1) A partir del hecho de que las notas de cierta asignatura, de una misma titulación en dos ciudades A y B, siguen una distribución normal con variancias: $\sigma^2_A=4$; $\sigma^2_B=3$ y que se desea estimar la diferencia entre las medias de la asignatura en las dos localidades, se consideran dos muestras independientes formadas por las notas de 28 alumnos de A y 29 alumnos de B obteniéndose que las medias son, respectivamente, 7 y 6. Se debe realizar la estimación con un 95% de confianza.

$$n_A = 28 \quad n_B = 29 \qquad \overline{x_A} = 7 \quad \overline{X_B} = 6 \qquad 1-\alpha = 0{,}95$$

NORMALES

Varianzas conocidas $\sigma^2_A=4$; $\sigma^2_B=3$

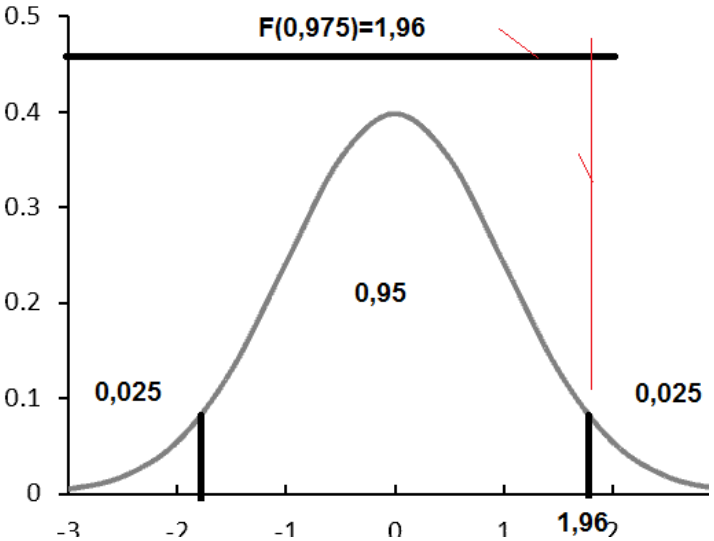
así intervalo de diferencias de medias $\dfrac{(\bar{x}-\bar{y})-(\mu_x-\mu_y)}{\sqrt{\dfrac{\sigma_x^2}{n_x}+\dfrac{\sigma_y^2}{n_y}}} \to N[0;1]$

$$P\left((\bar{x}-\bar{y})-\lambda_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n_x}+\frac{\sigma_y^2}{n_y}} \le (\mu_x-\mu_y) \le (\bar{x}-\bar{y})+\lambda_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n_x}+\frac{\sigma_y^2}{n_y}}\right)=1-\alpha$$

X=A e Y=B

$$P\left(1-1{,}96\sqrt{\frac{4}{28}+\frac{3}{29}} \le (\mu_a-\mu_B) \le 1+1{,}96\sqrt{\frac{4}{28}+\frac{3}{29}}\right)=0{,}95$$

$$P(0{,}027269 \le (\mu_a-\mu_B) \le 1{,}972731)=0{,}95$$



Lamda alfa medios será

2) Para estimar la varianza del índice de cotización de una moneda respecto al €, se ha tomado una muestra de 5 días al azar que daba la siguiente cotización: 3’2; 3’18; 3’22; 3’25; 3’25.

a) Supuestamente normal aquella cotización, obtener al 90% de confianza un intervalo para la varianza.

b) Plantear el problema anterior, suponiendo conocida la media de índices de cotización e igual a 3’24.

