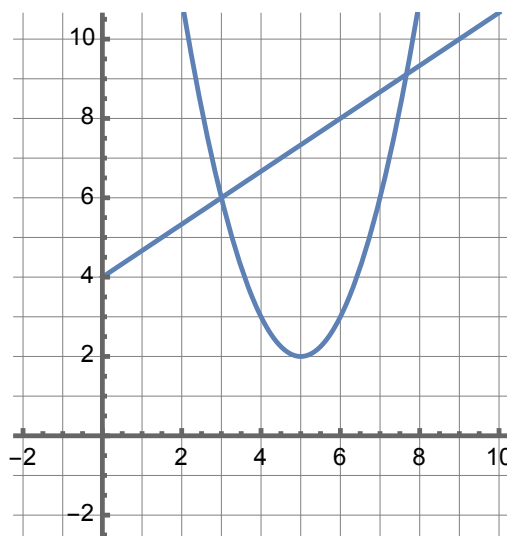
Se cumple para maximizar, Se cumple para minimizar, No se cumple para ninguno.

5. **(2 ptos.)** Resuelve gráficamente (en esta misma hoja) el problema siguiente representando todo lo necesario, incluyendo las curvas de nivel óptimas.

$$\begin{aligned} \text{Opt. } & 3x + 6y \\ \text{s.a } & x^2 + y^2 \geq 9 \\ & y \leq x^2 - 10x + 27 \\ & 3y - 2x \leq 12 \\ & x, y \geq 0 \end{aligned}$$

6. Considera el problema siguiente:

$$\begin{aligned} \text{Max } & 3x + 6y + 5z \\ \text{s.a } & x + 3y + z \geq 50 \\ & x + 3y \leq 1 \\ & z \leq 2 \\ & x, y, z \geq 0 \end{aligned}$$



- (a) **(0.5 ptos.)** ¿Es de programación lineal?
 Sí, No, ¿por qué?
- (b) **(0.5 ptos.)** ¿Es de programación no lineal? Sí, No, ¿por qué?
- (c) **(0.5 ptos.)** Razona si tiene óptimo global, es infactible o no acotado.
7. **(0.3 ptos.)** Pon un ejemplo de problema que tenga un máximo local, pero que no tenga máximo global.
8. **(0.7 ptos.)** Explica por qué son falsas estas definiciones de problema no acotado y da una definición correcta:
- (a) Un problema es no acotado si tiene infinitas soluciones factibles.
- (b) Un problema es no acotado si tiene infinitas soluciones óptimas.
- (c) Un problema es no acotado si . . .

APELLIDOS: _____ NOMBRE _____

Resuelve el problema siguiente por el método de ramificación y acotación usando LINGO para resolver los problemas intermedios. Escribe el árbol correspondiente y razona por qué termina cada rama. En caso de que puedas ramificar varias variables, elige la menor en orden alfabético, y en caso de que puedas ramificar varios nodos elige el de mejor valor de la función objetivo. El valor óptimo de la función objetivo del primer problema debe darte 928.3.

$$\begin{array}{ll} \text{Max.} & 100x + 110y + 170z \\ \text{s.a} & 51x + 30y + 70z \leq 340 \\ & x + 3y + 7z \leq 19 \\ & x, y, z \geq 0 \text{ enteras} \end{array}$$

APELLIDOS: _____ NOMBRE _____

1. (*) Comprueba que el problema siguiente cumple las hipótesis del teorema de Weierstrass:

$$\begin{aligned} \text{Opt. } & 10x + 5y - 3z \\ \text{s.a } & x^2 + 2y^2 + z \leq 100 \\ & 100x - x^2 - y^2 + 2xy - z^2 \geq 100 \\ & x + 3y \leq 6 \\ & z \geq 0 \end{aligned}$$

RESPUESTA:

- (a) La _____ es _____.

Justificación: Porque...

- (b) El _____ es _____, es decir, _____ y _____.

Justificación:

- (c) El _____ es no _____.

Justificación:

2. (0.5 ptos.) Por lo tanto, el teorema de Weierstrass nos asegura que:

3. (*) Estudia si el problema anterior cumple las hipótesis del teorema local global con objetivo de maximizar y/o minimizar.

Respuesta:

- (a) El _____ tiene que ser _____.

