

Ejercicios 5 (continua) resueltos

1.- Se quiere calcular la probabilidad de que una persona de 30 años fallezca antes de que transcurran 5 años. Se dispone de los siguientes datos: La probabilidad de que una persona de 35 años fallezca antes de los 60 es 0,11668. La probabilidad de que una persona de 30 años alcance los 60 es 0,87284

$${}_5q_{35} \quad {}_{25}q_{35} = 0,11668 \quad {}_{30}p_{30} = 0,87284 \rightarrow {}_{30}q_{30} = 0,12716$$

$$\begin{aligned} {}_{30}q_{30} &= {}_5q_{30} + {}_5p_{30} \cdot {}_{25}q_{35} = {}_5q_{30} + (1 - {}_5q_{30}) \cdot {}_{25}q_{35} = \\ &= {}_5q_{30} + {}_{25}q_{35} - {}_5q_{30} \cdot {}_{25}q_{35} = {}_5q_{30}(1 - {}_{25}q_{35}) + {}_{25}q_{35} \rightarrow \\ 0,12716 &= {}_5q_{30}(1 - 0,11668) + 0,11668 \rightarrow {}_5q_{30} = \frac{0,12716 - 0,11668}{0,88332} \\ &= \frac{0,01048}{0,88332} = 0,011864 \end{aligned}$$

2.- La probabilidad de que una persona de 60 años viva 8 años más es 0,86647 y la probabilidad de que una persona de la misma edad sobreviva 9 años más es 0,84363. Calcular la probabilidad de que una persona de 68 sobreviva un años más.

$${}_8p_{60} = 0,86647 \rightarrow \frac{l_{68}}{l_{60}} \quad {}_9p_{60} = 0,84363 \rightarrow \frac{l_{69}}{l_{60}}$$

$${}_1p_{68} = \frac{l_{69}}{l_{68}} = \frac{l_{69}/l_{60}}{l_{68}/l_{60}} = \frac{0,84363}{0,86647} = 0,97364$$

3.-Siendo el tanto instantáneo de mortalidad constante e igual a 0,01. Calcular la probabilidad de que un individuo de 30 años sobreviva hasta los 65 y fallezca antes de los 75

$$m/nq_x = m p_x \cdot n q_{x+m} = {}_{35/10}q_{30} = {}_{35}p_{30} \cdot {}_{10}q_{65} \quad \mu_y = 0,01$$

$${}_h p_x = e^{-\int_x^{x+h} \mu_y \cdot dy} = {}_{35}p_{30} = e^{-\int_{30}^{65} 0,01 \cdot dy} = e^{-[0,01y]_{30}^{65}} = e^{-0,35} = 0,704$$

$${}_{10}p_{65} = e^{-\int_{65}^{75} 0,01 \cdot dy} = e^{-[0,01y]_{65}^{75}} = e^{-0,35} = 0,90484$$

$${}_{10}q_{65} = 1 - {}_{10}p_{65} = 1 - 0,90484 = 0,09516$$

$${}_{35/10}q_{30} = {}_{35}p_{30} \cdot {}_{10}q_{65} = 0,704 \cdot 0,09516 = 0,067$$

4.- La probabilidad de que una persona de 60 años viva diez años más es de 0,81921 y la probabilidad de que fallezca antes de 15 años es de 0,32764. Calcular la probabilidad de que alcance los 70 y fallezca antes de cumplir los 75

$${}_{10}P_{60} = 0,81921 \quad {}_{15}q_{60} = 0,32764$$

$${}_{10/5}q_{60} = {}_{15}q_{60} - {}_{10}q_{60} = 0,32764 - (1 - 0,81921) = 0,14685$$

5.- Dado un tanto instantáneo de mortalidad independiente de la edad e igual a 0,02.

¿ Cuántos años han de transcurrir para que una población de 100000 se reduzca a 80000?

$$\mu_y = 0,02$$

$${}_hP_x = e^{-\int_x^{x+h} \mu_y \cdot dx}$$

$${}_xP_0 = e^{-\int_0^x 0,02 \cdot dy} = e^{-[0,02y]_0^x} = e^{-0,02x}$$

$${}_xP_0 = \frac{80000}{100000} = 0,8 = e^{-0,02x} \rightarrow x = -\frac{\ln 0,8}{0,02} = -\frac{-0,2231}{0,02} = 11,155$$

6.- Dada la función de supervivientes .

$$l(x) = \frac{\sqrt{100-x}}{10}$$

- calcular si realmente cumple las propiedades de función de supervivientes
- calcular la probabilidad de que una persona de cinco años fallezca entre los 20 y los 25
- calcular la probabilidad de que una persona de 20 años fallezca antes de cumplir los 25

a) Monótona decreciente , acotada entre 0 y 1

$$b) {}_{15/5}q_5 = \frac{l_{20} - l_{25}}{l_5} = \frac{\left[\frac{\sqrt{100-20}}{10} \right] - \left[\frac{\sqrt{100-25}}{10} \right]}{\left[\frac{\sqrt{100-5}}{10} \right]} = \frac{0,894 - 0,866}{0,9746} = \frac{0,028}{0,9746} = 0,02872$$

$$c) {}_5q_{20} = \frac{l_{20} - l_{25}}{l_{20}} = \frac{\left[\frac{\sqrt{100-20}}{10} \right] - \left[\frac{\sqrt{100-25}}{10} \right]}{\left[\frac{\sqrt{100-20}}{10} \right]} = \frac{0,894 - 0,866}{0,8944271} = 0,031$$