calculamos media y varianza muestral

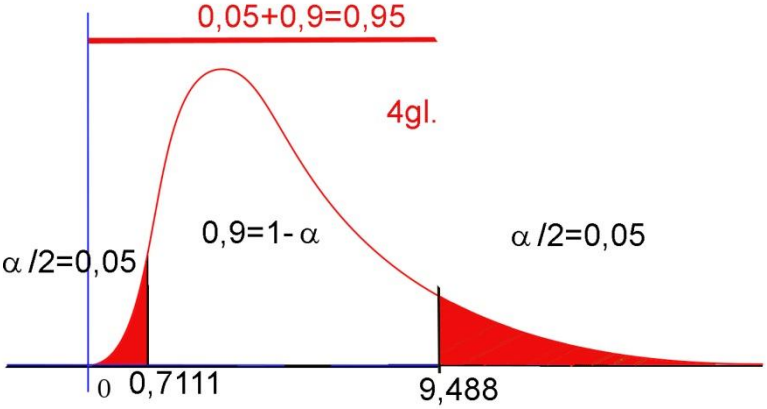
X	X^2		
3,2	10,24		
3,18	10,1124		
3,22	10,3684		
3,25	10,5625		
3,25	10,5625		
16,1	51,8458		
media =	3,22	$\longmapsto 2$	10,36916
varianza=	$0=10,36916-3,22^2$		0,00076

a) sabemos que es normal y media desconocida luego

$T = \frac{nS^2}{\sigma^2} \rightarrow \chi^2_{n-1}$ valores de la CHI2 **con 4 grados** de libertad con nivel de confianza 0,9

$\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}} = \chi^2_{0,95} = 9,488$

$$\chi^2_{\frac{\alpha}{2}} = \chi^2_{0,05} = 0,7111$$



luego $T = \frac{nS^2}{\sigma^2} \rightarrow \begin{matrix} \leq 9{,}488 \\ \geq 0{,}711 \end{matrix}$ despejando $\begin{matrix} \frac{nS^2}{9{,}488} \leq \sigma^2 \\ \frac{nS^2}{0{,}7111} \geq \sigma^2 \end{matrix}$

$$\frac{nS^2}{9{,}488} = \frac{0{,}0038}{9{,}488} = 0{,}0004 \leq \sigma^2$$
$$\frac{nS^2}{0{,}7111} = \frac{0{,}0038}{0{,}7111} = 0.00534 \geq \sigma^2$$

luego $P(0{,}0004 \leq \sigma^2 \leq 0{,}00534)=0{,}9$

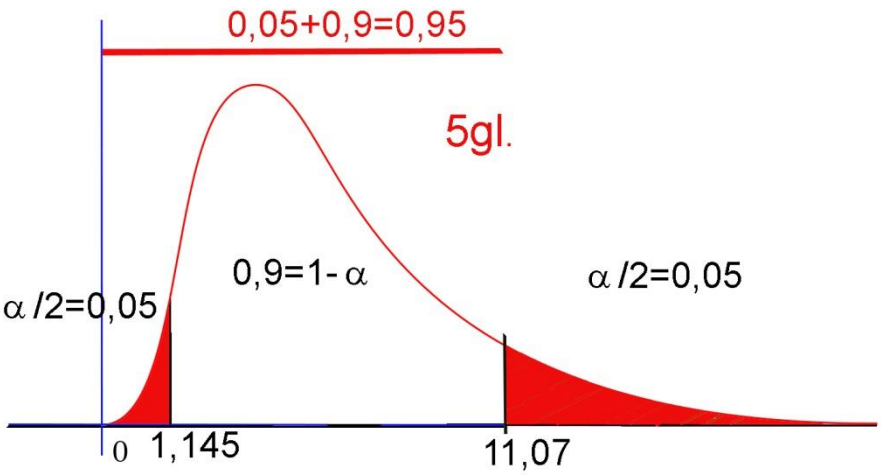
b) sabemos que es Normal y que la media la conocemos y vale 3,24

trabajaremos con gl =n=5 y

$T = \frac{n\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \rightarrow \chi^2_n$ donde $\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2}{n}$ es decir el cálculo de la varianza en base a los valores muestrales y la media "conocida"

varianza estimada = 0,00116 dado que :

