Alumno:………………………………………………………………………………………………

1.- En base a la tabla adjunta .Calcula: a) ${}_{10}p_{20}$ generación 2000; b) La probabilidad de que una pareja formada en 2006 sobreviva exactamente uno más de 50 años c) La probabilidad de que en un grupo formado en 2010 de las generaciones de 2000, 2005 Y 2010 sobrevivan al menos dos al cabo de 45 años. (0.25+0.5+1,5)

a) ${}_{10}p_{20}$ = $${}_{10}p_{20} = \frac{l_{30}}{l_{20}} = \frac{980972}{988843} = 0{,}992040$$

b) pareja de generaciones 2000, 2005

$${}_{50}p_{\overline{[1]}\atop 6,1} = {}_{50}p_6 \cdot {}_{50}q_1 + {}_{50}q_6 \cdot {}_{50}p_1 = \frac{l_{56}^{2000}}{l_6^{2000}} \cdot \left(1 - \frac{l_{51}^{2005}}{l_1^{2005}}\right) + \left(1 - \frac{l_{56}^{2000}}{l_6^{2000}}\right) \cdot \frac{l_{51}^{2005}}{l_1^{2005}} =$$

$$= \frac{952133}{992952} \cdot \left(1 - \frac{964732}{994673}\right) + \left(1 - \frac{952133}{992952}\right) \cdot \frac{964732}{994673} =$$

$$= (0{,}95889 \cdot 0{,}03) + (0{,}04111 \cdot 0{,}9698986) = 0{,}0287 + 0{,}0398725 = 0{,}06857$$

c)

$${}_{45}p_{\overline{2}\atop 15,10,5} = {}_{45}p_{15} \cdot {}_{45}p_{10} \cdot {}_{45}q_5 + {}_{45}p_{15} \cdot {}_{45}q_{10} \cdot {}_{45}p_5 + {}_{45}q_{15} \cdot {}_{45}p_{10} \cdot {}_{20}p_5 + {}_{45}p_{15} \cdot {}_{45}p_{10} \cdot {}_{45}p_5 =$$

$$= \frac{l_{60}^{2000}}{l_{15}^{2000}} \cdot \frac{l_{55}^{2005}}{l_{10}^{2005}} \cdot \left(1 - \frac{l_{50}^{2010}}{l_5^{2010}}\right) + \frac{l_{60}^{2000}}{l_{15}^{2000}} \cdot \left(1 - \frac{l_{55}^{2005}}{l_{10}^{2005}}\right) \cdot \frac{l_{50}^{2010}}{l_5^{2010}} + \left(1 - \frac{l_{60}^{2000}}{l_{15}^{2000}}\right) \cdot \frac{l_{55}^{2005}}{l_{10}^{2005}} \cdot \frac{l_{50}^{2010}}{l_5^{2010}} + \frac{l_{60}^{2000}}{l_{15}^{2000}} \cdot \frac{l_{55}^{2005}}{l_{10}^{2005}} \cdot \frac{l_{50}^{2010}}{l_5^{2010}} =$$

$$\frac{l_{60}^{2000}}{l_{15}^{2000}} = \frac{941624}{991262} = 0{,}9499 \quad \frac{l_{55}^{2005}}{l_{10}^{2005}} = \frac{957636}{992667} = 0{,}9647102 \quad \frac{l_{50}^{2010}}{l_5^{2010}} = \frac{968532}{993933} = 0{,}97444$$

$$= 0{,}9499 \cdot 0{,}9647 \cdot 0{,}0255 + 0{,}9499 \cdot 0{,}0353 \cdot 0{,}97444 +$$
$$+ 0{,}05 \cdot 0{,}9647102 \cdot 0{,}97444 + 0{,}9499 \cdot 0{,}9647102 \cdot 0{,}97444 =$$
$$= 0{,}0233 + 0{,}03267 + 0{,}047 + 0{,}892955 = 0{,}995925$$