Haz las comprobaciones en otra hoja y marca la conclusión: Sí lo es, No lo es.

- (b) La _____ tiene que ser _____ para el objetivo de _____
y _____ para el objetivo de _____.

Se cumple para maximizar, Se cumple para minimizar, No se cumple para ninguno.

Porque...

4. (0.5 ptos.) Por lo tanto, el teorema local-global nos asegura que:

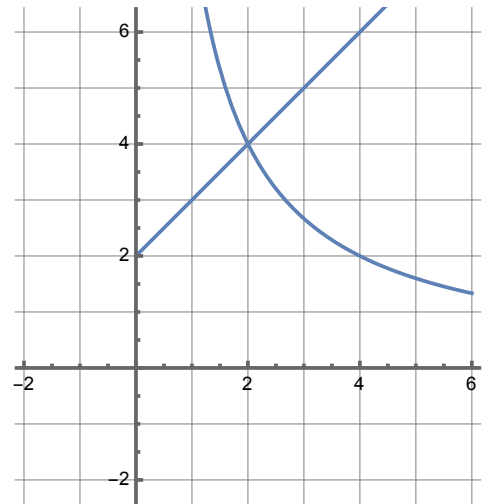
5. (*) Estudia si $(9, -2, 0)$ es una solución infactible, factible interior o factible de frontera del problema anterior. Calcula el valor de la función objetivo en dicha solución.

6. (1 pto.) Razona si $(100, 100, 100)$ y $(2, 0, 2)$ pueden ser o no máximos globales del problema.

7. **(2 ptos.)** Resuelve gráficamente (en esta misma hoja) el problema siguiente representando todo lo necesario, incluyendo las curvas de nivel óptimas.

$$\begin{aligned} \text{Opt. } & -x - 2y \\ \text{s.a } & xy \leq 8 \\ & y - x \leq 2 \\ & x^2 + y^2 \geq 4 \\ & x, y \geq 0 \end{aligned}$$

8. **(0.3 ptos.)** Cambia algo en el problema anterior para que ya no sea un problema de programación no lineal.
9. **(0.3 ptos.)** Pon un ejemplo de problema que tenga un mínimo local, pero que no tenga mínimo global.
10. **(0.4 ptos.)** Un problema de programación lineal ¿puede tener un mínimo local que no sea un mínimo global?



APELLIDOS: _____ NOMBRE _____

Resuelve el problema siguiente por el método de ramificación y acotación usando LINGO para resolver los problemas intermedios. Escribe el árbol correspondiente y razona por qué termina cada rama. En caso de que puedas ramificar varias variables, elige la menor en orden alfabético, y en caso de que puedas ramificar varios nodos elige el de mejor valor de la función objetivo. El valor óptimo de la función objetivo del primer problema debe darte 5 434.

$$\begin{array}{ll} \text{Max.} & 50x + 80y + 40z \\ \text{s.a} & x + y + 5z \leq 407 \\ & 15x + 35y + 5z \leq 1133 \\ & x + 7y + z \geq 120 \\ & x, y, z \geq 0 \text{ enteras} \end{array}$$

APELLIDOS: _____ NOMBRE _____

1. (*) Comprueba que el problema siguiente cumple las hipótesis del teorema de Weierstrass:

$$\begin{array}{ll} \text{Min.} & x^2 + y^2 + 2xy - z^2 \\ \text{s.a} & 2x^2 + y^2 + z \leq 100 \\ & x - y + z \leq 2 \\ & x + y + 3z \geq 3 \\ & z \geq 0 \end{array}$$

RESPUESTA:

- (a) La _____ es _____.

Justificación: Porque...

- (b) El _____ es _____, es decir, _____ y _____.

Justificación:

- (c) El _____ es no _____

Justificación:

2. (0.5 ptos.) Por lo tanto, el teorema de Weierstrass nos asegura que:

3. (*) Estudia si el problema anterior cumple las hipótesis del teorema local global:

Respuesta:

- (a) El _____ tiene que ser _____.

Haz las comprobaciones en otra hoja y marca la conclusión: Sí lo es, No lo es.

- (b) La _____ tiene que ser _____.

Haz las comprobaciones en otra hoja y marca la conclusión: Sí lo es, No lo es.

Por lo tanto:

Se cumple el teorema local-global, No se cumple.

