El problema dels punts (1)

Observem en primer lloc que el joc no pot durar més de $2r-1$ partides. Suposem que quan el joc s'ha aturat A ha guanyat $r-a$ partides i B n'ha guanyat $r-b$.

Si A i B reprenen el joc, com pot guanyar A? Tan sols si guanya les a partides que li falten abans que B guanye les seues b. Per a d'això,

1. s'hauràn de jugar $a+i$ amb $i=0,1,\ldots,b-1$,
2. A deu guanyar el seu darrer punt a la darrera partida i els altres $a-1$ en les $a+i-1$ anteriors.

El problema dels punts (2)

Així, la probabilitat $p_A(a,b)$ de que guanye A val,

$$\begin{aligned} p_A(a,b) &= \sum_{i=0}^{b-1} \binom{a+i-1}{a-1} p^{a-1}(1-p)^i p \\ &= \sum_{i=0}^{b-1} \binom{a+i-1}{i} p^a (1-p)^i. \end{aligned}$$

El resultat no depèn d'r, tan sols d'a i de b, el que els queda per guanyar a A i B. Òbviament $p_B(a,b) = 1 - p_A(a,b)$.

El problema dels punts (3)

Per exemple, si $p = 2/5$, $r = 15$ i el joc se interrompés quan A ha guanyat 3 partides i B n'ha guanyat 7, tenim $a = 12$, $b = 8$ i

$$p_A(a,b) = \sum_{i=0}^{7} \binom{11+i}{i} \left(\frac{2}{5}\right)^{12} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{i} = 0{,}0352,$$

i A deuria rebre el $3{,}5\,\%$ de l'aposta i B el $96{,}5\,\%$ que resta.