2.- Una persona *A* de 18 años de la generación de 2000 suscribe un seguro de supervivencia de un millón de euros a 30 años. a) A partir de unas tablas recargadas al 3 %. de riesgo y un l_o= 10000 a)¿Qué prima de riesgo única pagará por el seguro suscrito, si se supone un tipo de interés teórico del 2 %? b) Considera una cartera compuesta por 1000 personas similares a *A* que además suscriben un segunda póliza de fallecimiento de 500000 euros. Si las primas de vida y muerte se calculan de modo independiente con tablas recargadas como en el apartado anterior y admitiendo que el tipo de .interés es nulo. Calcular el riesgo, medido en probabilidad, de que la compañía no pueda hacer frente a los compromisos asumidos con los recursos captados a partir de las primas de riesgo que salen en el apartado a (1,5+ 2)

a) La prima sin considerar el tipo de interés sería : $\pi = 1000000._{30}p_{18}^{+} = 10^6.\frac{l_{48}^{+}}{l_{18}^{+}}$

$$l_{48}^{+} = l_0.p_{48} + z_\alpha\sqrt{l_0 p_{48}(1-p_{48})} = 10000\cdot 0.966053 + 1.881\sqrt{10000\cdot 0.966053\cdot(1-0.966053)} = 9694,59$$

$$l_{18}^{+} = l_0.p_{18} + z_\alpha\sqrt{l_0 p_{18}(1-p_{18})} = 10000\cdot 0.990076 + 1.881\sqrt{10000\cdot 0.990076\cdot(1-0.990076)} = 9919,4$$

$$\pi = 1000000._{30}p_{18}^{+} = 10^6.\frac{l_{48}^{+}}{l_{18}^{+}} = 10^6.\frac{9694,59}{9919,4} = 977336$$

Y con un interés del 2 % anual :

$$\Pi = \frac{\pi}{(1+0.02)^{30}} = \frac{977336}{1.02^{30}} = 539558.75\ euros$$

b) Cada uno de los 100 sujetos debe pagar una prima :

$$\pi = 1000000._{30}p_{18}^{+} + 500000\,_{30}q_{18}^{-} = 929943 + 50000(1-\frac{l_{48}^{-}}{l_{18}^{-}})$$

$$l_{48}^{-} = l_0.p_{48} - z_\alpha\sqrt{l_0 p_{48}(1-p_{48})} = 10000\cdot 0.966053 - 1.881\sqrt{10000\cdot 0.966053\cdot(1-0.966053)} = 9626.47$$

$$l_{18}^{-} = l_0.p_{18} - z_\alpha\sqrt{l_0 p_{18}(1-p_{18})} = 10000\cdot 0.990076 - 1.881\sqrt{10000\cdot 0.990076\cdot(1-0.990076)} = 9882.1168$$

$$\pi = 1000000._{30}p_{18}^{+} + 500000\,_{30}q_{18}^{-} = 929943 + 500000(1-\frac{l_{48}^{-}}{l_{18}^{-}}) = 990233$$

Por lo tanto los recursos de la compañía serán R=1000.π=990233000 €
Los compromisos contraídos serán aleatorios :

C= 1000000.S+500000.F= 1000000S+500000(100-S)=50000000+500000S

S→B(1000,0.97573621) ya que $_{30}p_{18} = \frac{l_{48}}{l_{18}} = \frac{966053}{990076} = 0.97573621$

S→N(975.73621;4.8657) por el teorema de Moivre

Y C seguirá también una normal : C→N[50000000+500000×975,73621;; σ=500000×4,8657]
esto es:

C→N[987868105;;σ=2432851,32]
P(C>R)=P(Z> (R-987868105)/2432851)=P(Z>0,97206)=0.166 Un riesgo del 16%