4. (0.5 ptos.) ¿Cuál sería la solución óptima del problema si cambiamos la última restricción por $z \geq 500$? ¿Se cumplen en tal caso las hipótesis del teorema de Weierstrass?

5. Considera el problema

$$\begin{aligned} \text{Min. } & x + y + 5z \\ \text{s.a } & 3x - y + z \geq 3 \\ & x - 2y + 2z = 8 \\ & x - 3y + z \leq 6 \\ & x, y, z \geq 0 \end{aligned}$$

(a) (*) Razona si las soluciones siguientes son factibles o infactibles, interiores o de frontera, y calcula el valor que toma en ellas la función objetivo:

$$(1, 1, 1), \quad (12, 2, 0), \quad (0, 0, 4).$$

(b) (0.5 ptos.) Sabiendo que una de ellas es óptima, razona cuál es.

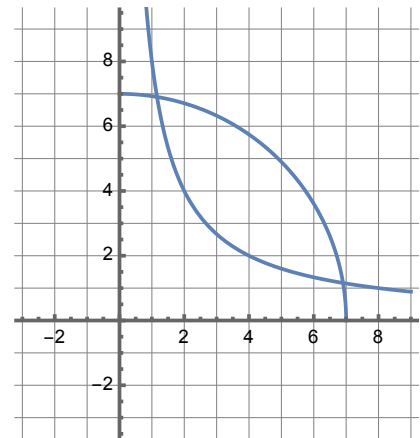
(c) (0.5 ptos.) ¿Es $(4, 0, 2)$ una solución óptima?

(d) (0.5 ptos.) ¿Es el problema de programación lineal? Sí, No, ¿por qué?

(e) (0.5 ptos.) ¿Y de programación no lineal? Sí, No, ¿por qué?

6. (2 ptos.) Resuelve gráficamente (en esta misma hoja) el problema siguiente representando todo lo necesario, incluyendo las curvas de nivel óptimas.

$$\begin{aligned} \text{Opt. } & -2x - 3y \\ \text{s.a } & xy \geq 8 \\ & y \leq x^2 \\ & x^2 + y^2 \leq 49 \\ & x, y \geq 0 \end{aligned}$$



APELLIDOS: _____ NOMBRE _____

Resuelve el problema siguiente por el método de ramificación y acotación usando LINGO para resolver los problemas intermedios. Escribe el árbol correspondiente y razona por qué termina cada rama. En caso de que puedas ramificar varias variables, elige la menor en orden alfabético, y en caso de que puedas ramificar varios nodos elige el de mejor valor de la función objetivo. El valor óptimo de la función objetivo del primer problema debe darte 591.6.

$$\begin{array}{ll} \text{Max.} & 45x + 25y + 26z \\ \text{s.a} & x + 3y \leq 49 \\ & 7x + 3y + 5z \leq 79 \\ & x, y, z \geq 0 \text{ enteras} \end{array}$$

APELLIDOS: _____ NOMBRE _____

La empresa automovilística RENARD S.A. considera que sus tres fábricas en España (situadas en Xove, Yanguas y Zafra) no son rentables, y planea trasvasar parte de su producción a la república de LOS COCOS, que le ofrece condiciones laborales más ventajosas. Para ello considera el problema siguiente, que determina cuántos automóviles conviene dejar de producir diariamente en cada fábrica minimizando el número de trabajadores despedidos para conseguir una reducción de gastos diarios de al menos 5 550 u.m. sin que el descenso en la producción supere los 550 vehículos diarios y sin que las indemnizaciones por los despidos asciendan a más de 17 100 u.m.

Mín.	$30x + 15y + 11z$	Trabajadores despedidos
s.a	$15x + 10y + 3z \geq 5\,550$	Reducción de gasto
	$x + y + z \leq 550$	Reducción de producción
	$42x + 30y + 18z \leq 17\,100$	Indemnizaciones
	$x, y, z \geq 0$	

Variable	Value	Reduced Cost
X	10.00000	0.000000
Y	540.0000	0.000000
Z	0.000000	17.00000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
TRABAJADORES_DESPEDIDOS	8400.000	-1.000000
REDUCCION_GASTO	0.000000	-3.000000
REDUCCION_PRODUCCION	0.000000	15.00000
INDEMNIZACIONES	480.0000	0.000000

