La primitiva. Probabilitat d'obtenir un premi (1)

Com que l'extracció de la combinació guanyadora és a l'atzar, al menys això és el que diu l'organisme que se'n fa càrrec (LAE, Loterías y Apuesta del Estado), per a calcular la probabilitat de cada premi el millor serà suposar que el 6 números de la combinació guanyadora ja són coneguts i que nosaltres triem a l'atzar el 6 números de la nostra aposta. El dos trets que caracteritzen el sorteig són:

1. les extraccions del 6 números són sense reemplaçament, i
2. l'ordre en que els números apareixen és irrelevant.

La primitiva. Probabilitat d'obtenir un premi (2)

L'espai mostral és *finit* i *equiprobable* i el total de resultats,

$$\text{casos possibles} = \binom{49}{6}.$$

La probabilitat de qualsevol esdeveniment l'obtindrem a partir de la fórmula de Laplace. Per encertar k números de la combinació guanyadora, hem de triar-ne k entre el 6 i els altres $6-k$ entre els 43 restants. Així,

$$P(\text{k encerts}) = \frac{\binom{6}{k}\binom{43}{6-k}}{\binom{49}{6}}, \quad k = 0, 1, \ldots, 6.$$

La primitiva. Probabilitat d'obtenir un premi (3)

Per a $k = 5$, l'anterior probabilitat es descompon en dues, la de *5 encerts i el complementari*, en la que el número que no encertem (6-5 $= 1$) deu ser necessàriament el complementari i hi ha per tant una única opció, i la de *5 encerts* (i res més) en la que el número que queda s'ha de triar del conjunt de 42 no premiats que no conté al complementari. En definitiva,

$$P(5 + C) = \frac{\binom{6}{5}}{\binom{49}{6}},$$

$$P(5 \text{ encerts}) = \frac{\binom{6}{5}\binom{42}{1}}{\binom{49}{6}}.$$

categoria	**encerts**	**favorables**	**probabilitat**
primera	6	$\binom{6}{6} = 1$	$7,15 \times 10^{-8}$
segona	5+C	$\binom{6}{5} = 6$	$4,29 \times 10^{-7}$
tercera	5	$\binom{6}{5} \times 42 = 252$	$1,80 \times 10^{-5}$
quarta	4	$\binom{6}{4} \times \binom{43}{2} = 13{,}545$	$9,69 \times 10^{-4}$
cinquena	3	$\binom{6}{3} \times \binom{43}{3} = 246{,}820$	$1,76 \times 10^{-2}$
casos possibles		$\binom{49}{6} = 13{,}983{,}816$	