

Práctica num. 9 de Fundamentos Matemáticos
E.M.A.
Curso 2006-2007

1 Curvas en \mathbb{R}^3

1. Determina las ecuaciones de la recta tangente a la curva $z = 3x^2 + y^2, x = 1$ en el punto $(1, 2, 7)$. Representa la curva.
2. La curva $c(t) = (-t, \sqrt{t}, \ln t)$ corta al plano $z = x + y$ en $t = 1$. Calcula el ángulo de la intersección, es decir, el ángulo entre su vector velocidad y el vector normal aplano dado.

2 Calcula las primeras y segundas derivadas parciales de las siguientes funciones.

1. $f(x, y, z) = -xz^2 + 5x^3y + \cos x$.
2. $g(x, y, z) = xyz$.
3. $h(x, y, z) = \operatorname{tg}(x^2y^2z^2)$.
4. $j(x, y, z) = xy^2 - yz^2$.
5. $k(x, y, z) = e^{y/z}x^2$
6. $\ell(x, y, z) = F(x, y) G(y, z)$.

3 En los problemas siguientes, calcula la derivada direccional de la función f en el punto p en la dirección de u .

1. $f(x, y) = x^2 + y^2, p = (1, 0), u = (1, 1)$.
2. $f(x, y) = \cos(xy), p = (2, \pi/4), u = (4, -1)$.
3. $f(x, y) = (x - y^2)x, p = (1, 1), u = (12, 5)$.
4. $f(x, y) = x \operatorname{arctg}(y/x), p = (1, 1), u = (2, -1)$.
5. $f(x, y, z) = (\ln(x^2 + y^2 + z^2), \cos(xy) + e^{yz} + \ln(xz)), p = (3, 4, 12), u = (3, 6, -2)$.
6. $f(x, y, z) = (x^2 + xy + y^2, (x + y)^2 + (x + z)^2 + (y + z)^2), p = (-1, 1, 0), u = (1, 2, 2)$.

4 En los problemas siguientes, calcula la dirección de máximo crecimiento (o máxima variación) de f en el punto p y calcula también el valor de esa máxima variación

1. $f(x, y) = x^2 \cos(xy)$, $p = (1, \pi/2)$.
2. $f(x, y, z) = e^{xy} + z^2$, $p = (0, 2, 3)$.
3. $f(x, y, z) = (-2 + x + y)^2 + (-6 + 3x - y)^2$, $p = (1, 1, 0)$.
4. $f(x, y, z) = z \ln(x^2 + y^2)$, $p = (1, 1, 1)$.

5 Calcula la derivada de $f(x, y, z) = (xyz, x + y + z)$ en la dirección del vector velocidad de la hélice $c(t) = (\cos(3t), \sin(3t), 3t)$ en el instante $t = \pi/3$

6 ¿En qué dos direcciones se anula la derivada de f en el punto P_0 en los siguientes casos?

1. $f(x, y) = xy + y^2$, $P_0 = (2, 5)$.
2. $f(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$, $P_0 = (1, 1)$.

7 En los casos siguientes, determina el plano tangente y la recta normal a la superficie dada por la correspondiente ecuación en el punto P_0

1. $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $P_0 = (1, 2, 2)$,
2. $x^2 + y^2 - z^2 = 18$, $P_0 = (3, 5, -4)$,
3. $(x + y)^2 + z^2 = 25$, $P_0 = (1, 2, 4)$.
4. $z = x^2 + y^2$, $P_0 = (3, 4, 25)$,
5. $y = \sin x$, $P_0 = (0, 0, 0)$,
6. $z = 1 - x - y$, $P_0 = (0, 1, 0)$.