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
X	30.00000	INFINITY	7.500000
Y	15.00000	5.000000	INFINITY
Z	11.00000	INFINITY	17.00000

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
REDUCCION_GASTO	5550.000	200.0000	50.00000
REDUCCION_PRODUCCION	550.0000	5.000000	180.0000
INDEMNIZACIONES	17100.00	INFINITY	480.0000

Responde a las preguntas siguientes. Excepto en la 1 y la 2, responde con el formato (A), (B), (C) que hemos usado siempre en clase, y además, cuando proceda, completa los huecos y marca las casillas del enunciado.

1. **(0.1 ptos.)** Indica brevemente qué es (qué interpretación tiene) el miembro izquierdo y el miembro derecho de cada restricción.

Reducción de gasto	_____	\geq	_____
Reducción de producción	_____	\leq	_____
Indemnizaciones	_____	\leq	_____

2. **(0.1 ptos.)** Di con palabras cuál es la solución óptima del problema (y no digas nada más que la solución óptima del problema).
3. **(0.3 ptos.)** Interpreta la línea

Row	Slack or Surplus	Dual Price
REDUCCION_GASTO	0.000000	-3.000000

4. **(0.1 ptos.)** Supongamos que la solución hubiera sido:

Row	Slack or Surplus	Dual Price
REDUCCION_GASTO	5.000000	0.000000
REDUCCION_PRODUCCION	7.000000	0.000000

Interpreta los dos valores de Slack or Surplus.

5. **(0.3 ptos.)** Los sindicatos de Xove han llevado a RENARD S.A. una propuesta de reestructuración laboral por la que el número de trabajadores que sería necesario despedir al reducir en un automóvil la producción diaria de su fábrica puede reducirse a 25. ¿Convendría en tal caso reducir más la producción de Xove? Sí, No. ¿Afectaría a la producción de Yanguas? Sí, No. ¿Aumentaría o disminuiría el total de trabajadores despedidos? Aumentaría Disminuiría, No variaría.
6. **(0.3 ptos.)** Interpreta el intervalo de sensibilidad de la primera restricción.
7. **(0.4 ptos.)** Para evitar tensiones entre los sindicatos de Xove y los de Zafra, los directivos de RENARD S.A. se plantean reducir la producción de Zafra en 10 automóviles diarios, pero los sindicatos de Zafra han logrado que el gobierno de España proponga a RENARD S.A. que si no exige reducción alguna en Zafra le concederá unas ayudas con las que podría limitarse a reducir su producción total en a lo sumo 548 automóviles diarios. ¿Cuál de las dos alternativas daría lugar a menos despidos?
- Reducir la producción en Zafra, Reducir la producción total.
8. **(0.4 ptos.)** Ante presiones por parte del gobierno de España, RENARD S.A se plantea contentarse con una reducción del gasto de 5 500 u.m. diarias. ¿Cómo afectaría a los despidos? (Habría que despedir a _____ TRABAJADORES MÁS / MENOS.) ¿Cuántos automóviles dejarían de producirse diariamente? (_____ AUTOMÓVILES) ¿Perjudicaría este cambio de planes a los trabajadores de Zafra? Sí, No.

APELLIDOS: _____ NOMBRE _____

Laura está preparando su equipaje para un viaje en avión. Llevará una maleta y un bolso de mano. Después de meter lo imprescindible, le queda algo de espacio (para no pasarse del peso máximo permitido, le caben 750 gramos en la maleta y 450 en la bolsa de mano). La tabla siguiente muestra el peso de cada objeto y la utilidad que le supondría llevarlo en la maleta. Si lo lleva en la bolsa de mano, la utilidad sería 2 unidades mayor:

	Tablet	Libro	Chaqueta	Revista	Gafas
Peso	420	390	270	240	15
Utilidad	5	3	4	7	3

Laura quiere llevar al menos algo de lectura, pero no contempla llevarse las gafas si no se lleva el libro, pues en tal caso puede prescindir de ellas.

Por otro lado, considera que llevar a la vez en la bolsa de mano la revista y las gafas le proporcionaría 10 unidades extra de utilidad.

Determina qué objetos debe llevar Laura en la maleta y cuáles en la bolsa de mano para maximizar su utilidad.