3.-Sabiendo que l(x)=100-x (para x≤100) obtener la esperanza de vida de una persona de 50 años.(1,25)

$$\bar{e}_x = \bar{e}_{50} = \int_0^{100-50} \cdot\ {}_tp_x dt = \int_0^{100-50} 1 - \frac{t}{50}\cdot dt = \left[t - \frac{t^2}{50\cdot 2}\right]_0^{50} = 25$$

$$_tp_x = \ _tp_{50} = \frac{l_{50+t}}{l_{50}} == \frac{100-50-t}{100-50} = 1 - \frac{t}{50}$$

también:

$$\mu_x = -\frac{\grave{l}(x)}{l(x)} = -\frac{-1}{100-x} = \frac{1}{100-x} \Rightarrow \mu_{50} = \frac{1}{50}$$

$$\mu_{50+t} = \frac{1}{100-(50+t)} = \frac{1}{50-t}$$

$$\bar{e}_x = \bar{e}_{50} = \int_0^{w-x} t \cdot \ {}_t p_x \cdot \mu(x+t)dt = \int_0^{w-x} t \cdot \left(1-\frac{t}{50}\right) \cdot \frac{1}{50-t} dt$$
$$= \frac{1}{50}\int_0^{w-x} t \cdot (50-t) \cdot \frac{1}{50-t} dt = \frac{1}{50}\left[\frac{t^2}{2}\right]_0^{50} = 25$$

4.- Un colectivo se supone que se comporta de forma que tiene un tanto instantáneo de mortalidad de $\mu(x)=0.0002x$. Determinar a qué edad una cohorte inicial de 100000 individuos se verá reducida a la mitad (1,5)

Conocemos $\mu(x)$, l_0,l_x y queremos determinar el valor de x. Por lo tanto debemos relacionar estas funciones biométricas:Por un lado tenemos:

$$\frac{l_x}{l_0} = \left(\frac{50000}{100000} = 0.5\right) = \frac{l(x)}{l(0)} = {}_x p_0 = \frac{\cancel{l_0} S(x)}{\cancel{l_0} S(0)} = S(x)$$

Y por otro lado:

$$S(x) = e^{-\int_0^x \mu(y)dy} = e^{-\int_0^x 0.0002y\, dy} = e^{-[0.0001y^2]_0^x} = e^{-0.0001x^2}$$

Por lo tanto:

$$S(x) = 0.5 = e^{-0.0001x^2} \rightarrow x^2 = -\frac{\ln 0.5}{0.0001} \rightarrow x = \sqrt{-\frac{\ln 0.5}{0.0001}} = 83{,}25 \text{ años}$$

5.-En términos generales se ha estudiado que un siniestro supone para nuestra aseguradora una cuantía monetaria dada por una función de distribución lgN(μ=12, σ=4) (en euros) . a) Sabiendo que un siniestro ha sido superior a 18000 euros ¿cuál es la probabilidad de que su cuantía esté comprendida entre 20000 y 28000? b) Si se han producido tres siniestros superiores en cuantía a 18000 euros calcular la probabilidad de que en dos de ellos la cuantía se sitúe entre 20000 y 28000 (0.5+0,5)
)

a) ¿$P(20000 \le x \le 28000)$ sabiendo que es superior a 18000 será:

$$P\left({}^{20000 < x < 28000}\!\big/_{x > 18000}\right) = \frac{P(20000 < x < 28000)}{P(x > 18000)} = \frac{0{,}03}{0{,}709} = 0{,}04$$

tipificando

$$P(\frac{\ln 20000 - 12}{4} \leq t \leq \frac{\ln 28000 - 12}{4}) = P(-0,524 \leq t \leq -0,44) = F\left(0,524\right) - F\left(0,44\right) =$$
$$0,03$$
$$P(t > \frac{\ln 18000 - 12}{4}) = P(t > -0,55) = F\left(0,55\right) = 0,709$$

b) Y = número de siniestros de cuantía 20000-28000 de 3

$$Y \rightarrow B(3; 0{,}04)$$

$$P(y = 2) = \binom{3}{2} 0.04^2 \cdot 0{,}96^1 = 3 \cdot 0{,}001536 = 0{,}0046$$

6.-El número de personas (en miles) que cogerán la gripe este año se presupone una distribución logística de parámetros media= 30 y escala 10.
Calcular la probabilidad de que este año haya menos de 35000 afectados. (0,5)

$$X \rightarrow Log(\alpha, \beta) = Log(30{,}10)$$

$$P(x < 35) = \frac{1}{1 + e^{-\frac{x-\alpha}{b}}} = \frac{1}{1 + e^{-\frac{35-30}{10}}} = \frac{1}{1 + e^{-0,5}} = 0,6224$$