X	x-3,24	$(x-3{,}24)^2$
3,2	-0,04	0,0016
3,18	-0,06	0,0036
3,22	-0,02	0,0004
3,25	0,01	1E-04
3,25	0,01	1E-04
suma = 16,1		0,0058
media = ahora 3,24		
varianza=0,0058/5	0,00116	



$$T = \frac{n\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} \quad \rightarrow \begin{matrix} \leq 11{,}07 \\ \geq 1{,}145 \end{matrix}$$

despejando $\frac{n\hat{\sigma}^2}{11{,}07} \leq \sigma^2$

$\frac{n\hat{\sigma}^2}{1{,}145} \geq \sigma^2$

$$\frac{n\hat{\sigma}^2}{11{,}07} = \frac{0{,}0058}{11{,}07} = 0{,}00052 \leq \sigma^2$$

$$\frac{n\hat{\sigma}^2}{1{,}145} = \frac{0{,}0058}{1{,}145} = 0.00506 \geq \sigma^2$$

luego $P(0{,}00052 \leq \sigma^2 \leq 0{,}00506)=0{,}9$

3) A partir del hecho de que las notas de cierta asignatura, de una misma titulación en dos ciudades A y B, siguen una distribución normal con variancias: $S^2_A=4$; $S^2_B=3$ y que se desea estimar la diferencia entre las medias de la asignatura en las dos localidades, se consideran dos muestras independientes formadas por las notas de 28 alumnos de A y 29 alumnos de B obteniéndose que las medias son, respectivamente, 7 y 6. Se debe realizar la estimación con un 95% de confianza.

$$n_A = 28 \quad n_B = 29 \qquad \overline{x_A} = 7 \quad \overline{X_B} = 6 \qquad 1 - \alpha = 0{,}95$$

NORMALES

Varianzas desconocidas pero iguales $\sigma^2_A = \sigma^2_B$

$$\frac{\overline{X} - \overline{Y} - (\mu_X - \mu_Y)}{\sqrt{n_X + n_Y} \bullet \sqrt{n_X S_X^2 + n_Y S_Y^2}} \cdot \sqrt{n_X n_Y} \cdot \sqrt{n_X + n_Y - 2} \sim t_{n_X + n_Y - 2}$$

$$\frac{7 - 6 - (\mu_X - \mu_Y)}{\sqrt{28+29} \bullet \sqrt{28 \cdot 4 + 29 \cdot 3}} \cdot \sqrt{28 \cdot 29} \cdot \sqrt{28 + 29 - 2} \sim t_{28+29-2}$$

$$\frac{1 - (\mu_X - \mu_Y)}{7{,}54 \bullet 14{,}10} \cdot 28{,}49 \cdot 7{,}41 \sim t_{53}$$

$$\frac{1 - (\mu_X - \mu_Y)}{106{,}314} \cdot 211{,}11 = (1 - (\mu_X - \mu_Y)) \cdot 1{,}9857 \sim t_{53}$$

$T = \begin{matrix} \geq -2{,}006 \\ \leq\ 2{,}006 \end{matrix}$ valores de t al final por aproximación normal o caest

$$1{,}9857 - 1{,}9857(\mu_x - \mu_y) = \begin{matrix} \geq -2{,}006 \\ \leq\ 2{,}006 \end{matrix}$$

$$-1{,}9857(\mu_x - \mu_y) = \begin{matrix} \geq -2{,}006 - 1{,}9857 = -3{,}9917 \\ \leq\ 2{,}006 - 1{,}9857 = 0{,}0203 \end{matrix}$$

$$(\mu_x - \mu_y) = \begin{matrix} \leq -\dfrac{3{,}9917}{-1{,}9857} = 2{,}01 \\ \geq \dfrac{0{,}0203}{-1{,}9857} = -0{,}01 \end{matrix}$$

luego $P\big(-0{,}01 \leq (\mu_x - \mu_y) \leq 2{,}01\big) = 0{,}95$