Modeliza el problema indicando claramente el significado de cada variable, de la función objetivo y de cada restricción, resuélvelo con LINGO, indica la solución óptima (con palabras, es decir, de modo que se entienda lo que conviene hacer sin saber programación matemática) y comprueba que la solución que propones cumple todos los requisitos del problema.

APELLIDOS: _____ NOMBRE _____

El fondo de inversión GRIND AND PROFIT planea comprar pisos a tres constructoras en tres urbanizaciones de futura construcción. La tabla siguiente indica el precio de cada piso y el beneficio que previsto que proporcionaría:

	Constructora 1	Constructora 2	Constructora 3
Precio	15	12	20
Beneficio	200	210	300

Para reducir riesgos, el gestor del fondo no quiere comprar a cada constructora más del 50% del total de pisos adquiridos.

Por otro lado, las constructoras 1 y 2 le ofrecen la posibilidad de invertir en la construcción de las urbanizaciones. La primera le pide 50 u.m. y le garantiza con ello un beneficio de 300 u.m., mientras que la segunda le pide 60 u.m. y le garantiza 320 u.m. de beneficio. Además, participar en la construcción le supondría una serie de ventajas que aumentaría en 20 u.m. el beneficio de cada piso (de la urbanización correspondiente).

Además, de nuevo para no incurrir en riesgos excesivos, el gestor no quiere invertir a la vez en las dos constructoras.

Determina cuántos pisos conviene que GRIND AND PROFIT compre a cada constructora y si le conviene o no invertir en la construcción de las dos primeras para maximizar el beneficio si dispone de un presupuesto de 1 200 u.m.

Modeliza el problema indicando claramente el significado de cada variable, de la función objetivo y de cada restricción, resuélvelo con LINGO, indica la solución óptima (con palabras, es decir, de modo que se entienda lo que conviene hacer sin saber programación matemática) y comprueba que la solución que propones cumple todos los requisitos del problema.

APELLIDOS: _____ NOMBRE _____

La empresa OILYCREAMS LTD. va a sacar al mercado tres nuevos cosméticos, las cremas AIR DU FLEURS, SWINDLE DE LUXE y SWINDLE FOR COMMONERS. La tabla siguiente muestra las demandas previstas según el precio de venta, así como el coste de producción unitario:

	AIR DU FLEURS	S. DE LUXE	S. FOR COMMONERS
Demanda	$100 - 2p_1$	$150 - 3p_2$	$200 - 5p_3$
Coste	2	3	5

La empresa quiere fijar los precios de venta para garantizar una demanda total de al menos 250 u.p. sin gastar más del presupuesto disponible, de 900 u.m.

Además, OILYCREAMS LTD. quiere vender al menos dos veces más cara SWINDLE DE LUXE que SWINDLE FOR COMMONERS, para reforzar la imagen de calidad de la primera.

Por otro lado, existe la posibilidad de invertir 18 u.m. en una campaña publicitaria que se calcula que aumentaría en un 20% la demanda de cada producto.

Determina a qué precio debe vender OILYCREAMS LTD. cada uno de los productos para maximizar el beneficio, así como si le conviene o no llevar a cabo la inversión en publicidad, siempre sin exceder el presupuesto disponible.

Modeliza el problema indicando claramente el significado de cada variable, de la función objetivo y de cada restricción, resuélvelo con LINGO, indica la solución óptima (con palabras, es decir, de modo que se entienda lo que conviene hacer sin saber programación matemática) y comprueba que la solución que propones cumple todos los requisitos del problema.

APELLIDOS: _____ NOMBRE _____

1. Una empresa puede producir cuatro artículos en cantidades x, y, z, u . La producción requiere tres materias primas. Las dos primeras son perecederas y hay que emplear todas las existencias para que no se estropeen. De la primera se puede comprar más si conviene, mientras que de la segunda no. De la tercera sólo se dispone de una cantidad limitada, pero no es perecedera y se puede guardar lo que sobre.

El problema siguiente determina las cantidades que conviene producir de cada uno de ellos para minimizar el coste de producción de modo que se gestionen correctamente los stocks de las materias primas:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Min.} & 3x + 3y + 2z + u & \text{Coste} \\
 \text{s.a} & x + 2y + 2z \geq 400 & \text{Primera materia prima} \\
 & 4y + 6z + u = 1500 & \text{Segunda materia prima} \\
 & y + 2z \leq 300 & \text{Tercera materia prima} \\
 & x, y, z, u \geq 0 &
 \end{array}$$

- (a) (*) La empresa planea producir únicamente 300 kg del segundo producto y otros 300 kg del cuarto. Calcula (sin iterar) la tabla del símplex correspondiente a esta solución.
- (b) (0.2 ptos.) A partir de la tabla, razona si la empresa puede conseguir un coste de producción menor que el que le proporciona la solución anterior. Sí, No.  C mo lo sabes?

- (c) (*) Si aplicamos el método símplex a la tabla anterior:

Entra la variable _____  c mo lo sabes? _____

Sale la variable _____  c mo lo sabes? _____

(No respondas con frases genéricas. Indica lo que miras o calculas para saber la respuesta.)

- (d) (*) Itera la tabla anterior hasta llegar a la solución óptima.

 Cu ntas veces has iterado? _____ (cada vez que pasas de una tabla a otra, eso es una iteración.)

 Por qué no sigues iterando? _____

- (e) (*) Di con palabras la solución óptima:

- (f) (*) Considera de nuevo la tabla del apartado (a) y modifica únicamente un número de su primera fila (encima de las variables) para que la tabla corresponda a una solución óptima de arista. Escribe la tabla modificada en otra hoja, pero di aquí si la solución será de arista finita, de arista infinita.  Por qué?

- (g) (*) Considera de nuevo la tabla del apartado (a), pero supón que el objetivo fuera maximizar. Si aplicamos el símplex:

Entra la variable _____  c mo lo sabes? _____

Sale la variable _____  c mo lo sabes? _____

 Qu  podemos concluir del problema de maximizar? _____

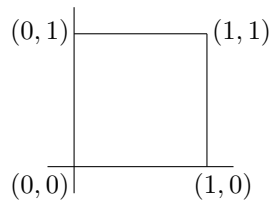
En lo que sigue no tengas en cuenta ninguno de los cambios de las dos últimas preguntas (como si no estuvieran las preguntas f y g).

- (h) **(1 pto.)** Calcula el intervalo de sensibilidad del coste de producción de cada kg del segundo artículo.
- (i) **(0.8 ptos.)** Calcula por postoptimización la nueva solución óptima en caso de que la empresa tuviera en stock 600 kg de la primera materia prima. Haz el cálculo en otra hoja, pero exprésala aquí con palabras:
- (j) **(0.8 ptos.)** Calcula los precios duales y , a partir de ellos, razona qué coste tendría para la empresa que se le estropearan 10 kg de la tercera materia prima.
- (k) **(0.5 ptos.)** Si la empresa fabricara 10 kg del primer producto y con ello pudiera aumentar sus ingresos en 25 u.m., ¿le convendría? Sí, No. ¿Por qué?
- (l) **(0.5 ptos.)** Estudia si $(x, y, z, u) = (0, 375, 0, 0)$ es una solución básica del problema. Sí, No.
- (m) **(0.5 ptos.)** Estudia si existe una solución factible básica con variables básicas x, y, s (donde s es la variable de holgura de la primera restricción). Sí, No.

2. Considera el problema

$$\begin{aligned} \text{Max. } & f(x, y) \\ \text{s.a } & x + s = 1 \\ & y + t = 1 \\ & x, y, s, t \geq 0 \end{aligned}$$

cuyo conjunto de oportunidades es el cuadrado:



- (a) **(0.1 ptos.)** ¿Cuántas soluciones factibles básicas tiene? _____ ¿Cómo lo sabes?
- (b) **(0.2 ptos.)** ¿Cuáles son las variables básicas de la solución $(0, 1)$? _____
- (c) **(0.2 ptos.)** Al aplicar el método símplex, ¿que variable tendría que entrar en la base para pasar del punto anterior al punto $(1, 1)$? _____ ¿Cuál saldría? _____
- (d) **(0.2 ptos.)** Marca las casillas de las posibilidades que podrían darse para este problema, según cuál fuera la función objetivo:
- Problema infactible, Problema no acotado, Solución óptima de vértice, Solución óptima de arista finita, Solución óptima de arista infinita.